

УДК 531.53

О ВЫБОРЕ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ УПОРОВ В МАЯТНИКОВЫХ ПРИБОРАХ

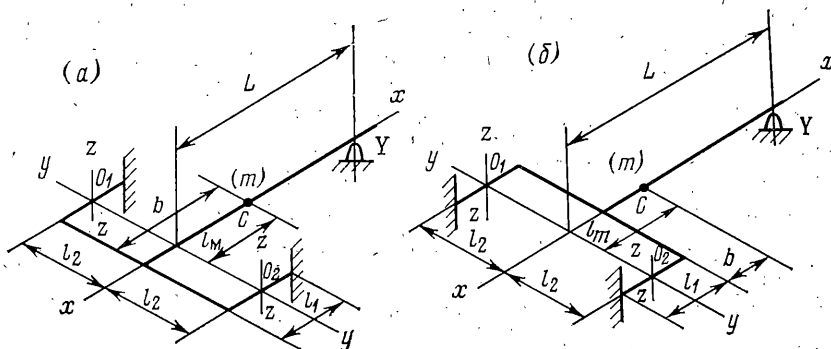
ВАЛЬКО А. Д., ГРУДЕВ И. Д.

В [1] рассмотрен удар по твердому телу, вращающемуся относительно оси в неупругих подшипниках, допускающих только угловое движение тела, и найдено расстояние от оси вращения, на котором должен быть применен ударный импульс, чтобы в точках закрепления этой оси не возникали импульсные реакции.

В публикуемой работе исследуется вопрос об определении местоположения упоров, ограничивающих перемещение маятникового чувствительного элемента вокруг оси подвеса, при котором упругие шарниры, являющиеся опорами подвеса, в момент удара чувствительного элемента об упор не нагружаются дополнительными импульсными реакциями при ударе корпуса прибора об абсолютно жесткую преграду, когда длительность ударного импульса близка к нулю.

1. В рассматриваемом маятниковом приборе упругий подвес чувствительного элемента образован двумя соосными упругими шарнирами с тонкими перемычками переменного поперечного сечения, параллельными продольной оси элемента и расположенными от нее по обе стороны и на равных расстояниях l_2 в точках O_1 и O_2 (фиг. 1).

На фиг. 1, а, б ось x направлена вдоль продольной оси маятника m , ось y — вдоль оси подвеса (оси наибольшей жесткости), ось z — вдоль оси чувствительности прибора (оси наименьшей жесткости). При этом $l_M =$



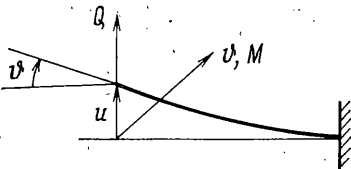
Фиг. 1

$=b \mp l_1/2$, где верхний знак соответствует схеме фиг. 1, а, нижний знак — схеме фиг. 1, б, l_M — расстояние от центра тяжести C чувствительного элемента до оси подвеса, b — расстояние от центра тяжести до подвижных концов упругих шарниров, l_1 — длина упругих шарниров.

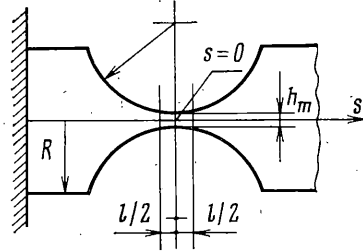
Как известно, для предохранения упругих шарниров от больших деформаций, возникающих при воздействии динамических нагрузок вдоль оси чувствительности и вызывающих пластические деформации и разрушение упругих шарниров, в маятниковых приборах устанавливаются упоры Y . Величина нагрузок, действующих на упругие шарниры в момент

удара элемента об упор, существенно зависит от местоположения упора.

При воздействии динамических нагрузок, направленных параллельно оси чувствительности, деформируются преимущественно упругие шарниры, так как их жесткость на несколько порядков меньше жесткости других элементов упругого подвеса. При приложении к корпусу прибора ударного импульса в направлении оси чувствительности упругие шарниры оказываются нагруженными перерезывающей силой Q и изгибающим мо-



Фиг. 2



Фиг. 3

ментом M . При этом подвижный конец каждого упругого шарнира смещается на величину u , представляющую собой сумму перемещений от Q и M , и поворачивается на угол ϕ — сумму углов поворота подвижных концов от Q и M (фиг. 2):

$$u = A_1 \frac{Ql^3}{EI_m} + A_3 \frac{Ml^2}{EI_m}, \quad \phi = A_2 \frac{Ql^2}{EI_m} + A_4 \frac{Ml}{EI_m} \quad (1.1)$$

где $EI_m = 1/3 ERh_m^3$ — наименьшая изгибная жесткость двух упругих шарниров относительно оси чувствительности, R — радиус стержня упругих шарниров, h_m — наименьшая высота поперечного сечения, $A_1 - A_4$ — коэффициенты, учитывающие переменность поперечного сечения упругих шарниров, l — эффективная длина упругого шарнира, при которой $I \gg I_m$, I — момент инерции произвольного поперечного сечения упругих шарниров.

Разрешая систему уравнений (1.1) относительно Q и M , получим

$$Q = B_4 \frac{EI_m}{l^3} u - B_3 \frac{EI_m}{l^2} \phi, \quad M = -B_2 \frac{EI_m}{l^2} u + B_1 \frac{EI_m}{l} \phi \quad (1.2)$$

$$B_i = A_i/D, \quad D = A_1A_4 - A_2A_3$$

Коэффициенты A_i и B_i находятся при интегрировании уравнения упругой линии с учетом переменной жесткости. Продольная координата s ($-1/2l \leq s \leq 1/2l$) отсчитывается от наименьшего сечения упругого шарнира. В силу четности функции $I(s)$ получаем $B_3 = B_2$, $B_4 = 2B_2$.

Уравнения движения чувствительного элемента относительно центра тяжести имеют вид

$$-my'' - Q = 0, \quad -I_0\phi'' + M + Qb = 0 \quad (1.3)$$

где m — масса элемента, y — смещение центра масс элемента вдоль оси чувствительности, $I_0 = mr^2$ — момент инерции элемента относительно центра тяжести, r — радиус инерции.

Из фиг. 2 получим геометрическое соотношение $y \approx u + b\phi$. Это уравнение совместно с уравнениями (1.2) позволяет исключить из уравнений (1.3) Q , M , u и получить систему относительно y и ϕ :

$$y'' + \Omega^2 B_4 y + (lB_3/b - B_4)\Omega^2 b\phi = 0$$

$$\phi'' + (lB_2/b - B_4)\Omega^2 b^2 y/r^2 + (l^2 B_1/b^2 - lB_2/b - lB_3/b + B_4)\Omega^2 b^2 \phi/r^2 = 0$$

$$\Omega^2 = EI_m/ml^3$$

Вводя безразмерные переменные $\eta=y/b$, $\rho=r/b$, $\lambda=l/b$, $\alpha=\rho\vartheta$ и учитывая, что $B_3=B_2$, $B_4=2B_2$, эти уравнения перепишем так:

$$\eta''+2\Omega^2 B_2 \eta+(\lambda-2)\Omega^2 B_2 \alpha/\rho=0 \quad (1.4)$$

$$\alpha''+(\lambda-2)\Omega^2 B_2 \eta/\rho+[\lambda^2 B_1-2(\lambda-1)B_2]\Omega^2 \alpha/\rho^2=0$$

Обозначим $a_{11}=2\Omega^2 B_2$, $a_{12}=a_{21}=- (2-\lambda)\Omega^2 B_2/\rho$, $a_{22}=[2(1-\lambda)+\lambda^2 B_1/B_2]\Omega^2 B_2/\rho$ и запишем систему уравнений (1.4) в каноническом виде

$$\eta''+a_{11}\eta+a_{12}\alpha=0, \quad \alpha''+a_{21}\eta+a_{22}\alpha=0 \quad (1.5)$$

Решение этой системы имеет вид

$$\begin{aligned} \eta &= c_{11} \cos(\omega_1 t + \gamma_1) + c_{12} \cos(\omega_2 t + \gamma_2) \\ \alpha &= c_{21} \cos(\omega_1 t + \gamma_1) + c_{22} \cos(\omega_2 t + \gamma_2) \end{aligned} \quad (1.6)$$

Выражения собственных частот колебаний ω_1 и ω_2 , найденные из частотного уравнения, можно представить так:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \omega_0(1-\sqrt{1-\beta})^{1/2} \approx \sqrt{\beta}/2\omega_0, \quad \omega_2 = \omega_0(1+\sqrt{1-\beta})^{1/2} \approx \sqrt{2}\omega_0 \\ \omega_0 &= \sqrt{1/2(a_{11}+a_{22})}, \quad \beta = 4(a_{11}a_{22}-a_{12}^2)/(a_{11}+a_{22})^2 \end{aligned} \quad (1.7)$$

или, учитывая выражения для a_{11} , a_{12} , a_{22} :

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \frac{\Omega}{\rho} [(1+\rho^2-\lambda+\lambda^2 A_1/2A_2)/(2A_1+A_2)]^{1/2} \\ \beta &= \frac{4\rho^2 \lambda^2 (2B_1-B_2)}{B_2 [2(1+\rho^2-\lambda)+\lambda^2 B_1/B_2]^2} = \frac{\rho^2 \lambda^2 (2A_1/A_2-1)}{[1+\rho^2-\lambda+\lambda^2 A_1/2A_2]^2} \end{aligned} \quad (1.8)$$

Во всех конструкциях маятниковых приборов $l \ll b$, поэтому $\lambda \ll 1$, откуда следует, что $\beta \ll 1$. Величина ρ определяется весьма неточно, поэтому в выражениях (1.8) нет смысла удерживать слагаемые λ и λ^2 . Подставляя выражения для ω_0 и β в соотношения (1.7) и опуская малые по сравнению с 1 слагаемые, получим

$$\omega_1 \approx \Omega \frac{\lambda}{\sqrt{2(1+\rho^2)} A_2}, \quad \omega_2 = \Omega \frac{1}{\rho} \sqrt{\frac{2(1+\rho^2)}{2A_1-A_2}}$$

Поскольку $(2A_1-A_2) \ll A_2$, первая из частот существенно меньше второй: $\omega_1 \ll \omega_2$. Это следует также из соотношения $\omega_1/\omega_2 = \sqrt{\beta}/2$, которое вытекает из выражений (1.7).

2. Рассмотрим движение чувствительного элемента до удара об упор. Для описания собственных форм колебаний (1.6) удобно ввести безразмерные параметры $\xi_1 = -c_{21}/c_{11}$, $\xi_2 = -c_{22}/c_{12}$, которые на основании уравнений (1.5) определяются следующим образом:

$$\xi_1 = -(a_{11}-\omega_1^2)/a_{12}, \quad \xi_2 = -(a_{11}-\omega_2^2)/a_{12} \quad (2.1)$$

Теперь решение (1.6) можно представить в виде

$$\eta = c_{11} \cos(\omega_1 t + \gamma_1) + c_{12} \cos(\omega_2 t + \gamma_2) \quad (2.2)$$

$$\alpha = \xi_1 c_{11} \cos(\omega_1 t + \gamma_1) + \xi_2 c_{12} \cos(\omega_2 t + \gamma_2)$$

Значения ξ_1 и ξ_2 при малых β и λ найдем из соотношений (2.1):

$$\xi_1 = \frac{\rho}{1-1/2\lambda} \approx \rho, \quad \xi_2 = \frac{1-1/2\lambda+1/2\lambda^2(A_1/A_2-1)}{\rho} \approx -\frac{1}{\rho}$$

Подставляя эти выражения в решение (2.2), получим

$$\begin{aligned} \eta &= c_{11} \cos(\omega_1 t + \gamma_1) + c_{12} \cos(\omega_2 t + \gamma_2) \\ \alpha &= \rho c_{11} \cos(\omega_1 t + \gamma_1) - c_{12} \cos(\omega_2 t + \gamma_2) / \rho \end{aligned} \quad (2.3)$$

Будем считать, что до удара корпуса прибора о жесткое препятствие чувствительный элемент неподвижен относительно корпуса, а упругий подвес находится в ненапряженном состоянии. После удара корпуса прибора о препятствие (очень короткого импульса) корпус останавливается, а элемент продолжает двигаться с той же скоростью, тогда начальные условия запишутся так: $\eta = \alpha = \dot{\alpha} = 0$, $\dot{\eta} = -v_0$ при $t = 0$.

Первые два условия дают $\gamma_1 = \gamma_2 = \pi/2$, а из вторых определяются $c_{12} = -\omega_1 \rho^2 c_{11} / \omega_2$, $c_{11} = -v_0 / (1 + \rho^2) b \omega_1$. Решение (2.3) принимает вид

$$y = (c_{11} \sin \omega_1 t + c_{12} \sin \omega_2 t) b, \quad \vartheta = c_{11} \sin \omega_1 t - c_{12} \sin \omega_2 t / \rho^2 \quad (2.4)$$

В реальных конструкциях маятник выходит на упор менее чем за период высшей частоты: $\omega_2 t_{\max} < 2\pi$. Отсюда и из соотношений $\beta \ll 1$ и $\omega_1 = \omega_2 \sqrt{\beta} / 2$ следует $\omega_1 t_{\max} \ll 1$ и $\sin \omega_1 t \approx \omega_1 t$, поэтому решение (2.4) можно переписать в виде

$$y = -\frac{v_0}{1 + \rho^2} \left(t + \frac{\rho^2}{\omega_2} \sin \omega_2 t \right), \quad \vartheta = -\frac{v_0}{(1 + \rho^2) b} \left(t - \frac{1}{\omega_2} \sin \omega_2 t \right) \quad (2.5)$$

Вводя быстрое время $\tau = \omega_2 t$ и обозначив

$$\xi = -y(1 + \rho^2) \omega_2 / v_0, \quad \varphi = -\vartheta(1 + \rho^2) b \omega_2 / v_0 \quad (2.6)$$

запишем решение (2.5) в окончательном виде

$$\xi = \tau + \rho^2 \sin \tau, \quad \varphi = \tau - \sin \tau \quad (2.7)$$

3. Определим зависимость Q и M от t . Запишем соотношения (1.2), используя геометрическое соотношение $y \approx u + b\vartheta$:

$$\begin{aligned} Ql^3 / EI_m &= B_4 y + (\lambda B_3 - B_4) b \vartheta \\ Ml^2 / EI_m &= -B_2 y + (B_2 - \lambda B_1) b \vartheta \end{aligned}$$

или в безразмерном виде

$$Q_v = 2\xi - (2 - \lambda)\varphi, \quad M_v = -\xi + (1 - \lambda A_1 / A_2)\varphi \quad (3.1)$$

$$Q_v = -\frac{Ql^3}{EI_m} \frac{(1 + \rho^2) \omega_2}{B_2 v_0}, \quad M_v = -\frac{Ml^2}{EI_m} \frac{(1 + \rho^2) \omega_2}{B_2 v_0} \quad (3.2)$$

Перепишем (3.1), подставляя в них выражения (2.7):

$$Q_v = \lambda \tau + [2(1 + \rho^2) - \lambda] \sin \tau \quad (3.3)$$

$$M_v = -(A_1 / A_2) \lambda \tau - (1 + \rho^2 - \lambda A_1 / A_2) \sin \tau$$

4. Определим предельное состояние по прочности упругого шарнира. Формулы (3.3) дают связь между перерезывающей силой и моментом, поэтому можно рассчитать время τ_* , при котором в упругом шарнире напряжения достигнут предельного уровня $[\sigma]$. Сначала определим координату критического сечения s_* , в котором возникают максимальные напряжения. Проведенная проверка показала, что напряжения от перерезывающей силы оказываются меньше изгибных.

В рассматриваемой конструкции тонкие перемычки образованы цилиндрическими выточками, и при ограничении $|s| \leq l/2$ их поперечное сечение можно считать прямоугольным. Поэтому величина нормальных напряжений от момента в поперечных сечениях упругих шарниров опре-

деляется по формуле

$$\sigma = M(s)/W(s) = 3Ql|^{1/2} + M/Ql - s/l / 2Rh_m^2 (1 + \kappa s^2/l^2)^2 \quad (4.1)$$

Здесь $h = h_m(1 + \kappa s^2/l^2)$ — высота поперечного сечения, $\kappa = l^2/Rh_m$ (фиг. 3).

Обозначим $\delta = l/2 + M/Ql$ и введем безразмерную величину нормальных напряжений в поперечных сечениях упругих шарниров $\Sigma = \sigma 2Rh_m^2/Ql$, с учетом которой выражение (4.1) принимает вид

$$\Sigma = 3|\delta - s/l| / (1 + \kappa s^2/l^2)^2 \quad (4.2)$$

Используя соотношение (3.3), нетрудно получить оценку величины δ :

$$\delta = \frac{1}{2} + \frac{M_v}{Q_v} = - \frac{2A_1 - A_2}{2A_2} \frac{\tau - \sin \tau}{\tau + [2(1 + \rho^2)/\lambda - 1] \sin \tau}$$

так как $(2A_1 - A_2) \ll 2A_2$, $\tau < \pi$, то $\delta \ll 1$.

Приравняв производную $d\sigma/ds$ нулю, найдем координату критического поперечного сечения, которая с учетом малости δ получается равной $s_* = l/\sqrt{3\kappa}$.

Подставив значение s_* в (4.2), найдем безразмерную величину максимальных изгибных напряжений $\Sigma_m \approx 9/16 \sqrt{3/\kappa}$.

Если максимальные напряжения достигают предела текучести, то будем считать, что величина перерезывающей силы достигает предельного значения Q_1 , и учитывая, что $\Sigma = \sigma 2Rh_m^2/Ql$, найдем $Q_1 = 2Rh_m^2[\sigma]/\Sigma_m$, откуда на основании (3.2) получим

$$Q_v = \frac{6(1 + \rho^2)\omega_2[\sigma]l^2}{B_2 \Sigma_m E h_m v_0} \quad (4.3)$$

Поскольку τ_1 соответствует моменту достижения Q_1 , то из первого уравнения (3.3) с учетом (4.3) получаем уравнение для определения τ_1 :

$$\tau_1 + \left[\frac{2(1 + \rho^2)}{\lambda} - 1 \right] \sin \tau_1 = \frac{6(1 + \rho^2)[\sigma]\omega_2 l b (2A_1 - A_2)}{\Sigma_m E h_m v_0} \quad (4.4)$$

Здесь учтено, что $B_2 = 1/(2A_1 - A_2)$.

Отметим, что τ_1 зависит от геометрических размеров упругого шарнира, прочности его материала, динамических характеристик чувствительного элемента и начальной скорости.

5. Определим зависимость между временем достижения упора τ_2 и начальной скоростью v_0 . Будем считать, как обычно, что упор ограничивает угловое перемещение чувствительного элемента, т. е. $\phi \leq \phi_p$ — рабочего угла прибора, поэтому условие достижения упора имеет вид $a = \phi_p L = y + (L - b)\phi$, где a — расстояние от оси x до упора, L — расстояние от оси подвеса до упора.

С учетом обозначений (2.6) последнее уравнение в безразмерном виде записывается так: $\phi_p \Lambda = \zeta + (\Lambda - 1)\phi$, где $\Lambda = L/b$.

Подставляя сюда выражения для ζ и ϕ из соотношений (2.7), получим уравнение для определения времени достижения упора

$$\tau_2 + \left(\frac{1 + \rho^2}{\Lambda} - 1 \right) \sin \tau_2 = -\phi_p \frac{(1 + \rho^2)\omega_2 b}{v_0} \quad (5.1)$$

Отметим, что τ_2 зависит от геометрических и динамических характеристик чувствительного элемента, положения упора и начальной скорости.

6. Для надежной работы прибора необходимо, чтобы в шарнирах чувствительного элемента не возникали остаточные деформации. При этом возможности упругого подвеса используются полностью, если к моменту удара об упор напряжения в шарнирах равняются допустимым. Если при-

нять, что время движения элемента до упора равно времени, за которое максимальные напряжения в поперечных сечениях упругих шарниров достигают предела текучести, т. е. $\tau_2 = \tau_1$, можно найти зависимость между указанным временем и расстоянием L_1 от оси подвеса до упора. Введем обозначения

$$N = \frac{6(1+\rho^2)[\sigma]\omega_2 lb(2A_1 - A_2)}{\Sigma_m E h_m}, \quad R = \frac{2(1+\rho^2)}{\lambda} - 1$$

$$K = -\vartheta_p(1+\rho^2)\omega_2 b$$

и перепишем уравнения (4.4) и (5.1) в виде

$$v_0 = \frac{N}{\tau_1 + R \sin \tau_1}, \quad v_0 = \frac{K}{\tau_2 + [(1+\rho^2)/\lambda - 1] \sin \tau_2} \quad (6.1)$$

Приравнивая правые части этих уравнений и учитывая, что $\tau_2 = \tau_1$, получаем уравнение, связывающее τ_1 и Λ_1 :

$$\Lambda_1 = \frac{D}{F - \tau_1 / \sin \tau_1}, \quad D = \frac{(1+\rho^2)C}{C-1}, \quad F = \frac{R+C}{C-1} \quad (6.2)$$

$$C = N/K = 6,158[\sigma]l(2A_1 - A_2)\sqrt{\chi}/(\vartheta_p E h_m)$$

В последней формуле учтено значение $\sigma_m \approx 9/16\sqrt{3}/\chi$.

Формулы (5.4) и (6.2) связывают координату упора L_1 и начальную скорость v_0 при данных геометрических и прочностных параметрах и при условии, что в момент удара об упор достигаются допустимые напряжения, т. е. наиболее полно используются характеристики упругих шарниров.

7. Вопрос о месте расположения упоров решается с учетом послеударного поведения упругого подвеса. В момент удара чувствительного элемента об упор на упругий подвес действует импульс силы, равный $\int F(t) dt = \langle F \rangle \Delta t$.

Упоры необходимо расположить таким образом, чтобы остановить поступательное и вращательное движение элемента и при этом не нагрузить дополнительно упругие шарниры перерезывающей силой и изгибающим моментом. Эти требования выражаются следующим образом:

$$m\dot{y}^* = \langle F \rangle \Delta t, \quad I_0 \dot{\vartheta}^* = \langle F \rangle \Delta t (L_2 - b) \quad (7.1)$$

где L_2 — расстояние до упора, определяемое только из условия послеударного поведения упругого подвеса.

Разделив первое уравнение (7.1) на второе и перейдя к безразмерным величинам, получим

$$\Lambda_2 = 1 + \rho^2 \varphi^* / \xi^* \quad (7.2)$$

Дифференцируя φ и ξ по τ с учетом $\tau = \omega_2 t$ и формул (2.7) и подставляя полученные выражения в уравнение (7.2), найдем

$$\Lambda_2 = (1+\rho^2)/(1+\rho^2 \cos \tau_3) \quad (7.3)$$

Эта формула устанавливает зависимость между координатой упора L_2 и временем достижения упора t_3 при заданном ρ и при условии полной остановки чувствительного элемента после удара об упор.

8. Формулы (6.2) и (7.3) определяют Λ как функцию τ исходя из разных физических условий. Если же потребовать одновременного удовлетворения обоим условиям, т. е. считать $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_p$, то можно найти однозначное решение для L_p и t_p (расчетных), а следовательно, и для $v_0 = v_p$ по первой формуле (6.1). При этом в момент удара об упор наибольшие напряжения в упругом подвесе достигают предела текучести, после удара об упор линейная и угловая скорости чувствительного элемента обращаются в нуль. Для определения t_p нужно приравнять правые

части соотношений (6.2) и (7.3) и решить полученное уравнение

$$D(F - \tau_p / \sin \tau_p)^{-1} = (1 + \rho^2) / (1 + \rho^2 \cos \tau_p) \quad (8.1)$$

Затем по формулам (6.2) или (7.3) определяется расчетное расположение упора Λ_p и по любой из формул (6.1) — соответствующая расчетная скорость v_p .

В случае постановки упора в расчетное положение при скоростях удара $v_0 < v_p$ напряжения в упругих шарнирах окажутся меньше допустимых, т. е. материал шарнира оказывается недогруженным.

Определим величину потери прочности упругого подвеса при установке упоров в точке, отличной от расчетной. В этом случае при ударе об упор элемент теряет одну степень свободы и может лишь вращаться относительно упора.

Величину изменения количества движения и момента количества движения при ударе можно записать так:

$$m(y_-^* - y_+^*) = S, \quad I_0(\vartheta_-^* - \vartheta_+^*) = S(L - b) \quad (8.2)$$

Здесь y_-^* , ϑ_-^* , y_+^* , ϑ_+^* — линейные и угловые скорости чувствительного элемента непосредственно перед ударом об упор и после него соответственно. Исключая импульс S , получим

$$y_-^* - y_+^* = r^2(\vartheta_-^* - \vartheta_+^*) / (L - b) \quad (8.3)$$

Вращение относительно упора дает кинематическое соотношение

$$y^* = -(L - b)\vartheta^* \quad (8.4)$$

Подставляя (8.4) в (8.3) и переходя к безразмерным параметрам, получим выражение угловой скорости непосредственно после удара об упор

$$\varphi_+^* = -\frac{1}{(\Lambda - 1)^2 + \rho^2} [(\Lambda - 1)\xi_-^* - \rho^2\varphi_-^*]$$

Уравнение движения чувствительного элемента после удара об упор, записанное в безразмерном виде, выглядит так:

$$\Pi\varphi'' - Q_v + \Lambda M_v / L = 0$$

$$\Pi = 2(1 + \rho^2) [(\Lambda - 1)^2 + \rho^2] / (\rho^2\Lambda)$$

Используя выражение (3.1) и пренебрегая малыми величинами, перепишем последнее уравнение в виде

$$\Pi\varphi'' + 2(\varphi - \xi) = 0 \quad (8.5)$$

Уравнение (8.4) после интегрирования принимает вид

$$(\varphi - \varphi_-)(\Lambda - 1) = -\xi + \xi_- \quad (8.6)$$

что позволяет исключить ξ из уравнения (8.5) и получить искомое дифференциальное уравнение

$$\varphi'' + w^2(\varphi - \varphi^*) = 0 \quad (8.7)$$

$$w^2 = 2\Lambda / \Pi, \quad \varphi^* = [\xi_- + (\Lambda - 1)\varphi_-] / \Lambda$$

Запишем начальные условия $\varphi = \varphi_- = \varphi_+$, $\varphi' = \varphi_+'$, при $\tau = \tau_2$. Максимальные напряжения σ_m достигаются при $\varphi = 0$, т. е. в момент остановки τ_m . Соответствующее значение φ_m находится из формулы

$$\varphi_m = c_1 \sin w\tau_m + c_2 \cos w\tau + \varphi^*$$

$$c_1 = (\varphi_- - \varphi^*) \sin w\tau_2 + \varphi_+' \cos w\tau_2 / w$$

$$c_2 = (\varphi_- - \varphi^*) \cos w\tau_2 - \varphi_+' \sin w\tau_2 / w, \quad \tau_m = [\arctg(c_1 / c_2)] / w$$

Величина ξ определяется из уравнения (8.6), затем вычисляется величина Q_v по формуле (3.1) и, наконец, можно определить напряжения по формуле

$$\sigma_m = \frac{3\sqrt{3}}{32} \frac{B_2 \sqrt{r h_m E v_0 h_m}}{1 + \rho^2 \omega_2 l^3}$$

вытекающей из соотношений: $\Sigma = \sigma 2R h_m^2 / Ql$ и $\Sigma_m \approx \sqrt[9]{16 \sqrt{3} / \nu}$.

Относительную величину потери прочности упругого подвеса при установке упоров в точке, отличной от расчетной, и отношение допустимой скорости v_g к расчетной v_p характеризует величина σ / σ_m .

Пример. Для значений параметров $\rho=0,7$; $\lambda=0,0618$; $R=47,23$; $\nu=20,45$; $C=12,55$; $D=1,619$; $F=5,175$ расчетный случай характеризуется величинами $\tau_p=2,545$, $\varphi_p=-1,983$; $\xi_p=2,820$; $\Lambda_p=2,505$.

При установке упоров в точке, отличной от расчетной, при $\Lambda=2,98$ получаем следующие значения параметров движения чувствительного элемента и перерезывающей силы: $\tau_1=2,557$; $\varphi_1^*=2,005$; $\xi_1^*=2,827$; $\varphi^*=2,279$; $w=0,662$; $\varphi_+^*=-0,06178$; $\tau_m=3,052$; $\varphi_m=1,989$; $\xi_m=2,858$; $Q_{vm}=1,860$; $\Sigma_m=0,215$; $Q_{v1}=1,797$.

Результаты расчета показывают, что при небольшом отличии расположения упоров от расчетного (на 20%) допустимая ударная скорость уменьшается всего лишь на 3,5%. Поскольку зависимость отношения v_g / v_p от величины L / L_p близка к параболической, то при $L=2L_p$ допустимая скорость уменьшается уже вдвое.

Проведенные расчеты позволяют более обоснованно выбирать параметры прибора в том случае, когда из-за конструктивных особенностей нельзя установить упор в оптимальном положении, при котором упругий подвес выдерживает наибольшие по величине ударные перегрузки по сравнению с расположением упоров, отличным от расчетного.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лойцянский Л. Г., Лурье А. И. Курс теоретической механики. М.: Гостехиздат, 1955. 380 с.

Москва

Поступила в редакцию
21.IX.1983.