

УДК 539.375

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОТКОЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ
С УЧЕТОМ МИКРОПОВРЕЖДЕНИЙ

РУЗАНОВ А. И.

Экспериментальные исследования металлов, полимеров, горных пород, проведенные в последнее время, показали, что разрушение при динамических нагрузках есть многостадийный процесс, состоящий из зарождения в наиболее слабых и нагруженных местах большого количества микродефектов (микропор, микротрещин), их роста и слияния. В зависимости от материала, условий нагружения существует разное характерное время образования трещин или дробления и указанные стадии имеют различный удельный вес в общей долговечности конструкции, однако в любом случае для завершения разрушения требуется некоторый конечный интервал времени, зависящий от истории напряженно-деформированного состояния. Все это приводит к необходимости в большинстве случаев использовать для оценки динамической прочности твердых тел концепцию накопления повреждений, которые берут в основу изменение структуры материала в течение процесса деформирования и разрушения. Появление большого количества несплошности может приводить к релаксации напряжений, а с другой стороны — к изменению механических свойств материала, что в свою очередь оказывает влияние на кинетику напряжений, деформаций и разрушения. В связи с этим широкое распространение начинают получать модели, учитывающие зарождение и рост различных несплошностей [1–3].

В [4] на базе исследований [1–2] развита модель разрушения, учитывающая образование в материале пор, их дальнейший рост и слияние.

Следует отметить, что зарождение и рост пор не является единственным возможным механизмом разрушения; дефекты (несплошности) в зависимости от вида воздействий, состояния тел могут различаться не только размерами, но и формой. При разрушении тел, находящихся в сравнительно хрупком состоянии и характеризующихся небольшим сопротивлением распространению трещин, возникают и разрушаются остроконечные микротрещины (круглые плоские микротрещины) [1, 2].

Существенную роль при динамическом разрушении играет и образование областей интенсивной сдвиговой деформации [5]. Установлено, что при высоких скоростях деформирования процесс пластического течения превращается в адиабатический. Выделенное тепло при определенных условиях концентрируется в плоских тонких зонах толщиной до нескольких десятков микрон, расположенных вдоль плоскостей максимальных касательных напряжений, что приводит к значительному увеличению пластичности. Подобные разрушения наблюдались, в частности, в цилиндрах из сталей, нагруженных взрывом. В ряде работ развивается модель разрушения, учитывающая образование и рост адиабатических полос сдвига [5]. Однако указанные вопросы могут являться предметом самостоятельных исследований и в публикуемой работе в дальнейшем не рассматриваются.

Модель, развитая в [4], используется для анализа разрушений в меди и результаты сопоставляются с экспериментальными данными [6]. При этом рассматриваются процессы разрушения в субмикросекундном диапазоне, когда длительность действия напряжений не превышает 1 мкс. Ранее [4] проведены оценки применимости модели путем сопоставления численных результатов с данными физических экспериментов и с расчётами авторов [1, 2] в большем спектре длительностей действия напряжений.

1. Задача о распространении волн напряжений в разрушающемся твердом теле в общем случае описывается системой дифференциальных уравнений сохранения массы, импульса, энергии и уравнений состояния среды, учитывающих образующиеся и развивающиеся в ней дефекты. В условиях деформирования и разрушения при динамических нагрузках напряженное состояние в большинстве случаев существенно меняется на

расстояниях, значительно превышающих размер дефектов, образующихся в начальной стадии процесса. В связи с этим, а также в силу неопределенности и множественности начальных и граничных условий элементарных актов разрушения возможно изменение масштаба описания процесса разрушения. В качестве дифференциального объема можно выбрать объем среды, содержащий внутри себя множество несплошностей, и считать его при этом в среднем сплошным, т. е. не следить за развитием отдельных дефектов, а учитывать их суммарное действие.

Модель поведения среды, развитая в [4], построена из двух составных частей: соотношений, описывающих законы зарождения несплошностей и их развития; уравнений, определяющих упругопластическое поведение материала с учетом релаксации напряжений и изменения механических свойств вследствие образования и роста дефектов.

Уравнение для изменения во времени относительного объема пор может быть приведено к виду [2, 4]:

$$V_n = V_{n0} \exp[3T(P_s - P_{g0})\Delta t] + 8\pi N^* R^3 \Delta t \quad (1.1)$$

где V_{n0} — относительный объем пор в момент времени t , P_s — давление в твердом теле, P_{g0} , T — некоторые постоянные, R — параметр распределения образовавшихся за время от t до $t+\Delta t$ пор, N^* — скорость зарождения пор в единице объема.

При этом было принято [1, 2], что скорость зарождения пор зависит только от гидростатического давления: $N^* = N_0 \exp[(P_s - P_{n0})/P_1]$, где P_1 — некоторая постоянная, P_{n0} — пороговое значение давления, ниже которого в среде не происходит образование пор.

Для описания поведения материала в процессе деформирования и разрушения используется теория пластичности пористых тел. Наиболее широко используемой моделью пористых материалов является феноменологическая модель В. Херрмана и ее обобщения [7, 8].

Характерной особенностью пластической деформации пористых материалов является то, что она сопровождается необратимым изменением объема и условие текучести зависит от гидростатической компоненты напряжения. Согласно исследованиям [9, 10], условие текучести пористого материала с матричным металлом, не имеющим деформационного упрочнения, имеет вид

$$\sigma_{ij}\sigma_{ij} + \left(\frac{2}{3f^2} - 3\right)\sigma_m^2 = \frac{2}{3}\rho^{2n}\sigma_t^2 \quad \left(\sigma_m = \frac{\sigma_{ii}}{3}, f = \frac{1}{2,5\sqrt{1-\rho}}\right) \quad (1.2)$$

где σ_{ij} — компоненты тензора напряжений, ρ — относительная плотность, связанная с объемом пор V_n из (1.1) уравнением $\rho = 1 - V_n$, σ_t — предел текучести матричного металла, n — постоянная.

Удельный объем среды с порами представляется в виде суммы удельных объемов твердой компоненты вещества v_s и пор v_n ($v = v_s + v_n$). Удельный объем пор v_n связан с относительными объемами пористого материала — пор зависимостью $v_n = V_n/V/\rho_0$, где ρ_0 — начальная плотность материала. Для дальнейшего удобно ввести в рассмотрение параметр $\alpha = v_s/v$, называемый пористостью.

Скорости деформаций в сплошном материале будут отличаться от скоростей деформаций в пористом материале при изменении в результате деформирования объема пор. Если скорость объемного расширения сплошного материала $\theta_s = v_s/v$, а пористого — $\theta = v/v$, то нетрудно получить

$$\theta_s = \theta [1 + \alpha v / (\alpha v)] \quad (1.3)$$

Аналогичными соотношениями будут связаны и скорости деформаций в сплошном и пористом материалах [8]:

$$(\varepsilon_{ij})_s = \varepsilon_{ij} [1 + \alpha v / (\alpha v)] \quad (1.4)$$

В модели пористого материала [7, 8] делается предположение, что поверхностной энергией пор можно пренебречь и считать, что удельная внутренняя энергия пористого материала равна энергии твердой компоненты вещества. Тогда тензор напряжений для пористого тела будет связан с тензором напряжений в сплошном материале следующим равенством [7, 8]:

$$\sigma_{ij} = \alpha(\sigma_{ij})_s \quad (1.5)$$

Аналогичные соотношения будут иметь место и для девиаторных составляющих тензора напряжений $S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_m \delta_{ij}$.

Далее допускается возможность представления приращения тензора деформаций в виде суммы упругой и пластической частей

$$\Delta \varepsilon_{ij} = \Delta \varepsilon_{ij}^e + \Delta \varepsilon_{ij}^p \quad (1.6)$$

причем приращения упругих деформаций связаны с приращениями тензора напряжений в сплошном материале обобщенным законом Гука, который с учетом равенств (1.3) – (1.5) записывается в виде (λ , G – модули упругости Ламе):

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{ij} &= \Delta \alpha \sigma_{ij} / \alpha + \alpha (\Delta \sigma_{ij})_s = \Delta \alpha \sigma_{ij} / \alpha + \\ &+ \alpha [1 + \alpha' v / (\alpha v')] (2G \Delta \varepsilon_{ij}^e + \lambda \Delta \theta^e \delta_{ij}), \quad \Delta \theta^e = \Delta \varepsilon_{ii}^e \end{aligned} \quad (1.7)$$

Используя функцию текучести (1.2) в качестве пластического потенциала, можно определить приращения пластических деформаций

$$\Delta \varepsilon_{ij}^p = d\lambda [\sigma_{ij} + (2/f^2 - 1) \sigma_m \delta_{ij}] \quad (1.8)$$

Скалярный множитель $d\lambda$ находится из условия того, что точка $\sigma_{ij} + \Delta \sigma_{ij}$ должна оставаться на поверхности текучести (1.2) [4]. Скорость изменения объемной доли пор, которая может быть охарактеризована относительной плотностью $\rho = \alpha$, связана с пластическим изменением объема

$$\dot{\rho} / \rho = -\theta^p (\theta^p = \dot{\varepsilon}_{ii}^p) \quad (1.9)$$

Таким образом, процесс вычисления сводится к следующей процедуре. Исследуемое тело (или система тел) разбивается на части (некоторые эталонные объемы), размер которых достаточно велик по сравнению с характерным размером зародышевых трещин. С другой стороны, размеры этих частей должны быть достаточно малы по сравнению с характерными масштабами изменения напряжений в исследуемом теле [11]. При использовании численных методов в качестве эталонного объема может быть выбрана ячейка конечно-разностной сетки, и в ней прослеживается кинетика напряженно-деформированного состояния и кинетика развития пор.

Для определения пластических деформаций, напряжений, объема полостей в эталонном объеме используется метод последовательных приближений, заключающийся в следующем. Вначале объем полостей V_n (или относительная плотность ρ) находится в предположении обратимости процесса сжатия пор. Функциональную форму для обратимых зависимостей можно выбрать аналогично [7], не зависящей от сдвиговой прочности, или взять ρ с предыдущего этапа по времени, так как изменение объема полостей до начала текучести незначительно. Затем определяются приращения тензора напряжений в предположении упругой работы материала $\Delta \sigma_{ij}^e = (\Delta \alpha / \alpha) \sigma_{ij} + \alpha (\Delta \sigma_{ij}^e)_s = (\Delta \alpha / \alpha) \sigma_{ij} + \alpha [1 + \alpha' v / (\alpha v')] (2G \Delta \varepsilon_{ij}^e + \lambda \Delta \theta^e \delta_{ij})$, и если полученное состояние $\sigma_{ij} + \Delta \sigma_{ij}^e$ выходит за поверхность текучести (1.2), то напряженное состояние возвращается на поверхность текучести по нормали. Этим самым определяется скалярный множитель $d\lambda \geq 0$ в (1.8) и приращения тензора пластических деформаций, из уравнения (1.9) – относительная плотность, новая поверхность текучести – из (1.2) и процесс вычислений повторяется.

При $\sigma_m < 0$ происходит упруго-пластическое закрытие пор, а при $\sigma_m > 0$

может происходить зарождение и рост пор. В этом случае процесс вычисления несколько видоизменяется. Поскольку было предположено [1, 2, 4], что скорость зарождения и роста пор зависит только от давления $P = -\sigma_m$, то сначала решается уравнение кинетики изменения полостей (1.1) совместно с уравнением состояния для давления твердой компоненты вещества, в частности

$$P_s = K \{1/[V(1-V_n)] - 1\} \quad (1.10)$$

Одновременно должно быть получено решение для числа пор, их объема и давления P_s , соотношения между которыми существенно нелинейны. Для этого используется итерационный метод Ньютона — Рафсона. Таким образом, в результате совместного решения уравнений (1.1) и (1.10) определяется гидростатическая компонента напряжения и объем пор, т. е. пористость материала фактически определяется процессами возникновения и роста пор в результате разрывов сплошности. Поверхность текучести (1.2) в данном случае определяется из самой теории, и далее вычисляются только девиаторные составляющие тензора напряжений.

Поскольку ниже решается задача о плоском соударении пластин, запишем законы сохранения массы, импульса и энергии для одномерного случая (одноосная деформация). Система уравнений одномерного движения в декартовой системе $OXYZ$ имеет вид

$$\begin{aligned} v^{-1} \partial v / \partial t &= \partial u / \partial x, & v^{-1} \partial u / \partial t &= \partial \sigma_x / \partial x \\ \partial E / \partial t &= v \rho_0 \varepsilon_x \cdot S_x - \rho_0 (P + q) \partial v / \partial t \end{aligned} \quad (1.11)$$

Здесь ρ_0 — начальная плотность, u — скорость по оси X , σ_x , $\sigma_y = \sigma_z$ — компоненты тензора напряжений σ_{ij} , $\varepsilon_x = \partial u / \partial x$, $\varepsilon_y = \varepsilon_z = 0$ — компоненты тензора скоростей деформаций, q — искусственная вязкость Рихтмайера — Неймана, E — внутренняя энергия на единицу начального объема.

При такой записи системы (1.11) движение рассматривается на лагранжевой сетке (в качестве независимых переменных берутся лагранжиевы координаты), однако при этом используются зависимые переменные Эйлера — эйлеровы тензоры напряжений и скоростей деформаций. Такая форма записи уравнений очень удобна при исследовании задач, в которых поведение зависит от истории деформирования [12].

Пусть x_1, x_2 — координаты пластины-ударника, x_3, x_4 — координаты пластины-мишени, причем все они являются в процессе решения функциями времени.

Тогда задача о соударении пластин сводится к следующей краевой задаче. В прямоугольнике ($0 \leq t \leq T_1$, $x_1 \leq x \leq x_4$) требуется найти решение системы (1.11) совместно с уравнениями состояния и уравнением (1.1), удовлетворяющее нулевым граничным условиям и начальным данным $u(x, 0) = U_1$ ($x_1 \leq x \leq x_2$), $u(x, 0) = 0$ ($x_3 \leq x \leq x_4$), $v(x, 0) = 1/\rho_0$, $\sigma_x(x, 0) = E(x, 0) = 0$ ($x_1 \leq x \leq x_4$).

При этом в точке контакта необходимо также ставить граничные условия и предусматривать отскок ударника от мишени.

Поставленная задача решается численно с использованием явной конечно-разностной схемы в переменных Лагранжа с введением в зонах ударного сжатия искусственной вязкости Рихтмайера — Неймана [12]. Для этого в прямоугольнике ($0 \leq t \leq T_1$, $x_1 \leq x \leq x_4$) вводится сетка с шагом по времени Δt^n и шагом по пространственной координате Δx_j , и производные по t и x заменяются центральными конечно-разностными операторами со вторым порядком точности

$$\frac{u_j^{n+\frac{1}{2}} - u_j^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t^n} = v_j^n \frac{(\sigma_x - q)_{j+\frac{1}{2}}^n - (\sigma_x - q)_{j-\frac{1}{2}}^n}{x_{j+\frac{1}{2}}^n - x_{j-\frac{1}{2}}^n} \quad (1.12)$$

$$\frac{v_{j+\frac{1}{2}}^{n+1} - v_{j+\frac{1}{2}}^n}{\Delta t^{n+\frac{1}{2}}} = \frac{u_{j+1}^{n+\frac{1}{2}} - u_j^{n+\frac{1}{2}}}{m_{j+\frac{1}{2}}} \quad (1.13)$$

$$\frac{E_{j+\frac{1}{2}}^{n+1} - E_{j+\frac{1}{2}}^n}{\Delta t^{n+\frac{1}{2}}} = v_{j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} (\rho_0)_{j+\frac{1}{2}} (S_x^{n+\frac{1}{2}}) \quad (1.14)$$

$$\frac{u_{j+1}^{n+\frac{1}{2}} - u_j^{n+\frac{1}{2}}}{x_{j+1}^{n+\frac{1}{2}} - x_j^{n+\frac{1}{2}}} - (\rho_0)_{j+\frac{1}{2}} (P+q)_{j+\frac{1}{2}} \frac{u_{j+1}^{n+\frac{1}{2}} - u_j^{n+\frac{1}{2}}}{m_{j+\frac{1}{2}}}$$

где $m_{j+\frac{1}{2}}$ — масса ячейки конечно-разностной сетки.

Предполагаем, что все величины с индексом n или меньше известны. Тогда из (1.12) найдем скорости $u_j^{n+\frac{1}{2}}$ для всех j , по ним — приращения деформаций $(\Delta \varepsilon_x^{n+\frac{1}{2}})_{j+\frac{1}{2}}$, а из (1.13) — удельный объем $v_{j+\frac{1}{2}}^{n+1}$ для всех j .

U_1	h_1	h_2	σ_-	σ_+	V_n
240	0,015	0,048	4,0	2,5	0,105
340	0,015	0,048	4,9	2,8	0,158
350	0,015	0,048	5,8	3,3	0,192
380	0,015	0,048	6,5	3,7	0,247
140	0,029	0,095	2,37	1,8	0,02
180	0,029	0,095	3,0	1,9	0,1
220	0,029	0,095	3,7	1,8	0,257
250	0,029	0,095	4,2	2,3	0,399
80	0,096	0,29	1,4	1,1	—
100	0,096	0,29	1,6	1,5	0,02
140	0,096	0,29	2,4	1,75	0,237
160	0,096	0,29	2,7	2,0	0,456
220	0,096	0,29	3,7	2,3	0,75
120	0,096	0,29	2,05	1,62	0,044

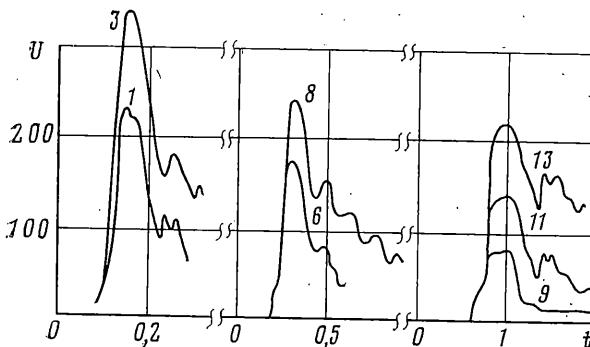
Дальше используются описанные уравнения состояния совместно с уравнением энергии (1.14), определяются $(\sigma_x^{n+1})_{j+\frac{1}{2}}$, $E_{j+\frac{1}{2}}^{n+1}$ и цикл вычислений повторяется. Разностная схема будет устойчивой, если выполняется условие устойчивости Куранта [12].

2. В [6] проводились эксперименты по соударению медных пластинок с целью исследования временной зависимости прочности в субмикросекундном диапазоне. Последовательным увеличением скорости удара находили для каждой толщины ударника значение скорости, при которой происходил откол или образовывалась трещина. Факт наличия трещины определялся травлением поперечного среза образца. Путем решения упругопластической задачи о соударении пластин проведено моделирование на ЭВМ описанных экспериментов.

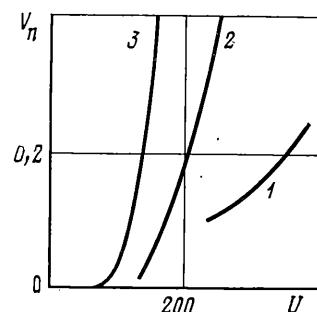
Численные результаты получены при следующих данных для меди: плотность $\rho=8,93 \text{ г/см}^3$, модуль сдвига $G=41 \text{ ГПа}$, модуль объемного сжатия $K=115 \text{ ГПа}$, предел текучести $\sigma_t=0,3 \text{ ГПа}$, константы в соотношении (1.1) $-P_{g0}=0,5 \text{ ГПа}$, $P_{n0}=-0,5 \text{ ГПа}$, $T=0,0125 \text{ Па}^{-1}\text{с}^{-1}$. Расчетам предшествовал анализ влияния параметров конечно-разностной схемы (шага по пространственной координате, шага по времени, коэффициента искусственной вязкости) на результаты численного эксперимента; эти величины подбирались таким образом, чтобы их влияние на результаты решения задачи было минимальным. В частности, выясниено, что относительный объем полостей целесообразно сопоставлять при одинаковом шаге по пространственной координате.

В расчетах использовалась сетка с шагом $\Delta x=0,0032 \text{ см}$. Результаты расчетов представлены в таблице и на фиг. 1–3. В таблице U_1 (м/с) означает скорость пластины ударника, h_1 (см) — ее толщина, h_2 — толщина образца (мишени), σ_- (ГПа) — величина импульса скимающих напряжений, σ_+ — максимальное значение растягивающих напряжений в плоскости откола, V_n — относительный объем пор в плоскости откола. За плоскость откола принималась плоскость в образце, на которой имеет место максимальная величина повреждения.

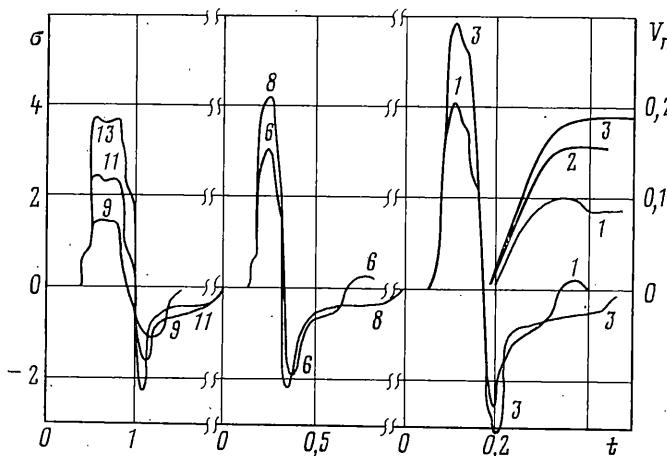
На фиг. 1 по оси абсцисс отложено время (мкс), а по оси ординат — скорость свободной поверхности мишени (м/с); на фиг. 2 представлено изменение во време-



Фиг. 1



Фиг. 3



Фиг. 2

ни объемной доли полостей и напряжений в плоскости откола для различных условий соударения. Номера кривых на фигурах соответствуют номерам вариантов в таблице (каждая строка соответствует своему варианту).

Возникающая при соударении волна сжимающих напряжений отражается от свободной поверхности образца и при ее взаимодействии со встречной волной разгрузки, идущей от свободной поверхности пластины ударника, в мишени образуется область растягивающих напряжений (фиг. 2). При достижении растягивающими напряжениями (давлением) порогового значения $P_{\text{нр}}$ в мишени образуются поры. С ростом концентрации пор происходит разгрузка материала в зоне растущих полостей (фиг. 2), что вызывает распространение возмущения (откольного импульса).

При достижении откольным импульсом свободной поверхности образца ее скорость возрастает (фиг. 1). Скорость накопления относительного объема пор существенно возрастает с увеличением скорости соударения. Если V_n меньше 0,1–0,15, то после растягивающих напряжений в плоскости откола развиваются сжимающие напряжения и происходит уплотнение пор. Большие уровни повреждений накапливаются уже в два этапа. При этом характер изменения напряжений в плоскости откола становится качественно другим: увеличивается длительность действия растягивающих напряжений, уплотнения пор не происходит. Это связано с тем, что с увеличением величины напряжений скорость порообразования возрастает, формируется более интенсивный откольный импульс, который, отражаясь от свободной поверхности образца, приходит к плоскости откола в виде растягивающих напряжений и способствует дальнейшему росту пор. При этом оказалось, что растягивающие напряжения в плоскости откола с увеличением скорости удара возрастают гораздо медленнее, чем величина импульса сжимающих напряжений.

В частности, при увеличении скорости удара от 80 до 380 м/с максимальное значение растягивающих напряжений увеличилось от 1,1 до 3,7 ГПа, тогда как σ возросла от 1,4 до 6,5 ГПа (таблица). Растягивающие напряжения в плоскости формируются вследствие конкуренции двух процессов: возрастание напряжений, которое определяется скоростью нарастания, условиями нагружения, и релаксации напряжений вследствие накопления повреждений. В данных условиях, по-видимому, про-

цесс образования и роста пор протекает быстрее, чем процесс нарастания растягивающих напряжений в плоскости откола, что и приводит к их ограничению.

Важным при экспериментальных исследованиях динамического разрушения является определение толщины откольной пластины. Очевидно, что отделение откольной пластины будет происходить по плоскости с максимумом повреждений. Координаты этой плоскости для различных толщин ударников были равны $x_* = 0,032; 0,0649; 0,192$ см, а отношения толщины откольной пластины к толщине ударника $\Delta/h_1 = 1,065; 1,04; 1,02$ соответственно. Это показывает, что относительная толщина откола Δ/h_1 в толстых мишениях меньше, чем в тонких. Следует отметить, что повреждения образуются в большом числе элементов и охватывают почти половину мишени, но наиболее значительные имеют место в узкой зоне (порядка 0,02 см), где, очевидно, при более интенсивных нагрузках формируется магистральная трещина и происходит полное разделение мишени.

Как видно из численных результатов, с увеличением толщины ударника скорость, необходимая для создания одинаковой величины повреждений, уменьшается, что наблюдается и в [6]. Прямое сравнение с приведенными результатами опытов не представляется возможным, поскольку критическая скорость пластины-ударника, полученная в [6], зависит от выбранной в качестве критерия откола величины поврежденности. По результатам расчетов можно построить график зависимости относительного объема полостей от скорости удара для различных толщин ударников (фиг. 3), кривая $1 - h_1 = 0,015$ см, $2 - 0,029$ см, $3 - 0,096$ см. Отсюда можно получать скорость соударения, необходимую для возникновения любой степени поврежденности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Barbee T. W., Seaman L., Grewdson R., Curran D. R. Dynamic fracture criteria for ductile and brittle metals.—J. Mater., 1972, v. 7, No. 3, p. 393–401.
2. Seaman L., Curran D. R., Shockley D. A. Computational models for ductile and brittle fracture.—J. Appl. Phys., 1976, v. 47, No. 11, p. 4814–4826.
3. Глушко А. И. Исследование откола как процесса образования микропор.—Изв. АН СССР. МТТ, 1978, № 5, с. 132–140.
4. Рузанов А. И. Численное моделирование процессов разрушения твердых тел при импульсных нагрузках.—Прикладные проблемы прочности и пластичности. Горький: Изд-во Горьк. ун-та, 1980, вып. 15, с. 38–53.
5. Curran D. R., Seaman L., Shockley D. A. Dynamic failure in solids.—Physics today, 1977, v. 30, No. 1, p. 46–48, 50–52, 54–55.
6. Глушак Б. Л., Новиков С. А., Погорелов А. П., Синицын В. А. Временная зависимость откольной прочности меди в субмикросекундном диапазоне.—Докл. АН СССР, 1981, т. 259, № 4, с. 830–832.
7. Херрман В. Определяющее уравнение уплотняющихся пористых материалов.—В кн. Проблемы теории пластичности. М.: Мир, 1976, с. 178–216.
8. Swegle J. W. Constitutive equation for porous materials with strength.—J. Appl. Phys., 1980, v. 51, No. 5, p. 2574–2580.
9. Green R. J. A plasticity theory for porous solids.—Internat. J. Mech. Sci., 1972, v. 14, No. 2, p. 215–224.
10. Shima S., Oyane M. Plasticity theory for porous metals.—Internat. J. Mech. Sci., 1976, v. 18, No. 6, p. 285–291.
11. Болотин В. В. К теории замедленного разрушения.—Изв. АН СССР. МТТ, 1981, № 1, с. 137–146.
12. Вычислительные методы в гидродинамике. М.: Мир, 1976. 383 с.

Горький

Поступила в редакцию:
6.XII.1982: