

УДК 531.8

УПРАВЛЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫМ ДВИЖЕНИЕМ ДВУНОГОГО ШАГАЮЩЕГО АППАРАТА

НОВОЖИЛОВ И. В.

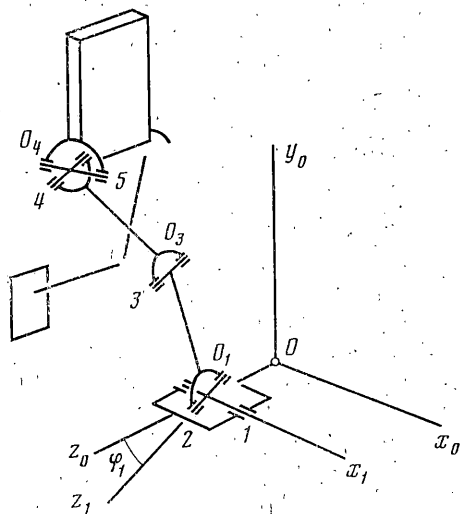
Подходы к исследованию динамики двуногого шагающего аппарата разнообразны. Достаточно детально разработаны полуобратные постановки [1], постановки задач оптимального [2] и импульсного [3] управления. В [4, 5] рассматривается «жесткое» прямое управление по рассогласованиям от заданной программы движения. В [6] эта постановка расширяется на управление по рассогласованиям от энергии — менее ограничительного для движения аналога программы.

Задача управления плоским продольным движением из [4, 5] в публикуемой работе расширяется на случай пространственного движения.

Рассмотрим (фиг. 1) схему аппарата в фазе опоры на одну, для определенности, правую ногу. Выбор кинематической схемы может производиться неоднозначно. Принятая схема позволяет, как будет показано ниже, наиболее естественным образом использовать в управлении пространственным движением результаты, полученные в [4, 5] для плоского продольного движения. В отличие от [4, 5], нога здесь снабжена стопой, нужной, например, для ограничения опорных давлений. Стопа относительно голени и бедро относительно корпуса имеют по две степени свободы. Эти соединения изображены на фигуре в виде двухстепенных карданных шарниров с крестовинами. Цифрами 1, ..., 5 обозначены оси, вокруг которых совершаются относительные повороты конструктивных элементов. Эти же индексы присвоим элементам, отсчитывая их от опорной поверхности. Будем считать элементы конструкции абсолютно жесткими. Пренебрежем размерами элементов в шарнирах. Ноги считаем безынерционными, одинаковыми. Корпус обладает плоскостью геометрической и массовой симметрии.

В качестве программного движения, которое должно реализоваться системой управления, примем движение центра масс корпуса в неподвижной вертикальной плоскости на постоянной высоте H с постоянной продольной скоростью V .

Введем неподвижную систему координат $Ox_0y_0z_0$, так, чтобы оси x_0, z_0 лежали в опорной плоскости, а x_0, y_0 — в плоскости программного движения центра масс. Ось y_0 вертикальна, x_0 направлена по ходу движения, начало отсчета выберем так, чтобы точка опоры ноги лежала на оси z_0 .



Фиг. 1

Под точкой опоры далее понимается точка пересечения осей карданова подвеса стопы. Систему координат $Sxyz$ свяжем с корпусом, с началом в его центре масс. Положение корпуса определим координатами X, Y, Z центра масс и углами ψ, ϑ, γ курса, тангажа, крена между осями трехгранников $x_0y_0z_0$ и xyz .

Обозначим через $\varphi_1, \dots, \varphi_5$ относительные повороты элементов системы в осях шарниров с этими номерами. Будем считать $\varphi_1, \dots, \varphi_5$ равными нулю для положения системы, соответствующего $\vartheta = \gamma = 0$ и при вертикальном положении ноги.

Обсудим возможности управления шагающим аппаратом. Система имеет пять степеней свободы — по числу углов $\varphi_1, \dots, \varphi_5$. Пусть моменты управления задаются по всем пяти осям шарниров. При этом появляется принципиальная возможность реализовать в фазе опоры на одну ногу требуемые программные движения по пяти координатам $X, Y, Z, \vartheta, \gamma$. Уменьшение числа управлений сужает эти возможности.

Ниже рассматривается случай неуправляемой стопы. За счет трех управлений в осях голени и бедра обеспечивается непрерывная стабилизация по координатам X, Y, Z . По углам ϑ, γ осуществляется дискретное управление за счет выбора координат точки опоры в момент смены ног [7]. Управление по X, Y, Z предполагается жестким. При этом центр масс с высокой точностью удерживается на программной траектории движения, что эквивалентно [4, 5] наложению сервосвязей и полубратным постановкам задачи, рассматриваемым в [1].

Жесткое управление по рассогласованиям от программы, вообще говоря, может привести к нарушению связи с опорной поверхностью за счет нарушения условий безотрывности и непроскальзывания. Обеспечить выполнение этих условий можно разными способами. Так, в качестве программы движения центра масс на первом шаге можно задать движение, непрерывно соединяющее заданную начальную точку с равномерно-прямолинейным движением, оговоренным выше. Можно предположить, что используются специальные устройства, удерживающие опорную ногу первого шага на поверхности и т. п.

Далее показано, что рассогласования фазовых координат от программы асимптотически уменьшаются. Для безынерционных ног скачки скоростей при смене ног отсутствуют. Поэтому для оговоренного равномерно-прямолинейного программного движения величины горизонтальных реакций в точке опоры после успокоения начальных рассогласований будут близки к нулю, а вертикальных — к величине веса аппарата.

Оценим движение по зависимой переменной ψ . Предположим, что выбор кинематической схемы аппарата и управления обеспечивают малость углов $\varphi_1, \varphi_5, \vartheta, \gamma$ и асимптотическую устойчивость периодического движения. Это позволит производить все последующие выкладки в линейном приближении по этим углам.

Полагая, что ось I ориентирована так же, как ось Ox_0 , запишем дважды матрицу направляющих косинусов между осями трехгранников $x_0y_0z_0$ и xyz через последовательности углов $\varphi_1, \dots, \varphi_5$ и ψ, ϑ, γ . Сравнивая элементы матриц, получим

$$\psi = 0, \quad \vartheta = \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4, \quad \gamma = \varphi_1 + \varphi_5 \quad (1)$$

Видно, что рассогласования курсового угла корпуса со стопой опорной ноги, а также и стопой переносимой ноги в момент ее касания поверхности являются величинами второго порядка малости. Влияние этих членов на движение по ψ здесь не обсуждается.

В данной работе в качестве программной траектории центра масс рассматривается прямая. Выбранное ниже управление обеспечивает асимптотическую устойчивость циклической походки, соответствующей такой программе. Очевидно, это управление обеспечит устойчивое движение и по траектории, слабо искривленной в горизонтальной плоскости. Чтобы такое

движение можно было кинематически реализовать, требуется предусмотреть дополнительную степень свободы, разрешающую поворачивать плоскость ноги относительно корпуса «по курсу». В фазе переноса нога должна поворачиваться по этой оси относительно корпуса на заданный угол, в фазе опоры это рассогласование должно ликвидироваться. Детально задача курсового маневра здесь не рассматривается.

Составим уравнения углового движения системы, подчиненной указанным сервосвязям. Они получатся из уравнений движения центра масс в осях $Ox_0y_0z_0$ и уравнений кинетического момента относительно точки C в проекциях на оси $Cxyz$ для всей системы — от крестовины стопы до корпуса.

В линейном приближении аналогично (1) имеем

$$mX'' = R_{x_0}, \quad mY'' = R_{y_0} - G, \quad mZ'' = R_{z_0}$$

$$I_x \gamma'' = [YR_{z_0} - (Z-B)R_{y_0}] + [(Z-B)R_{x_0} - XR_{z_0}] \vartheta + M_x^{(4)} \quad (2)$$

$$0 = -[YR_{z_0} - (Z-B)R_{y_0}] \vartheta + [(Z-B)R_{x_0} - XR_{z_0}] + [XR_{y_0} - YR_{x_0}] + M_y^{(4)}$$

$$I_z \vartheta'' = [XR_{y_0} - YR_{x_0}] - [(Z-B)R_{x_0} - XR_{z_0}] + M_z^{(4)}$$

Здесь точкой обозначено дифференцирование по времени T ; m — масса корпуса, G — его вес, I_x, I_y, I_z — моменты инерции корпуса относительно осей трехгранника $Cxyz$ (предполагается, что он совпадает с главными осями инерции корпуса), B — боковой вынос точки опоры ноги в системе $Ox_0y_0z_0$. Проекция на соответствующие оси главного вектора и главного момента реакций опоры, приложенных к крестовине стопы, обозначены через $R_{x_0}, R_{y_0}, R_{z_0}$ и $M_x^{(4)}, M_y^{(4)}, M_z^{(4)}$.

По предположению, крестовина стопы — безынерционный элемент, моменты по осям которого равны нулю. Составим линейные по малым углам уравнения статического равновесия для крестовины. Из этих уравнений с учетом (1), (2) получим

$$M_x^{(4)} = -[(Z-B)R_{x_0} - XR_{z_0}] \vartheta \quad (3)$$

$$M_y^{(4)} = [YR_{z_0} - (Z-B)R_{y_0}] \vartheta - [(Z-B)R_{x_0} - XR_{z_0}] - [XR_{y_0} - YR_{x_0}] \gamma$$

$$M_z^{(4)} = [(Z-B)R_{x_0} - XR_{z_0}] \varphi_5$$

Наложим на систему (2), (3) сервосвязи, отвечающие требуемому программному движению

$$X = X^0 = -A + VT, \quad Y = Y^0 = H, \quad Z = Z^0 = O \quad (4)$$

Здесь $X = -A$ — значение координаты в начале шага. Из (2)–(4) получим

$$R_{x_0} = R_{z_0} = 0, \quad R_{y_0} = G, \quad M_y^{(4)} = -(Z-B)G\vartheta - XG\gamma \quad (5)$$

$$I_x \gamma'' = -GB, \quad I_z \vartheta'' = GX \quad (6)$$

Уравнениями (5) определяются реакции опоры, уравнениями (6) — угловое движение на сервосвязях.

Считаем, что циклическая походка аппарата складывается из последовательности одноопорных фаз движения, а время T_0 опорной фазы на каждую ногу фиксировано. Обозначим через L длину шага. Выбор этой величины здесь не обсуждается. Тогда в (4) будет $V = L/T_0$. Приведем уравнения (6) к виду

$$\gamma'' = -u_1, \quad \vartheta'' = -u_2 + Wt \quad (7)$$

Здесь штрихом обозначено дифференцирование по безразмерному времени $t=T/T_0$ и введены обозначения

$$u_\gamma = GBT_0^2/I_x, \quad u_\phi = GAT_0^2/I_z, \quad W = u_\phi L/A = GLT_0^2/I_z \quad (8)$$

Запишем решение уравнений (7) по фазовым переменным

$$\begin{aligned} \gamma &= \gamma_i + \gamma'_i t - 1/2 u_\gamma t^2, & \gamma' &= \gamma'_i - u_\gamma t \\ \phi &= \phi_i + \phi'_i t - 1/2 u_\phi t^2 + 1/6 W t^3, & \phi' &= \phi'_i - u_\phi t + 1/2 W t^2 \end{aligned} \quad (9)$$

где $\gamma_i, \gamma'_i, \phi_i, \phi'_i$ — значения переменных при $t=0$ в начале рассматриваемого i -го шага. При $t=1$ из (9) получаются значения фазовых переменных в начале следующего $(i+1)$ -го шага. Условием периодичности движения будет

$$\gamma_{i+1} = -\gamma_i, \quad \gamma'_{i+1} = -\gamma'_i, \quad \phi_{i+1} = \phi_i, \quad \phi'_{i+1} = \phi'_i \quad (10)$$

Из (9), (10) следует, что периодическое движение реализуется, если в момент смены ног $\gamma=0, \phi=0$ и $L=2A$, т. е. начальный и конечный вынос точки опоры относительно корпуса одинаковы. Из (9), (10) легко получить выражения для максимальных отклонений величин $\gamma=\gamma^0, \phi=\phi^0$ на периодическом движении

$$\max |\gamma^0| = 0,125 u_\gamma^0, \quad \max |\phi^0| = 0,16 \cdot 10^{-4} u_\phi^0 \quad (11)$$

Здесь u_γ^0, u_ϕ^0 — номинальные значения (7) для значений B, A , соответствующих периодическому движению. Оценка значений (11) при антропоморфных значениях параметров аппарата дает для $\max |\gamma^0|, |\phi^0|$ величины порядка нескольких градусов.

Устойчивость полученного периодического движения (9), (10) будет обеспечиваться за счет управления

$$u_{\gamma i} = u_\gamma^0 + \Delta u_{\gamma i}, \quad u_{\phi i} = u_\phi^0 + \Delta u_{\phi i} \quad (12)$$

где $\Delta u_{\gamma i}, \Delta u_{\phi i}$ задаются выбором величин B и A как функций фазовых координат системы (7) в момент смены ног.

Так как время шага T_0 не варьируется, а величина W не зависит от A , то, как видно из (9), конечно-разностные уравнения в возмущениях около периодического режима будут иметь одинаковый вид для γ и ϕ . Запишем эти уравнения, например, в рассогласованиях $\Delta \gamma, \Delta \gamma'$ по крену

$$\Delta \gamma'_{i+1} = \Delta \gamma'_i - \Delta u_{\gamma i}, \quad \Delta \gamma_{i+1} = \Delta \gamma_i + \Delta \gamma'_i - 1/2 \Delta u_{\gamma i} \quad (13)$$

Рассмотрим линейное управление

$$\Delta u_{\gamma i} = K \Delta \gamma_i + N \Delta \gamma'_i \quad (K, N = \text{const}) \quad (14)$$

Составив условия устойчивости Шура [8] систем (13), (14) построим область устойчивости в параметрах K, N . На фиг. 2 штриховкой указана область устойчивости, из которой следует исключить прямую, обозначенную пунктирной линией.

Перейдем к выбору жесткого управления, реализующего сервосвязи (4). Управление непосредственно по рассогласованиям переменных X, Y, Z от их значений из (4) приводит к значительным «перевязкам» каналов управления и сложному виду законов управления. Поэтому в (2) от переменных X, Y, Z, ϕ, γ удобно перейти к переменным $X_{14}, Y_{14}, \phi_5, \phi, \gamma$. Здесь X_{14}, Y_{14} — координаты точки O_4 крепления опорной ноги к корпусу в системе координат $O_1 x_1 y_1 z_1$ (фиг. 1). Плоскость $O_1 x_1 y_1$ этой системы совпадает с плоскостью опорной ноги. Управление по «высоте» Y_{14} и «дальности» X_{14} точки O_4 в этой плоскости возьмем таким же, как в задаче управления плоской моделью аппарата из [4, 5]. Управление по ϕ_5 можно выбрать, как для традиционных следящих систем по углу.

Запишем программу движения (4) в новых переменных. Для простоты примем, что центр масс корпуса лежит посередине отрезка длиной $2c$, соединяющего точки опоры ног. Проведя вычисления с точностью до линейных по φ_5 , ϑ , γ слагаемых, приведем (4) к виду

$$X_{14}^0 = -A + VT, \quad Y_{14}^0 = H - c\gamma^0, \quad \varphi_5^0 = \gamma^0 - (c - B)/H \quad (15)$$

Для удержания системы на связи (15) требуется определить текущие значения переменных X_{14} , Y_{14} , φ_5 (например, по измерениям φ_2 , φ_3 , φ_5), сформировать рассогласования

$$u_x = X_{14} - X_{14}^0, \quad u_y = Y_{14} - Y_{14}^0, \quad (16)$$

$$u_\varphi = \varphi_5 - \varphi_5^0$$

и осуществить по рассогласованиям жесткое управление двигателями в осях 3, 4, 5.

Уравнения движения запишем здесь в форме уравнений движения центра масс в осях трехгранника $O_1x_1y_1z_1$ и уравнений кинетического момента в осях $Sxyz$ для корпуса аппарата. С учетом (1) имеем

$$mX_{14}'' = R_{x_1} + G_{x_1}, \quad mY_{14}'' + c\varphi_5'' + c\omega_{x_1}' = R_{y_1} + G_{y_1}$$

$$m(\omega_{x_1}' + 2\omega_{x_1}Y_{14}') = R_{z_1} + G_{z_1} \quad (17)$$

$$I_x\gamma'' = M_x^{(4)} + (R_{x_1}\vartheta - R_{y_1} - R_{z_1}\varphi_5)c$$

$$0 = M_y^{(4)} + (R_{x_1} + R_{y_1}\vartheta)c, \quad I_z\vartheta'' = M_z^{(4)}$$

Здесь $\omega_{x_1} = \varphi_1'$ — проекция на ось x_1 угловой скорости трехгранника $O_1x_1y_1z_1$, R_{x_1} , R_{y_1} , R_{z_1} и $M_x^{(4)}$, $M_y^{(4)}$, $M_z^{(4)}$ — проекции на соответствующие оси главного вектора и главного момента сил, приложенных к корпусу со стороны крестовины бедра, G_{x_1} , G_{y_1} , G_{z_1} — проекции сил тяжести.

Обозначим через Q_3 , Q_4 , Q_5 моменты управления, приложенные к осям шарниров с этими индексами к элементам с последующим индексом. Зависимость реакций в (17) от Q_3 , Q_4 , Q_5 найдем, составив уравнения равновесия для безынерционных систем: голень, голень+бедро, крестовина бедра. Тогда (17) примет вид

$$mX_{14}'' = R_{x_1} + G\vartheta, \quad mY_{14}'' = R_{y_1} + G - cmQ_5/I_x$$

$$I_0\varphi_5'' = (Q_5 + R_{x_1}c\vartheta) - \frac{I_0}{I_x}(R_{y_1} + R_{z_1}\vartheta)c + \frac{2I_0}{Y_{14}}(\gamma' - \varphi_5')Y_{14}' + \frac{I_0G}{mY_{14}}\gamma \quad (18)$$

$$I_x\gamma'' = Q_5 + (R_{x_1}\vartheta - R_{y_1} - R_{z_1}\varphi_5)c, \quad I_z\vartheta'' = Q_4$$

$$R_{x_1} = \frac{-X_{13}Q_4 + X_{14}Q_5}{S}, \quad R_{y_1} = \frac{Y_{14}Q_3 - Y_{13}Q_4}{S}, \quad R_{z_1} = -\frac{Q_5 + R_{x_1}c\vartheta}{Y_{14}}$$

$$S = X_{13}Y_{14} - X_{14}Y_{13}, \quad 1/I_0 = 1/I_x + 1/(mY_{14}^2)$$

Явные выражения для координат X_{13} , Y_{13} точки O_3 в системе $O_1x_1y_1z_1$ здесь не выписываются, так как в дальнейшем не используются.

Чтобы замкнуть систему (15), (16), (18), ее необходимо дополнить зависимостями Q_3 , Q_4 , Q_5 от u_x , u_y , u_φ . По аналогии с [4] для управления

в плоскости ноги примем

$$\begin{aligned} Q_3 &= -K_L E_y, & Q_4 &= K_L E_x, \\ E_x &= D u_x, & E_y &= (D+1/T_1) u_y. \end{aligned} \quad (19)$$

Для управления угловым движением по φ_5 примем

$$Q_5 = -K_\varphi E_\varphi, \quad E_\varphi = (D+1/T_1) u_\varphi. \quad (20)$$

В (19), (20) через K_L, K_φ обозначены коэффициенты управления линейным и угловым движением, T_1 — величина размерности времени, $D \equiv d/dT$ — оператор дифференцирования по времени T .

При жестком управлении, т. е. достаточно больших значениях K_L, K_φ следует ожидать достаточно точного выполнения условий

$$E_x = 0, \quad E_y = 0, \quad E_\varphi = 0 \quad (21)$$

Тогда система по X_{14} стремится к $D X_{14}^0$, а по Y_{14}, φ_5 выходит на значения Y_{14}^0, φ_5^0 из (16) экспоненциально с постоянной времени T_1 .

Чтобы убедиться в этом, приведем систему уравнений к сингулярно возмущенному виду [4], что позволит воспользоваться приближенными методами теории таких уравнений [9, 10].

Перейдем [4] в (15), (16), (18)–(20) к набору фазовых переменных, содержащих «быстрые» переменные E_x, E_y, E_φ :

$$\begin{aligned} m E_x^* &= (-X_{13} K_L E_x - X_{14} K_L E_y) / S + \dots \\ m E_y^* &= (-Y_{14} K_L E_y - Y_{13} K_L E_x) / S + c m K_\varphi E_\varphi / I_x + \dots \\ I_0 E_\varphi^* &= -K_\varphi E_\varphi + c I_0 (Y_{14} K_L E_y + Y_{13} K_L E_x) / (I_x S) + \dots \end{aligned} \quad (22)$$

В (22) многоточиями обозначены слагаемые, несущественные для дальнейшего. Проведем нормализацию системы (22): $\varepsilon_x = E_x / E_{x*}, \varepsilon_y = E_y / E_{y*}, \varepsilon_\varphi = E_\varphi / E_{\varphi*}, s = S / S^*, x_{13} = X_{13} / X_{13*}, y_{13} = Y_{13} / Y_{13*}, \dots$

Характерные величины $E_{x*}, E_{y*}, E_{\varphi*}, \dots$ выберем так, чтобы безразмерные переменные $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_\varphi, \dots$ по величине не превосходили значений порядка единицы. Выберем $X_{13*} = Y_{13*} = H, E_{x*} = E_{y*} = c E_{\varphi*}, S^* = H^2$ и поделим два первых уравнения на множитель $K_L E_{x*} / H$, а третье — на $K_\varphi E_{\varphi*}$. Тогда в (22) при $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ и ε_φ появятся соответственно постоянные времени $T_L = mH / K_L$ и $T_\varphi = I_0 / K_\varphi$. Выберем K_L, K_φ такими, чтобы выполнялось условие $T_L = T_\varphi = T_2$. Тогда уравнения (22) примут вид

$$\begin{aligned} T_2 \varepsilon_x^* &= (-x_{13} \varepsilon_x - x_{14} \varepsilon_y) / s + \dots \\ T_2 \varepsilon_y^* &= (-y_{14} \varepsilon_y - y_{13} \varepsilon_x) / s + i \varepsilon_\varphi + \dots \\ T_2 \varepsilon_\varphi^* &= -\varepsilon_\varphi + \lambda (y_{14} \varepsilon_y + y_{13} \varepsilon_x) / s + \dots \end{aligned} \quad (23)$$

Здесь $i = I_0 / I_x = Y_{14}^2 / (Y_{14}^2 + \rho^2) < 1, \lambda = (c/\rho)^2, \rho$ — радиус инерции корпуса относительно оси sx .

Система (23) обладает составляющими движения, сильно разнесенными по своим временным масштабам: медленными — с характерными временами $T_0, T_1 \sim 1$ и быстрыми — с характерным временем $T_2 \sim 1/K_L, 1/K_\varphi$.

Изучая медленные составляющие, перейдем в (23) к медленному безразмерному времени $t = T / T_*$, где $T_* = \max(T_0, T_1)$. Тогда в (23) при производных $\varepsilon_x', \varepsilon_y', \varepsilon_\varphi'$ появятся малые параметры $\mu = T_2 / T_* \ll 1$.

Вырожденные при $\mu = 0$ уравнения дают [4] решение, соответствующее (21). Условием, гарантирующим асимптотическую близость решения си-

системы (23) к решению вырожденной системы, будет условие асимптотической устойчивости положений равновесия так называемой присоединенной системы, которая описывает движение по быстрым составляющим движения [9, 10]. Присоединенная система получается из (23), если в ней перейти к быстрому безразмерному времени $\tau = T/T_2$ и принять параметры медленнее переменные. Присоединенная система получается из трех первых уравнений (23), если в них опустить множитель T_2 и принять $x_{13}, y_{13}, \dots, \gamma, \phi, \dots = \text{const}$.

Запишем условия Гурвица для однородной части присоединенной системы

$$1 + (y_{14} - x_{13})/s > 0, \quad (1 - \lambda i)/s > 0$$

$$[y_{14}(1 - \lambda i) + (1 - x_{13})]/s > 0$$

$$[1 + (y_{14} - x_{13})/s][y_{14}(1 - \lambda i) + (1 - x_{13}) - (1 - \lambda i)] > 0$$

Отсюда видно, что условия устойчивости заведомо выполняются при $s > 0$, $1 - \lambda i > 0$, $y_{14}(1 - \lambda i) - x_{13} > 0$. Величина $S = X_{13}Y_{14} - X_{14}Y_{13}$ равна проекции на ось z_1 векторного произведения $\vec{O_1O_3} \times \vec{O_1O_4}$. Поэтому условие $s > 0$ означает, что опорная нога должна иметь конфигурацию «коленкой вперед». Для антропоморфных значений параметров величина λ имеет порядок 10^{-1} , поэтому условие $1 - \lambda i$ выполняется, а условие $y_{14}(1 - \lambda i) - x_{13} > 0$ отличается малым слагаемым от условия устойчивости плоской модели из [4].

Заметим, что точно также слабо скажутся на устойчивости малые слагаемые s, ϕ, \dots , не выписанные явно в (22).

К изложенной выше задаче близка задача управления пространственным движением четырехногого аппарата, передвигающегося походкой «иноходь». При этом опорными ногами попеременно служат то левые, то правые ноги. Если рассматривать движение, в котором отсутствует фаза опоры на четыре ноги, то в отличие от двуногого аппарата угол ϕ перестает быть независимой переменной и неуправляемым в фазе опоры остается только движение по углу γ .

ЛИТЕРАТУРА

1. Белецкий В. В. Динамика двуногой ходьбы. — Изв. АН СССР. МТТ, 1975, I, № 3, с. 3–14; II, № 4, с. 3–13.
2. Ларин В. Б. Управление пагающими аппаратами. Киев: Наук. думка, 1980. 168 с.
3. Веллерштейн Р. А., Формальский А. М. Передвижение антропоморфного механизма (со стопами) при импульсных воздействиях. Одноопорная фаза. I. — Изв. АН СССР. МТТ, 1979, № 5, с. 24–33.
4. Новожилов И. В. Управление ногой пагающего аппарата в фазе опоры. — В кн.: Биомеханика. Тр. Рижск. п.-и. ин-та травматологии и ортопедии, 1973, вып. 3, с. 634–639.
5. Болотин Ю. В., Новожилов И. В. Управление походкой двуногого пагающего аппарата. — Изв. АН СССР. МТТ, 1977, № 3, с. 47–52.
6. Болотин Ю. В. О разделении движений в задаче стабилизации двуногой ходьбы. — Изв. АН СССР. МТТ, 1979, № 4, с. 48–53.
7. Gubina F., Hetati H., McGhee R. B. On the Dynamic Stability of Biped Locomotion. — IEEE Trans. Biomed. Eng., 1974, v. BME-21, No. 2, p. 102–108.
8. Кобринский А. Е. Механизмы с упругими связями. М.: Наука, 1964. 390 с.
9. Тихонов А. Н. Системы дифференциальных уравнений, содержащие малые параметры при производных. — Матем. сб. 1952, т. 31, № 3, с. 575–586.
10. Васильева А. Б., Бугузов В. Ф. Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений. М.: Наука, 1973. 272 с.

Москва

Поступила в редакцию
12.V.1982