

УДК 539.3:621.318

**ИССЛЕДОВАНИЕ МАГНИТОТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИХ ВОЛНОВЫХ
ПРОЦЕССОВ В УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОМ
ЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩЕМ СЛОЕ**

БЕЛЯЕВА А. Г., ДРЕСВЯННИКОВ В. И.

Основные уравнения, постановки и методы решения задач магнитоупругости при использовании линеаризованных соотношений электродинамики и выражений для пондеромоторных сил рассмотрены в [1-4]. В нелинейной постановке задачи о распространении волн упругих напряжений и температур, возбуждаемых в электропроводящем полупространстве и пластине в результате мгновенного «включения» на границе магнитного поля, решены в [5, 6]; более обширную библиографию по волновым задачам магнитоупругости можно найти в обзоре [7].

В публикуемой работе численным методом исследуются основные закономерности переходных термоупругопластических процессов в металлическом слое при действии сильного быстро нарастающего во времени внешнего магнитного поля. При этом учитывается локальное изменение механических и электрических параметров среды в зависимости от джоулева нагрева. Изучается влияние скорости нарастания внешнего магнитного поля на течение переходных волновых процессов, оценивается роль тепловых эффектов по сравнению с пондеромоторными силами, что представляет интерес для теории и практики магнитоимпульсной обработки металлов.

1. Формулировка нестационарной краевой задачи и численная методика решения. Рассмотрим металлический бесконечный по координатам y и z слой толщиной L_0 , на левой границе которого действует тангенциальное магнитное поле $\mathbf{B}_* = \{0, 0, B_*(t)\}$ (\mathbf{B}_* — вектор магнитной индукции, t — время). Правая граница слоя ($X=L_0$) жестко закреплена и контактирует с идеально проводящей недеформируемой средой. Предполагается, что металл ненамагничивающийся, токи смещения пренебрежимо малы по сравнению с токами проводимости. Допускается наличие конечных упругопластических деформаций и высоких температур в результате джоулева нагрева.

В математическом плане задача сводится к пространственно-одномерному случаю, так как векторы перемещения \mathbf{U} , скорости \mathbf{V} , напряженностей электрического \mathbf{E} и магнитного \mathbf{H} полей внутри слоя будут зависеть только от X, t и иметь структуру $\mathbf{U}(X, t) = \{u, 0, 0\}$, $\mathbf{E}(X, t) = \{0, E, 0\}$, $\mathbf{H}(X, t) = \{0, 0, H\}$.

Уравнения движения, закон сохранения массы и уравнения состояния термопластической среды [8, 9] при использовании лагранжевого представления запишем в виде

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial S_{11}}{\partial X} + F, \quad F = -\frac{\partial BH}{2\partial X}, \quad x = X + u, \quad v = \frac{\partial u}{\partial t}, \quad \rho = \rho_0 \frac{\partial X}{\partial x}$$

$$\epsilon_{11} = \frac{\partial \epsilon_{11}}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \epsilon_{11} = \ln \left(1 + \frac{\partial u}{\partial X} \right)$$

$$S_{kn} = \sigma_{kn} + P \delta_{kn}, \quad e_{kn} = \epsilon_{kn} - e \cdot \delta_{kn}, \quad e = \frac{1}{3} \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$e_{kn} = e_{kn}' + e_{kn}'', \quad d\sigma_{kn} = 2G(T) e_{kn}' dt + \sigma_{kn} \frac{dG}{G} \quad (1.1)$$

$$\sqrt{(\sigma_{kn} - \rho_{kn})(\sigma^{kn} - \rho^{kn})} \leq \sqrt{2} \sigma_T(T) \quad (i, k, n = 1, 2, 3)$$

$$d\rho_{ik} = 2g(T) e_{ik}'' dt, \quad e_{ik}'' = \lambda(\sigma_{ik} - \rho_{ik})$$

$$P = K(1 - \rho/\rho_0)(\rho/\rho_0)^2 + P_T, \quad P_T = -\gamma \rho c_v (T - T_0)$$

Здесь X и x — лагранжевая и текущая координаты частиц, ρ_0 и ρ — начальная и текущая плотности среды, F — ponderomotorные (электромагнитные) силы, S_{kn} — тензор напряжений, σ_{kn} — девиатор напряжений, e_{kn} — тензор скорости деформаций, e_{kn}' и e_{kn}'' — упругие и пластические составляющие тензора скорости деформаций в девиаторном пространстве, G и K — модули сдвига и объемного сжатия, которые считаются известными функциями температуры T , σ_T — предел текучести, ρ_{ik} — тензор остаточных «микронапряжений», g — модуль кинематического упрочнения, γ — коэффициент Грюнайзена, c_v — удельная теплоемкость при постоянной массе, P_T — «тепловая» часть гидростатического давления P . Точками над функциями обозначено дифференцирование по времени для фиксированной частицы X .

Уравнения состояния представляют собой соотношения неизотермической теории течения с условием текучести типа Мизеса, при этом упругий закон связи для девиаторных напряжений записан в дифференциальном виде с учетом изменения модуля сдвига от температуры. Зависимость «холодной» составляющей давления P от плотности ρ принята нелинейной, что необходимо для адекватного описания объемного деформирования при больших давлениях. Для определения электромагнитных сил и температуры, входящих в (1.1), запишем уравнения электродинамики и уравнение баланса тепла, предварительно приведя их к лагранжевому виду [8] ($B = \mu H$, $\mu = \text{const}$):

$$-\frac{\partial B/\rho}{\partial t} = \frac{\partial E}{\rho_0 \partial X}, \quad E = \eta j = -\eta \frac{\partial H}{\partial X} \frac{\rho}{\rho_0}, \quad \eta(T) = \eta_0 [1 + \beta(T - T_0)] \quad (1.2)$$

$$\rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} = Q + (\sigma^{kn} - \rho^{kn}) e_{kn}'', \quad Q = jE \quad (1.3)$$

где j — плотность электрических токов, η и μ — удельное сопротивление и магнитная проницаемость среды, β — коэффициент температурного изменения удельного сопротивления, Q — джоулево тепло, T_0 — начальная температура.

Отметим, что в уравнениях (1.2) токи $j(X, t)$ и электрическое поле $E(X, t)$ определены в движущейся вместе со средой системе координат и в соответствии с лагранжевым подходом относятся к материальной частице X .

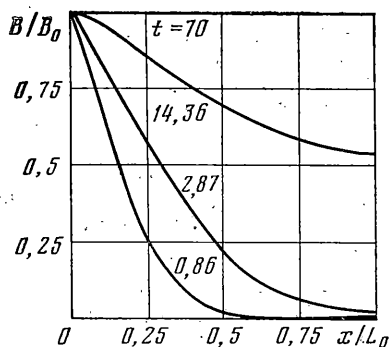
Второй член в уравнении баланса тепла (1.3) описывает тепловыделение в результате пластического течения материала; эффекты теплопроводности не учитываются, так как рассматриваются быстропротекающие переходные процессы микросекундного диапазона.

Сформулированную систему гипербола-параболических уравнений (1.1) — (1.3) дополним начальными и граничными условиями ($0 \leq X \leq L_0$):

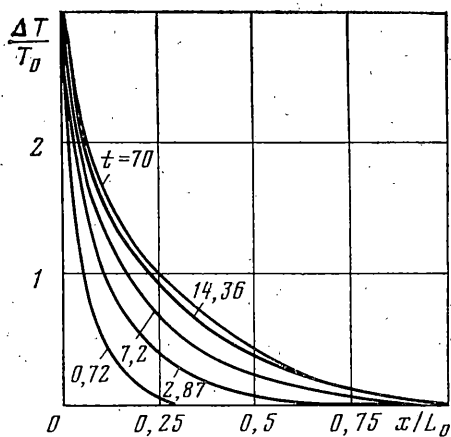
$$\rho(X, 0) = \rho_0, \quad S_{11}(X, 0) = v(X, 0) = 0, \quad T(X, 0) = T_0,$$

$$S_{11}(0, t) - \frac{B^2(0, t)}{2\mu} = -\frac{B_*^2}{2\mu_0} \quad (1.4)$$

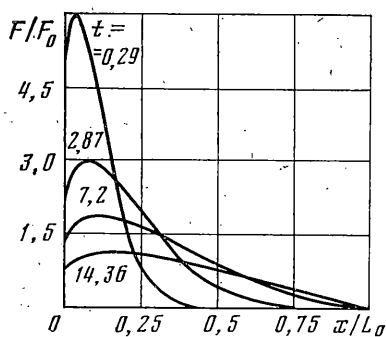
$$B(0, t) = \frac{\mu}{\mu_0} B_*(t), \quad u(L_0, t) = v(L_0, t) = E(L_0, t) = 0 \quad (1.5)$$



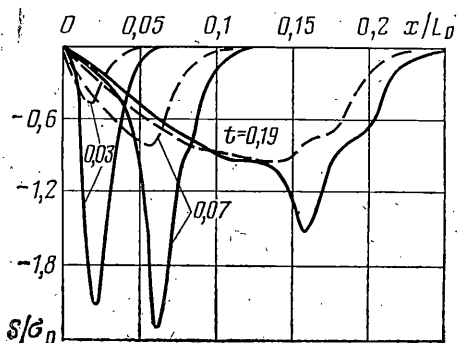
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



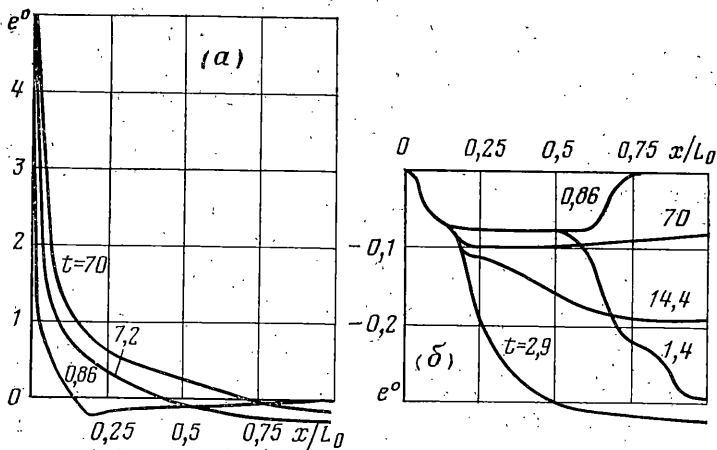
Фиг. 4

где $B_*(t)$ — заданное значение магнитной индукции на левой границе слоя, μ_0 — магнитная постоянная вакуума. Условие (1.5) соответствует контакту правой границы слоя с идеально проводящей недеформируемой средой.

При изложении численного метода решения поставленной краевой задачи ограничимся лишь кратким описанием схемы и вычислительной программы, поскольку вопросы построения разностных схем и их реализации для класса одномерных задач в плоской и цилиндрической геометрии тела рассмотрены в [9]. В соответствии с идеей декомпозиции исходных уравнений по физическим процессам [10] выделим из приведенной системы уравнений две относительно самостоятельные группы («простые задачи»): «термомеханическую» (1.1), (1.3) и «электромагнитную» (1.2).

Первая группа уравнений аппроксимируется при помощи явной схемы второго порядка точности [9], являющейся модификацией шахматной схемы «крест» [11] на случай наличия в уравнениях движения объемных электромагнитных сил и пластических деформаций среды. Для обеспечения монотонности решения при расчете ударных волн в разностное уравнение движения вводится линейная псевдовязкость [11]. Электродинамическая группа уравнений также аппроксимируется при помощи явной несимметричной схемы [9], имеющей первый порядок точности по времени и второй по пространственной координате. Взаимодействие между простыми задачами, реализованными в виде базовых программных модулей, осуществляется на каждом шаге интегрирования по времени путем обмена массивами, содержащими дискретные поля текущих координат, плотностей, ponderомоторных сил и источников джоулева тепла.

Разбиение исходной задачи на простые в сочетании с модульным подходом не только облегчает тестирование программы, но и позволяет при желании автоматически переходить к более простым моделям — вести расчеты в несвязанной постановке, отдельно исследовать механические процессы или процессы проникновения магнитного поля в недеформированное тело, исключать влияние источников джоулева тепла и т. д. Составлена программа на алгоритмическом языке Фортран, которая ориентирована на ЭВМ БЭСМ-6 и апробирована на ряде тестовых и модельных задач.



Фиг. 5

2. Результаты расчетов и их анализ. Исследование переходных процессов в металлическом слое проводилось на примере нержавеющей стали X18H10T при следующих значениях параметров: $L_0=0,4 \cdot 10^{-2}$ м, $\rho_0=8 \cdot 10^3$ кг/м³, $\gamma=2,08$, $c_0=420$ Дж/(кг·К), $\eta_0=7,2 \cdot 10^{-7}$ Ом·м, $\beta=0,9 \cdot 10^{-4}$ К⁻¹, $\mu=\mu_0=1,257 \cdot 10^{-6}$ Гн/м, $T_0=273$ К. Значения модулей упругости $G(T)$, $K(T)$, предела текучести $\sigma_T(T)$ и модуля упрочнения $g(T)$ в зависимости от температуры представлены ниже:

T, К	273	473	673	873	1073	1273	1473
$G \cdot 10^{-5}$, МПа	0,77	0,71	0,65	0,59	0,5	0,36	0,2
$K \cdot 10^{-5}$, МПа	1,6	2,4	2,45	1,55	1,3	1,1	0,9
$g \cdot 10^{-3}$, МПа	2,0	1,9	1,2	0,34	0,13	0,1	0,05
$\sigma_T \cdot 10^{-2}$, МПа	2,6	2,1	1,77	1,4	1,1	0,75	0,45

Внешнее магнитное поле задавалось в виде $B_* = B_0 t / \tau$ ($0 \leq t \leq \tau$, $B_0 = 40$ Тл), $B_* = B_0$ ($t > \tau$), где параметр τ характеризовал темп нарастания поля и варьировался в процессе счета в пределах ($10^{-2} - 10^{-5}$) с.

На фиг. 1–3 представлены картины распределения магнитной индукции B , температуры T и пондеромоторной силы F по толщине слоя в фиксированные моменты времени при быстром темпе нарастания магнитного поля ($\tau = 10^{-8}$ с). В качестве масштабов расстояния, времени и характерных значений полей, с помощью которых выполнялся переход к безразмерным величинам, принимались следующие: L_0 , $t_0 = L_0 / c_0 = 7 \cdot 10^{-7}$ с, $B_0 = 40$ Тл, $F_0 = B_0^2 / (2L_0 \mu_0) = 1,59 \cdot 10^{11}$ Н/м² ($c_0 = [(K + 1/3)G + B_0^2 / \mu_0] / \rho_0)^{1/2} = 5,74 \cdot 10^3$ м/с – скорость распространения магнитоупругих возмущений).

Как следует из приведенных графиков, процесс диффузии магнитного поля сопровождается интенсивным разогревом (фиг. 2), причем максимальная температура достигается на свободной (левой) границе слоя и близка к температуре плавления. По мере того как магнитное поле все глубже проникает в слой, плотность токов падает, пондеромоторные силы быстро уменьшаются и после момента времени $t = 50 t_0$ практически обращаются в нуль. Отметим интересный пик-эффект (фиг. 3), присущий нелинейной диффузии магнитного поля, – максимальные значения пондеромоторной силы в отличие от линейного случая достигаются не на границе слоя, а на некотором расстоянии от нее, приблизительно равном эффективной ширине прогретого участка слоя. Описанная ситуация возникает в результате резкого возрастания удельного сопротивления среды и локального падения плотности токов j и пондеромоторных сил $F = -1/2 (\partial B^2 / \partial X) / \mu = jB$ в разогретой зоне.

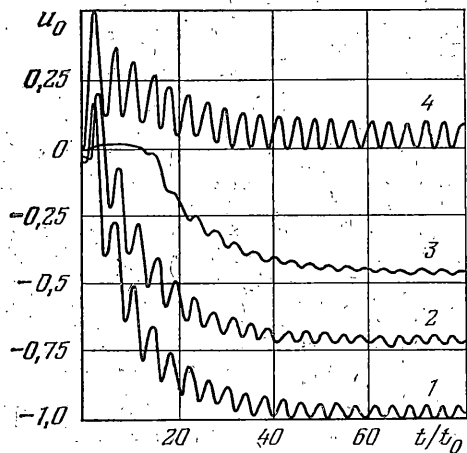
Под действием импульсных пондеромоторных сил и джоулева нагрева возникает волна напряжений, профили которой для трех характерных моментов времени изображены на фиг. 4 сплошными линиями ($\sigma_0 = 1/2 B_0^2 / \mu = 0,64 \cdot 10^3$ МПа – максимальное значение магнитного давления, $S = S_{11}$ – нормальные напряжения). Уровень напряжений на фронте волны в несколько раз превышает предел текучести материала, поэтому наблюдается двухволновая структура – впереди пластической волны «бежит» магнитоупругий предвестник со скоростью $c = [(K + 1/3)G + B^2 / \mu] / \rho)^{1/2}$. Для выяснения роли джоулева нагрева в процессе формирования волны напряжений и пластического течения проводился расчет при нулевом тепловом давлении P_T в урав-

нениях состояния (см. штриховые кривые на фиг. 4). Видно, что в этом случае амплитуда волны напряжений оказывается значительно меньше и не превосходит величину магнитного давления σ_0 . Следовательно, в начальные моменты времени при быстрых темпах нарастания внешнего магнитного поля эффекты джоулева нагрева являются преобладающими по сравнению с пондеромоторными силами, однако по мере распространения волны в глубь металла «тепловая» составляющая напряжений быстро затухает, так как разогрев происходит лишь в узкой зоне вблизи свободной поверхности слоя.

Картини распределения пластических деформаций (ϵ^0 , %) в слое для фиксированных моментов времени представлены на фиг. 5, при этом кривые на фиг. 5, 6 соответствуют решению без учета джоулева тепла. Пластическое течение у свободной поверхности слоя полностью определяется тепловыми эффектами (следует учесть, что в разогретой зоне предел текучести и упрочнение материала уменьшаются с ростом температуры); происходит резко неоднородное расширение частиц слоя. Однако в «холодной» зоне вблизи закрепленной поверхности наблюдаются деформации сжатия, обусловленные действием пондеромоторных сил.

На фиг. 6 представлены графики перемещения свободной поверхности слоя $u_0 = (u/L_0) \cdot 10^2$ для трех характерных темпов нарастания внешнего магнитного поля $\tau = 10^{-8}$, 10^{-6} , 10^{-5} с (соответствующие кривые обозначены цифрами 1, 2, 3). Кривая 4 соответствует решению без учета джоулева нагрева при $\tau = 10^{-8}$ с. Как следует из приведенных графиков, частицы поверхности совершают нелинейные затухающие колебания с периодом, приблизительно равным четырехкратному времени пробега волны напряжений по толщине слоя. Сильное затухание колебаний в начальные моменты времени обусловлено тем, что величины пондеромоторных сил и источников джоулева тепла быстро убывают (фиг. 2, 3), а кинетическая энергия колебаний в значительной мере диссипируется на пластических деформациях. После $t = 40t_0$ переходные процессы выходят на стационарный режим и наблюдаются малые упругие колебания частиц слоя относительно нового (остаточного) состояния. Заметим, что чем выше темп нарастания внешнего магнитного поля, тем резче выражены поверхностные электромагнитные процессы, интенсивнее колебания и больше остаточные перемещения и деформации.

Таким образом, действие сильного нестационарного магнитного поля сводится в основном к двум конкурирующим факторам: появлению пондеромоторных сил,



Фиг. 6

стремящихся сжать металлический слой, и возникновению интенсивного джоулева нагрева, приводящего к термическому расширению слоя. Следует отметить, что преобладающим с точки зрения возникновения остаточных деформаций и перемещений является второй фактор. Это справедливо как для мгновенных, так и относительно медленных скоростей нарастания внешнего магнитного поля с параметрами $\tau = (10-20)t_0$ (t_0 — время пробега волны магнитоупругих возмущений по толщине слоя). Вторичные эффекты джоулева нагрева — температурные изменения проводимости и механических характеристик среды — также являются существенными и приводят не только к количественному отличию, но и качественно новому характеру распределения пондеромоторных сил и напряжений в разогретой зоне по сравнению с линейным решением [5].

Возвращаясь к уравнениям электродинамики (1.2), приведем их с использованием геометрических соотношений (1.1) к одному уравнению относительно магнитной индукции $\partial B/\partial t = \partial/\partial x (\alpha \partial B/\partial x) - B \partial v/\partial x$ ($\alpha = \eta/\mu$), где $\alpha(T)$ — коэффициент магнитной вязкости. Из уравнения следует, что изменение B происходит в результате магнитной диффузии и конвективного переноса магнитного поля в процессе деформации. Для оценки влияния конвективного члена проводилась серия расчетов при «замороженных» значениях координат $x = X$ и плотностей среды $\rho = \rho_0$ в разностной электродинамической группе уравнений. Установлено, что вплоть до значения $B_0 = 55$ Тл (при котором для нержавеющей стали уже достигается температура плавления) поля напряжений и магнитной индукции внутри слоя не отличаются более чем на 5% от соответствующих значений, рассчитанных с учетом конвективного переноса поля. Качественно этот результат можно было предвидеть, имея представление о величине деформаций в слое на основании фиг. 5, а.

Следовательно, при расчетах динамических процессов в массивных металлических телах при действии импульсных магнитных полей с пиковыми значениями

индукции до (50–60) Тл можно использовать несвязанную постановку: независимо от уравнений движения решать внутреннюю электродинамическую задачу, определять из нее электромагнитные силы и источники джоулева тепла, а затем рассчитывать поля напряжений и деформаций. При этом относительная ошибка решения по электромагнитным величинам и напряжениям, вызванная указанным упрощением, будет сопоставима с величиной деформаций в теле.

ЛИТЕРАТУРА

1. Амбарцумян С. А., Багдасарян Г. Е., Белубекян М. В. К магнитоупругости тонких оболочек и пластин. — ПММ, 1973, т. 37, вып. 1, с. 114–130.
2. Амбарцумян С. А. О некоторых вопросах развития исследований в области электромагнитоупругости тонких тел. — Изв. АН СССР. МТТ, 1974, № 2, с. 175–188.
3. Селезов И. Т. Некоторые приближенные формы уравнений движения магнитоупругих сред. — Изв. АН СССР. МТТ, 1975, № 5, с. 86–91.
4. Новацкий В. Связанные поля в механике твердых тел. — В кн.: Теоретическая и прикладная механика. Тр. XIV междунар. конгресса IUTAM. М.: Мир, 1979, с. 395–416.
5. Moon F. C., Chattopadhyay S. Magnetically induced stress waves in a conducting solid-theory and experiment. — Trans. ASME. Ser. E, J. Appl. Mech., 1974, v. 41, No. 3, p. 641–646.
6. Гачкевич А. Р., Мусий Р. С. Температурные поля и термоупругое состояние электропроводных пластин при магнитном ударе. — Математические методы и физико-механические поля: Сб. статей. Киев: Наук. думка, 1978, вып. 7, с. 115–118.
7. Кудрявцев В. А., Паргон В. З. Магнитотермоупругость. — В кн.: Итоги науки и техники. Сер. Механика деформируемого твердого тела. Т. 14. М.: ВИНТИ, 1981, с. 3–59.
8. Дресвянников В. И. О нестационарных задачах механики упругопластических проводящих тел при действии сильных импульсных магнитных полей. — Прикладные проблемы прочности и пластичности: Сб. статей. Горький: Изд-е Горьковск. ун-та, 1979, вып. 11, с. 32–47.
9. Дресвянников В. И. Численная схема расчета связанных термомеханических и электромагнитных полей в упругопластических телах. — Прикладные проблемы прочности и пластичности: Сб. статей. Горький: Изд-е Горьковск. ун-та, 1980, вып. 16, с. 40–49.
10. Яненко Н. Н. Вопросы модульного анализа и параллельных вычислений в задачах математической физики. — В кн.: Комплексы программ математической физики. Новосибирск: Изд-е ин-та теор. и прикл. мех. СО АН СССР, 1980, с. 3–12.
11. Самарский А. А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. 656 с.

Горький

Поступила в редакцию
17.V.1982