**МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 2 · 1984**

УДК 531.383

РЕГРЕССИОННЫЕ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ГИРОКОМПАСА НА КАЧКЕ ПО МЕТОДУ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

ПОТЕМКИН А. Э.

Классические методы регрессионного анализа и наименьших квадратов применяются для статистической идентификации математической модели гирокомпаса, работающего на качающемся основании. Приведены алгоритмы обработки результатов эксперимента, оценки точности коэффициентов уравнения регрессии и результатов, полученных на их основе. Приведен числовой пример применения метода наименьших квадратов в матричной форме.

Каждая гироскопическая система, как известно, не идеальна, имеет сложную конструкцию, особенности которой зачастую не учитываются ее «классическими» уравнениями движения [1–5].

Погрешности двухроторных гирокомпасов от вибрации и качки, вычисленные по формулам прецессионной теории без учета упругой податливости элементов конструкции, их инерции, перетекания жидкостей, трения, возможных люфтов в осях подвеса гироскопов и других факторов, отличаются от действительных значений погрешности на два-три порядка [6, 7]. Таким образом, при низких частотах внешних возмущений и «малых» ускорениях неидеальность гиросистем не сказывается в полной мере, а, например, для сильной качки, где ускорения значительны, ранее не учитываемые факторы играют существенную роль в характеристиках точности гиросистемы. В связи с этим в [8] было предложено ввести коэффициент восприимчивости четвертной погрешности в известную модель для оценки погрешности гирокомпаса на качке.

В [6, 7] предложена уточненная модель для предсказания значений интеркардинальных погрешностей гирокомпаса, однако оценку ее ряда параметров трудно получить путем непосредственных измерений, так как гиросфера в нормальных условиях эксплуатации погружена в поддерживающую жидкость и внутренняя ее полость недоступна. Применение математической статистики облегчает решение указанной выше задачи.

1. Применим регрессионный анализ [9—13] к исследованию широко распространенных двухроторных гирокомпасов. Рассмотрим статическую задачу, когда переходной процесс движения гиросферы в новое положение равновесия, соответствующее той или иной интенсивности качки, уже закончился.

Сохраняя условные обозначения работ [6, 7], запишем модель для оценки погрешности двухроторного гирокомпаса на качке в следующем виде:

$$\alpha=[(lP)^2/(4g^2H_1U\cos\varphi)]\{(A^2p^4\sin 2K)/[C(1+p^2T^2)]\} \tag{1.1}$$

где α — оценка интеркардинальной погрешности гирокомпаса на качке, K — угол, характеризующий направление горизонтальной составляющей ускорения основания гирокомпаса относительно плоскости меридиана, C — приведенный коэффициент упругой податливости элементов гиросферы, T — постоянная времени смещения центра масс гиросферы, lP — максимальный маятниковый момент гиросферы, A — амплитуда качки, $p=2\pi/\tau$ — угловая частота качки, τ — период качки, g — ускорение силы тяжести, H_1 — кинетический момент гиросферы по ее оси $N—S$, U — угловая скорость вращения Земли, φ — широта места.

Структура выражения (1.1) определена на основе совместного использования законов механики и экспериментальных данных [6, 7]. Будем разыскивать оценки: C — приведенного коэффициента упругой податливости элементов гиросферы и T — постоянной времени смещения центра масс гиросферы. Получить оценки этих параметров затруднительно, внутренняя полость гиросферы не доступна для исследования в нормальных условиях эксплуатации, поэтому определим их путем косвенных измерений через функционально связанные с ними величины. Аналитическая модель (1.1) нелинейна, линеаризируем ее в окрестности выбранных приближенных значений искомых параметров.

На основе (1.1), обозначив известные параметры через B, запишем выражение для вычисления погрешности в виде $\alpha=f(B, C, T)$. Исходной информацией при уточнении параметров модели является экспериментальный статистический материал об интенсивности качки (вход) и погрешностях гирокомпаса (выход). Допустим, что для уточнения двух ($m=2$) неизвестных параметров C и T было измерено $n>2$ экспериментальных значений погрешности гирокомпаса $\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_n$. Тогда получим следующую систему статистических уравнений:

$$
\begin{gathered}
f_1(B, C, T)-\delta_1=v_1 \quad f_2(B, C, T)-\delta_2=v_2 \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
f_n(B, C, T)-\delta_n=v_n
\end{gathered}
\tag{1.2}
$$

где v_i — невязки, отклонения результата наблюдения δ_i от соответствующего теоретического значения, определяемого функцией $f_i(B, C, T)$. Разложив левые части этих равенств в ряды Тейлора, линеаризируем их в предположении, что приращения переменных малы, и поэтому удержим только линейные члены относительно поправок ΔC и ΔT. Следовательно

$$
f_i(B,C,T)_0+\left(\frac{\partial f_i}{\partial C}\right)\Delta C+\left(\frac{\partial f_i}{\partial T}\right)\Delta T-\delta_i=v_i \tag{1.3}
$$

Это приведет к задаче отыскания коэффициентов для уравнений регрессии, которые наилучшим образом соответствуют экспериментальным данным

$$
y_i=a_1x_{1i}+a_2x_{2i}+v_i \qquad (i=1, \ldots, n) \tag{1.4}
$$

где $a_1=\Delta C$, $a_2=\Delta T$ — оценки коэффициентов, $y_i=\delta_i-f_i(B, C, T)=\delta_i-\alpha_i$ — разности между измеренными и вычисленными значениями интеркардинальных погрешностей гирокомпаса по (1.1) соответственно, x_{1i}, x_{2i} — частные производные от функции интеркардинальной погрешности гирокомпаса (1.1), $x_{1i}=\partial f_i/\partial C=-\alpha_i/C$, $x_{2i}=\partial f_i/\partial T=-\alpha_i 2p^2T/(1+p^2T^2)$.

Если число оцениваемых параметров равно m, то, используя матричные обозначения, систему (1.4) в общем случае можно представить в виде

$$
\mathbf{Y}=\mathbf{AX}+\mathbf{V} \tag{1.5}
$$

$$
\mathbf{Y}=\begin{Vmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{Vmatrix}, \quad
\mathbf{V}=\begin{Vmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{Vmatrix}, \quad
\mathbf{A}=\begin{Vmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{Vmatrix}, \quad
\mathbf{X}=\begin{Vmatrix} x_{11} & x_{21} \ldots x_{m1} \\ x_{12} & x_{22} \ldots x_{m2} \\ \ldots & \ldots \\ x_{1n} & x_{2n} \ldots x_{mn} \end{Vmatrix}
$$

В системе (1.5) обозначено: $\mathbf{X}$ — исходная матрица функций от независимых переменных, $\mathbf{Y}$ — матрица оценок значений разности между измеренными и вычисленными величинами погрешности гирокомпаса, $\mathbf{A}$ — матрица оценок искомых коэффициентов уравнения регрессии, $\mathbf{V}$ — матрица значений невязок.

Система уравнений (1.5) может быть решена методом наименьших квадратов, для этого необходимо минимизировать сумму квадратов невязок левых и правых частей уравнений этой системы

$$S=\sum_{i=1}^{n}(y_i-a_1x_{1i}-a_2x_{2i}-\ldots-a_mx_{mi})^2\rightarrow\min$$

Выражение для вычисления искомых коэффициентов уравнения регрессии (1.5) имеет следующий вид [10, 12, 13]:

$$\mathbf{A}=(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{Y}=\|a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_m\|^T \quad (1.6)$$

где $\mathbf{X}^T$ — транспонированная матрица, $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ — информационная матрица — матрица Фишера.

Обратная матрица $(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}$ существует только тогда, когда матрица $\mathbf{X}$ не является особенной.

При разложении правой части выражения (1.1) в ряд Тейлора используется линейное приближение, следовательно, оценки параметров модели на первом шаге могут оказаться еще не достаточно точными. Поэтому полученные значения параметров принимают за новое исходное их значение и процедура повторяется. Вычисляют каждый раз новые приближения параметров $C_{(d+1)}$ и $T_{(d+1)}$ по рекуррентным формулам

$$C_{(d+1)}=C_{(d)}+\Delta C_{(d)},\quad T_{(d+1)}=T_{(d)}+\Delta T_{(d)} \quad (1.7)$$

где $\Delta C_{(d)}=a_{1(d)}$, $\Delta T_{(d)}=a_{2(d)}$, d — номер итерации.

Процесс итераций продолжается до тех пор, пока не будет выполняться неравенство

$$|a_{1(d)}|<\varepsilon_1,\quad |a_{2(d)}|<\varepsilon_2 \quad (1.8)$$

где ε_1 и ε_2 — достаточно малые числа, которые обычно выбираются соизмеримыми с ожидаемыми погрешностями оценок коэффициентов.

Исходная функция (1.1) и ее частные производные рассчитываются по C_d и T_d — значениям параметров d-го приближения (итерации). Процесс итерационного уточнения будет быстро сходиться только в том случае, если начальное приближение искомых параметров не слишком грубое.

Математическое описание (модель) погрешности гирокомпаса на качке (1.1) содержит кроме оцениваемых параметров C и T еще и неоцениваемые аргументы B — исходные параметры (l, P, H_1, φ, K, A, τ и угол между осями гироскопов), которые могут быть известны с ошибками, поэтому возникнут погрешности при вычислении α_i. Тогда элементы матриц $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ и $\mathbf{XY}$ согласно (1.4) и (1.5) тоже будут иметь погрешности. Кроме того, в погрешности элементов матрицы $\mathbf{X}^T\mathbf{Y}$ войдут погрешности измерений интеркардинальной погрешности гирокомпаса на качке δ_i. Все эти погрешности элементов матриц вызовут рассеяние результатов вычисления погрешностей по модели от эксперимента. Объективная оценка остаточной выборочной дисперсии измерений относительно модели может быть получена в процессе обработки этих измерений, например по нескомпенсированным (остаточным) разностям предсказанных и измеренных значений интеркардинальных погрешностей гирокомпаса на качке по формуле

$$S^2\{\mathbf{Y}\}=\|\mathbf{Y}-\mathbf{XA}\|^T\|\mathbf{Y}-\mathbf{XA}\|/(n-m) \quad (1.9)$$

где n — число измерений (опытов), m — число оцениваемых коэффициентов уравнения.

Критерий минимума среднеквадратического отклонения $S^2\{\mathbf{Y}\}=\min$ характеризует качество модели, ее оптимальность.

Оценки выборочных дисперсий коэффициентов $S^2\{a_1\}$ и $S^2\{a_2\}$ равны диагональным элементам матрицы ковариаций

$$C\{a\}=(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}S^2\{\mathbf{Y}\}\quad \text{или}\quad S^2\{a_i\}=c_{ii}S^2\{\mathbf{Y}\} \quad (1.10)$$

Внедиагональные элементы этой матрицы равны ковариациям, показывающим стохастическую связь между коэффициентами. Стандартное отклонение оценок коэффициентов регрессии $S\{a_1\}$ и $S\{a_2\}$ показывает ошибки в их определении и позволяет округлить найденные оценки значений коэффициентов регрессии a_1 и a_2, а по ним округлить оценки искомых параметров модели C и T. Когда оценки C и T искомых параметров модели имеют нормальное распределение, не смещены, состоятельны и обладают наименьшей дисперсией, то метод наименьших квадратов эквивалентен методу максимального правдоподобия. Оценки параметров являются статистической основой для предсказаний интеркардинальных погрешностей гирокомпасов на качке, хотя не все факторы, влияющие на значение параметров, полностью известны. Для анализа действия этих неизвестных факторов и выяснения их физического смысла требуется проведение дополнительных исследований.

2. Для обоснованного применения методов регрессионного анализа необходимо, чтобы отклонения измерений показаний гирокомпаса на качке при неизменной ее интенсивности были случайными, распределены по нормальному закону, независимы и все выборочные оценки дисперсий однородны.

Экспериментальное определение показаний гирокомпаса на качке (опыты) проводят на стенде при нескольких направлениях качаний, разных амплитудах и периодах качки, соответствующих естественным условиям работы приборов на объектах и возможностям испытательного стенда. Для повышения точности получаемых измерений показаний прибора до приложения качки и после прихода гиросферы в новое положение равновесия, соответствующее той или иной интенсивности качки, получают серии наблюдений, которые затем усредняют

$$\langle\delta_{ji}\rangle = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\delta_{jik} \tag{2.1}$$

где δ_{jik} — результат k-го наблюдения в i-м опыте (строке); при этом до начала качки $j=1$, а после приложения качки $j=2$ $(k=1,\ldots,N)$, $(i=1,\ldots,n)$, $(j=1,\ 2)$.

Оценки дисперсий измерения показаний гирокомпаса по строкам находят по формуле

$$S^2\{\langle\delta_{ji}\rangle\} = \frac{1}{N-1}\sum_{k=1}^{N}(\delta_{jik}-\langle\delta_{ji}\rangle)^2 \tag{2.2}$$

Разность средних значений показаний гирокомпаса на качке $\langle\delta_{2i}\rangle$ и без приложения качки $\langle\delta_{1i}\rangle$ равна среднему значению погрешности гирокомпаса от качки, т. е. $\langle\delta_i\rangle=\langle\delta_{2i}\rangle-\langle\delta_{1i}\rangle$. Дисперсию погрешности гирокомпаса $\langle\delta_i\rangle$ можно вычислить по формуле

$$S^2\{\langle\delta_i\rangle\} = S^2\{\langle\delta_{1i}\rangle\}+S^2\{\langle\delta_{2i}\rangle\} \tag{2.3}$$

с числом степеней свободы

$$\nu_1=N_1+N_2-2 \quad \text{или} \quad \nu_1=2(N-1) \tag{2.4}$$

Проверка воспроизводимости эксперимента заключается в проверке однородности выборочных построчных дисперсий $S^2\{\langle\delta_i\rangle\}$. Для этого вычисляют G_{ex} — опытное значение критерия Кохрена [13], который использует выборочный закон распределения отношения максимальной дисперсии $S^2\{\langle\delta_i\rangle\}_{\max}$ к сумме всех дисперсий, т. е.

$$G_{ex} = S^2\{\langle\delta_i\rangle\}_{\max}\Big/\sum_{i=1}^{n}S^2\{\langle\delta_i\rangle\} \tag{2.5}$$

По выбранному уровню значимости $q=0{,}05$, числу степеней свободы $\nu_1=2(N-1)$, числу опытов (серий измерений) $\nu_2=n$ получают из таблицы критическое значение критерия G_* [13]. Если $G_{ex}<G_*$, то утверждение о равноточности измерений не отвергается и все дисперсии однородны. В этом случае дисперсия ошибки эксперимента оценивается по формуле

$$S^2\{\langle\delta\rangle\}_e=\frac{1}{n}\sum S^2\{\langle\delta_i\rangle\} \qquad (2.6)$$

Следовательно, среднее квадратическое отклонение измерений показаний гирокомпаса равно $S\{\langle\delta\rangle\}_e$.

Далее необходимо проверить соответствие полученной математической модели экспериментальным данным, т. е. провести проверку адекватности полученной модели. Рассеяние результатов эксперимента относительно подобранного выражения для вычисления интеркардинальной погрешности гирокомпаса на качке характеризуется оценкой остаточной дисперсии $S^2\{\alpha\}_r$ — дисперсией адекватности, которая равна

$$S^2\{\alpha\}_r=\frac{1}{n-m}\sum_{i=1}^{n}(\langle\delta_i\rangle-\alpha_i)^2 \qquad (2.7)$$

где $\langle\delta_i\rangle$ — экспериментальные средние значения погрешностей гирокомпаса на качке, α_i — расчетные значения (оценки) погрешностей гирокомпаса по формуле (1.1), n — число измерений (опытов), m — число оцениваемых параметров (коэффициентов в уравнении регрессии).

Остаточную дисперсию можно получить не только прямым подсчетом по (2.7), но и через оценки коэффициентов регрессии по (1.9).

При проверке адекватности выясняется соотношение между остаточной дисперсией и дисперсией ошибки эксперимента. Для этого рассчитывают значение критерия Фишера F_p, которое затем сравнивают с табличным значением F_T, взятым с его доверительной вероятностью. Критерий Фишера вычисляется так:

$$F_p=S^2\{\alpha\}_r/S^2\{\langle\delta\rangle\}_e \qquad (2.8)$$

Если рассчитанное значение отношения F_p меньше табличного для соответствующих степеней свободы числителя $\nu_r=n-m$, знаменателя $\nu_e=n(N-1)$ и выбранной вероятности $P=1-q$, то модель адекватна [12, 13]. Если $F_p>F_T$, модель признается непригодной для представления выборочных данных эксперимента.

При положительном исходе проверки адекватности зависимость вида (1.1) с полученными оценками ее параметров является окончательной моделью, описывающей погрешность гирокомпаса на качке, и может быть использована для исследования точности гирокомпаса, а также для прогнозирования его погрешности на стендах и подвижных объектах в том числе с использованием ЭВМ. Прогноз не может быть сформирован с точностью выше, чем $S^2\{\alpha\}_r$ по (2.7), тогда дисперсия прогноза равна

$$S^2\{\alpha_p-\alpha\}=S^2\{\alpha\}_r+S^2\{\alpha\} \qquad (2.9)$$

следовательно, согласно [12]:

$$S^2\{\alpha_p-\alpha\}=S^2\{\alpha\}_r[1+\mathbf{X}_p^T(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}_p] \qquad (2.10)$$

где X_p — вектор заданных значений переменных в точке предсказания.

Таким образом, ограниченность статистической информации приводит к увеличению дисперсии прогноза на величину $S^2\{\alpha\}_r$.

Оценка (2.10) является несмещенной и состоятельной оценкой действительной дисперсии ошибки прогноза.

Если предполагается провести N последующих наблюдений и получить ряд измерений δ_i при том же самом X_p, то можно получить среднее значение $\langle\delta_p\rangle$, которое должно наблюдаться. В этом случае, очевидно, нужно единицу в выражении (2.10) заменить на $1/N$, так как дополнительная дисперсия теперь будет равна $S^2\{\alpha\}_r/N$.

Границы доверительного интервала для прогнозируемой величины погрешности гирокомпаса α_p могут быть записаны в виде [12]

$$\alpha_p-t_{q,\,n-m}S\{\alpha_p-\alpha\}\leqslant\alpha_p\leqslant\alpha_p+t_{q,\,n-m}S\{\alpha_p-\alpha\} \qquad (2.11)$$

где $t_{q;\,n-m}$ будет $(1-q)\cdot100\%$-ный квантиль t-распределения Стьюдента с $n-m$ степенями свободы.

Заметим, что «предсказания» погрешности по модели опираются на предположение, что модель, подогнанная по n предшествующим испытаниям, справедлива также и для других значений параметров качки, т. е. в гиросистеме не происходит каких-либо изменений с течением времени или при изменении интенсивности качки.

Пример. Требуется получить оценки параметров модели двухроторного гирокомпаса для прогнозирования его погрешностей на качке. Примем: $H_1=1{,}55\cdot10^8$ гсм^{2}с$^{-1}$ (15,5 кгм^{2}с$^{-1}$); $lP=6{,}57\cdot10^6$ гсм^{2}с$^{-2}$ (0,657 кгм^{2}с$^{-2}$); $\varphi=46{,}5°$; $U=7{,}3\cdot10^{-5}$ рад/с. Из физических соображений и априорной информации область допустимых значений искомых параметров будем считать равной $C=2\div12\cdot10^7$ гсм^{2}с$^{-2}$ (2÷12 кгм^{2}с$^{-2}$); $T=0{,}1\div1$ с. Для рассмотрения алгоритмов решения задачи возьмем ограниченное число опытов $n=4$ ($i=1, 2, 3, 4$), которые примем как априорную информацию, кроме того, два опыта ($i=5$, 6) возьмем в качестве контрольной информации для проверки эффективности полученных оценок параметров модели.

Ниже на основе (2.1), (2.2), (2.3) приведены результаты обработки данных экспериментов и прогноза погрешностей гирокомпаса на качке по (1.1):

i	K	A	τ	p	$\langle\delta_i\rangle$	$S^2\{\langle\delta_i\rangle\}$	α_i	v_i
1	332	24	8	0,79	−0,117	0,80	–	–
2	18	24	6,3	1	+0,21	4,64	–	–
3	316	23	5,5	1,14	−0,466	1,84	–	–
4	316	11,8	3,5	1,8	−0,401	2,12	–	–
5	31	23,5	6,2	1,01	+0,32	–	+0,307	+0,013
6	316	11,8	5,5	1,14	−0,11	–	−0,125	+0,015

где i – номер эксперимента, K – направление качки, град; A – амплитуда качки, см; τ – период качки, с; p – угловая частота качки, с$^{-1}$; $\langle\delta_i\rangle$ – построчные средние величины погрешностей, град; $S^2\{\langle\delta_i\rangle\}$ – построчные дисперсии, град$^2\times10^{-4}$; α_i – прогноз, град; v_i – невязки, град.

Опытное значение критерия Кохрена по (2.5):

$$G_{ex}=S^2\{\langle\delta_i\rangle\}_{\max}\Big/\sum_{i=1}^{n}S^2\{\langle\delta_i\rangle\}=\frac{4{,}64\cdot10^{-4}}{9{,}4\cdot10^{-4}}=0{,}4936$$

По выбранной доверительной вероятности $q=0{,}05$, числу степеней свободы $\nu_1=2(N-1)=2(5-1)=8$, числу опытов (строк) $\nu_2=n=4$ из таблицы [12, 13] получим $G_*=0{,}5175$.

Для рассматриваемой задачи получаем $G_{ex}<G_*$. Таким образом, все дисперсии однородны и общее число отсчетов в каждом измерении $N=5$ является достаточным. Дисперсия ошибки эксперимента (2.6): $S^2\{\langle\delta\rangle\}_e=9{,}4\cdot10^{-4}/4=2{,}35\cdot10^{-4}$ град^2. Отсюда $S\{\langle\delta\rangle\}_e=\pm0{,}015$ град.

Значения переменных исходных матриц x_{1i}, x_{2i} и y_i вычислим на основе выражений (1.4). За начальное значение искомых параметров примем: $C=7\cdot10^7$ гсм^{2}с$^{-2}$ (7 кгм^{2}с$^{-2}$); $T=0{,}55$ с, т. е. как первое приближение примем средние значения параметров из области их допустимых значений. Вычисления закончим на пятой итерации, когда будет выполнено условие (1.8): $|d_{1(5)}|=0{,}0048\cdot10^7<\varepsilon_1=0{,}01\cdot10^7$ гсм^{2}с$^{-2}$ (0,01 кгм^{2}с$^{-2}$); $|d_{2(5)}|=0{,}00017<\varepsilon_2=0{,}01$ с.

Тогда значения искомых параметров равны $C_{(6)}=6{,}8349685\cdot10^7$ гсм^{2}с$^{-2}$ (6,8349685 кгм^{2}с$^{-2}$); $T_{(6)}=1{,}0167358$ с.

Далее вычислим $S^2\{\alpha\}_r$ и F_p по (2.7) и (2.8), $S^2\{\alpha\}_r=0{,}0002422$; $F_p=1{,}03$.

Табличную величину $F_T=3{,}63$ получим для степеней свободы числителя $\nu_r=n-m=4-2=2$, знаменателя $\nu_e=n(N-1)=4(5-1)=16$ и выбранной вероятности $P=1-0{,}05=0{,}95$ [12, 13].

Уже после четвертой итерации ($F_p=1{,}1$) критерий Фишера $F_p<F_T=3{,}63$ и, следовательно, модель адекватна. Оценки выборочных дисперсий коэффициентов $S^2\{a_1\}$ и $S^2\{a_2\}$ на основе (1.10) и (2.7) равны $S^2\{a_1\}=0{,}848018\cdot10^{14}$ г^{2}см^{4}с$^{-4}$ (0,848018 кг^{2}м^{4}с$^{-4}$); $S^2\{a_2\}=0{,}0113017$ с^2.

На основе стандартных отклонений этих оценок округлим найденные оценки параметров модели $C=6{,}8\cdot10^7$ гсм^{2}с$^{-2}$ (6,8 кгм^{2}с$^{-2}$); $T=1{,}0$ с.

Дополнительные контрольные эксперименты, данные по которым не использовались в вычислительных процедурах при определении оценок параметров C и T, приведены выше ($i=5, 6$). Там же приведены результаты прогноза погрешностей гирокомпаса по модели (1.1) для этих экспериментов, и можно видеть, что невязки совпадают с точностью эксперимента $S\{\langle\delta\rangle\}_e=\pm0{,}015$ град, поэтому модель эффективна.

Проведем прогнозирование возможной погрешности гирокомпаса от качки на объекте. Допустим, гирокомпас установлен на расстоянии $h=7{,}5$ м от оси, проходящей через центр качаний объекта. Примем качку регулярной с амплитудой углов бортовой качки, равной $\theta_0=5°$, тогда амплитуда качки $A=\theta_0\cdot h=0{,}087265\cdot750\approx65$ см. Период качки $\tau=7$ с; курс $K=45°$; широта места $\varphi=57°$. На основе выражения (1.1) получим $\alpha_p=-2{,}322$ град. Дисперсия прогноза по (2.10) равна $S^2\{\alpha_p-\alpha\}=0{,}011196\cdot10^{-3}$ град. Отсюда $S\{\alpha_p-\alpha\}=0{,}1058$ град. Табличное значение $t_{0{,}05,\ (4-2)}=4{,}303$ [12]. По формуле (2.11) находим $-2{,}322-4{,}303\cdot0{,}1058\leqslant\alpha_p\leqslant-2{,}322+4{,}303\cdot0{,}1058$.

Таким образом, согласно прогнозу с вероятностью $P=0{,}95$ погрешность гирокомпаса при заданной интенсивности качки будет находиться в пределах $\alpha_p=-2{,}3\pm\pm0{,}455$ град.

Это значение интеркардинальной погрешности гирокомпаса соответствует реальным величинам погрешностей гирокомпасов при качке в судовых условиях, доходящих до 3–4° [14].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Блюмин Г. Д., Жбанов Ю. К., Кошляков В. Н.* Гироскопические компасы.– В кн.: Развитие механики гироскопических и инерциальных систем. М.: Наука, 1973, с. 253–284.
2. *Климов Д. М., Харламов С. А.* Динамика гироскопа в кардановом подвесе. М.: Наука, 1978. 208 с.
3. *Девянин Е. А., Окунев Ю. М.* О математическом моделировании навигационных систем.– В кн.: Науч. тр. ин-та механики. МГУ, 1974, № 33, с. 4–10.
4. *Новожилов И. В.* Приближенные методы исследования гироскопических систем.– В кн.: Развитие механики гироскопических и инерциальных систем. М.: Наука, 1973, с. 368–378.
5. *Меркин Д. Р.* К вопросу о допустимости применения прецессионных уравнений гироскопических систем.– ПММ, 1974, т. 38, вып. 2, с. 228–232.
6. *Потемкин А. Э.* Применение методов идентификации для оценки погрешностей двухроторных гирокомпасов на качающемся основании.– Изв. АН СССР. МТТ, 1979, № 1, с. 27–31.
7. *Потемкин А. Э.* Исследование двухроторного гирокомпаса на качке.– Изв. вузов. Приборостроение, 1978, т. 21, № 11, с. 75–80.
8. *Потемкин А. Э.* Исследование влияния вибраций на показания гирокомпаса.– Тр. центр. н.-и ин-та морфлота, 1960, вып. 30, с. 72–82.
9. *Линник Ю. В.* Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. М.: Физматгиз, 1962. 349 с.
10. *Гроп Д.* Методы идентификации систем. М.: Мир, 1979. 302 с.
11. *Налимов В. В.* Теория эксперимента. М.: Наука, 1971. 207 с.
12. *Кендалл М. Дж., Стьюарт А.* Статистические выводы и связи. М.: Наука, 1973. 899 с.
13. *Плескунин В. И., Воронина Е. Д.* Теоретические основы организации и анализа выборочных данных в эксперименте. Л.: Изд-во ЛГУ, 1979. 232 с.
14. *Цуцкарев Б. М.* Исследование погрешностей определения магнитного склонения на море.– Геофизическая аппаратура: Сб. статей. Л.: Недра, 1972, вып. 49, с. 22–24.

Одесса

Поступила в редакцию
28.VII.1982