

8. Толоконников Л. А., Архипов И. К. Корреляционная теория малых упругоэластических деформаций композиционных материалов. — Прикладные проблемы прочности и пластичности: Сб. статей. Горький: Изд-е Горьк. ун-та, 1979, вып. 11, с. 48–52.
9. Москвитин В. В. Пластичность при переменных нагрузжениях. М.: Изд-во МГУ, 1965. 263 с.
10. Гусеньков А. П., Паршинцева Т. С., Шнейдерович Р. М. Некоторые свойства кри-вых повторного деформирования при симметричном цикле напряжений. — Изв. АН СССР. ОТН. Механика и машиностр., 1960, № 5, с. 109–112.

Тула

Поступила в редакцию
18. III. 1982

УДК 539.375

О КРИТЕРИИ РАЗРУШЕНИЯ ДЛЯ ГОРНЫХ ПОРОД

ГЛУШКО А. И., КОВШОВ А. Н., НЕЩЕРЕТОВ И. И., НИКИТИН И. С.

Для описания поведения горных пород при больших давлениях, как известно, необходимо знать критерий разрушения, при выполнении которого горная порода переходит из неразрушенного состояния в разрушенное. Часто вид критерия разрушения выбирается из физических соображений, соответствующих характеру разрушения. Так, например, учитываются либо максимальные растягивающие напряжения, либо максимальные касательные напряжения, либо предельное соотношение между касательным и нормальным напряжением, действующим на площадке (теория Кулона — Мора), либо энергия формоизменения. Критерии такого типа достаточно хорошо подтверждаются экспериментами только при определенных видах нагружения. При сложном напряженном состоянии условия разрушения изучены еще недостаточно. Это имеет место и для статических испытаний и, тем более, для динамических.

Большая часть экспериментальных данных по разрушению горных пород получена для так называемых трехосных нагружений, т. е. при условии $\sigma_1 \neq \sigma_2 = \sigma_3$. $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ — главные напряжения (см. [1–17] и указанную там библиографию). Результаты экспериментов представляются в виде зависимости σ_1 от $(\sigma_1 - \sigma_3)$. Такая методика испытаний и обработки экспериментальных данных связана с представлением о независимости критерия разрушения от промежуточного главного напряжения σ_2 .

Проведение экспериментов для неравнокомпонентного напряженного состояния ($\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$) связано с созданием уникальных экспериментальных установок. Поэтому экспериментальные данные, по которым можно изучать влияние промежуточного напряжения на разрушение, весьма малочисленны [8, 9, 17–20].

1. В публикуемой работе анализируются опубликованные экспериментальные данные по разрушению различных горных пород для получения критерия разрушения в виде зависимости

$$\Phi(I_1, I_2, I_3) = 0, \quad I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3, \quad I_2 = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1, \quad I_3 = \sigma_1\sigma_2\sigma_3 \quad (1.1)$$

где I_1, I_2, I_3 — первый, второй и третий инварианты тензора напряжений.

По аналогии с условием текучести, используемым в теории пластичности, в [3, 4, 6, 21] предлагались в качестве критерия разрушения горных пород некоторые зависимости между инвариантами тензора напряжений. Однако зависимость критерия разрушения от третьего инварианта I_3 фактически не рассматривалась.

Получение полной поверхности разрушения, задаваемой зависимостью типа (1.1) для конкретной горной породы, требует проведения большого количества экспериментов по специальным программам нагружения. Ниже известные экспериментальные данные обрабатывались таким образом, чтобы получить зависимость $I_2^{1/2}$ от I_1 при $I_3^{1/3} = \text{const}$. Использовались данные из [9, 17–20] по испытаниям при неравнокомпонентном напряженном состоянии.

К сожалению, в этих работах эксперименты не проводились по специальной программе нагружения с соблюдением условия $I_3^{1/3} = \text{const}$, поэтому обработка проводилась следующим образом. Строились зависимости $I_2^{1/2}$ от I_1 для той совокупности экспериментальных точек, для которых значения $I_3^{1/3}$ попадают в узкий интервал.

Результаты обработки приведены для песчаника [9, 19], доломита [18-20] и трахита [17] (за единицу принята величина равная 100 МПа):

песчаник

$\sqrt[3]{I_3}=0$,	$a=0,77$,	$b=-0,64$,	$-b/a=0,83$				
$\sqrt{I_2}$	0	0,27	0,40	0,52	0,61	0,69	
I_1	0,85	1,15	1,33	1,51	1,62	1,72	
$\sqrt[3]{I_3}=0,30\pm 0,05$,	$a=0,74$,	$b=-0,77$,	$-b/a=1,04$				
$\sqrt{I_2}$	0,59	0,70	0,71	0,80			
I_1	1,83	1,96	2,02	2,10			
$\sqrt[3]{I_3}=0,40\pm 0,05$,	$a=0,62$,	$b=-0,56$,	$-b/a=0,895$				
$\sqrt{I_2}$	0,80	0,90	0,91	0,93			
I_1	2,20	2,30	2,32	2,41			
$\sqrt[3]{I_3}=0,50\pm 0,05$,	$a=0,53$,	$b=-0,33$,	$-b/a=0,62$				
$\sqrt{I_2}$	1,02	1,05	1,13	1,14	1,24		
I_1	2,54	2,63	2,70	2,75	2,96		

доломит

$\sqrt[3]{I_3}=1,25\pm 0,25$,	$a=0,64$,	$b=-1,51$,	$-b/a=2,36$				
$\sqrt{I_2}$	2,14	2,29	2,65	2,76	2,95	3,16	3,50
I_1	5,75	5,85	6,35	6,85	7,15	7,25	7,80
$\sqrt[3]{I_3}=1,75\pm 0,25$,	$a=0,64$,	$b=-1,68$,	$-b/a=2,63$				
$\sqrt{I_2}$	3,46	3,48	3,81	3,86	3,93	3,96	3,91
I_1	8,00	8,15	8,35	8,40	8,75	8,90	9,05
$\sqrt[3]{I_3}=2,25\pm 0,25$,	$a=0,66$,	$b=-1,94$,	$-b/a=2,93$				
$\sqrt{I_2}$	4,41	4,48	4,60	4,77	4,79	5,42	
I_1	9,65	9,65	9,70	9,75	10,45	10,95	
$\sqrt[3]{I_3}=2,75\pm 0,25$,	$a=0,55$,	$b=-0,95$,	$-b/a=1,64$				
$\sqrt{I_2}$	5,33	5,24	5,51	5,85	5,95	6,19	
I_1	1,13	11,17	11,55	11,90	12,22	12,80	
$\sqrt[3]{I_3}=3,25\pm 0,25$,	$a=0,62$,	$b=-1,62$,	$-b/a=2,61$				
$\sqrt{I_2}$	6,29	6,35	6,40	6,55	6,73	7,01	7,01
I_1	12,74	12,75	12,75	13,25	13,65	13,85	14,02

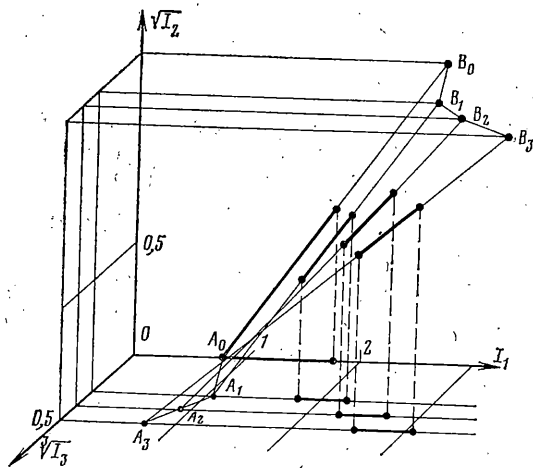
трахит

$\sqrt[3]{I_3}=1,00\pm 0,25$,	$a=0,61$,	$b=-0,68$,	$-b/a=1,12$				
$\sqrt{I_2}$	1,27	1,80	1,83	2,00	2,16	2,23	2,35
I_1	3,15	4,00	4,23	4,40	4,69	4,72	4,97
$\sqrt[3]{I_3}=1,50\pm 0,25$,	$a=0,66$,	$b=-0,95$,	$-b/a=1,51$				
$\sqrt{I_2}$	2,86	2,91	3,16	3,21	3,22	3,53	3,67
I_1	5,84	5,87	6,10	6,38	6,54	6,78	6,98
$\sqrt[3]{I_3}=2,00\pm 0,25$,	$a=0,62$,	$b=-0,78$,	$-b/a=1,26$				
$\sqrt{I_2}$	3,47	3,81	3,82	3,89	4,26	4,43	4,57
I_1	7,00	7,24	7,29	7,64	8,02	8,29	8,64

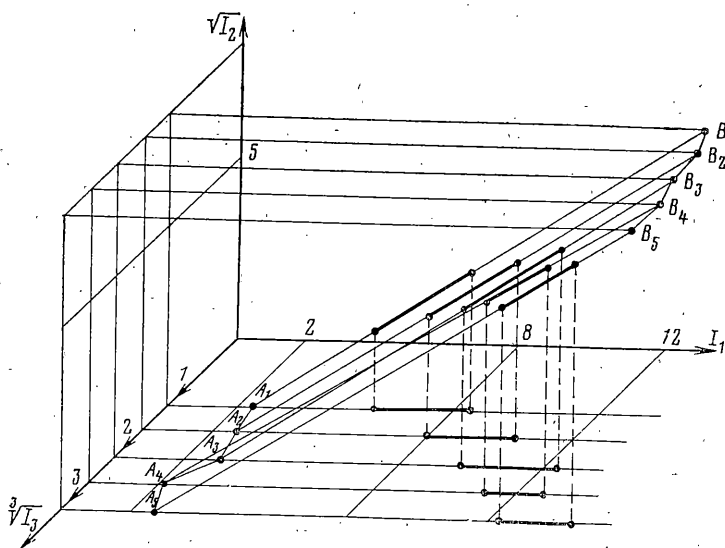
Эти данные позволяют представить поверхность разрушения (1.1) в пространстве $I_1, I_2^{1/2}, I_3^{1/3}$. Примем сжимающие напряжения положительными и рассмотрим только область $I_1 \geq 0, I_2^{1/2} \geq 0, I_3^{1/3} \geq 0$. Результаты обработки показывают, что на всех плоскостях $I_3^{1/3} = \text{const}$ экспериментальные зависимости $I_2^{1/2}$ от I_1 близки к линейным (прямые регрессии), и поэтому могут быть представлены в виде

$$\sqrt{I_2} - aI_1 + b = 0 \quad (1.2)$$

Угловой коэффициент a и величина размерности давления b находились мето-



Фиг. 1



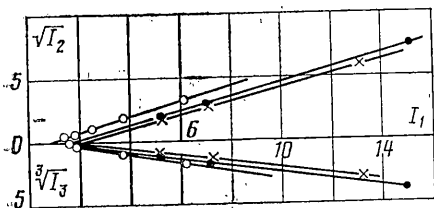
Фиг. 2

дом наименьших квадратов по данным, приведенным в таблицах (их значения приведены там же для различных значений $I_3^{1/3}$). Как показывают оценки, значения коэффициентов вариации относительно линии регрессии не превышают 3%.

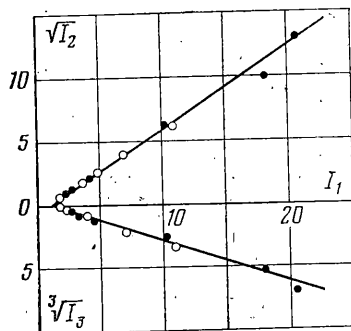
На фиг. 1, 2 приведены получающиеся поверхности разрушения для песчаника и доломита. Отрезки $A_i B_i$ лежат в плоскостях $I_3^{1/3} = \text{const}$ на прямых, которые описываются уравнениями (1.2) с приведенными в таблицах значениями a и b . Ломаные $A_0 A_1 A_2 A_3$ и $B_0 B_1 B_2 B_3$ дают пересечение поверхности разрушения с плоскостями $I_2^{1/2} = 0$ и $I_2^{1/2} = \text{const}$. Отрезки, проведенные сплошными линиями, соответствуют фактическим экспериментальным данным и лежат в различных плоскостях $I_3^{1/3} = \text{const}$.

Таким же образом изображены проекции этих отрезков на плоскость $I_2^{1/2} = 0$. Аналогичные результаты получаются и для других горных пород.

2. Анализируя полученные результаты, можно заключить, что зависимость (1.1) может быть принята линейной по аргументам $I_1, I_2^{1/2}, I_3^{1/3}$. Поверхность разрушения в рассматриваемой области может быть приближенно представлена плоскостью с



Фиг. 3



Фиг. 4

уравнением

$$A\sqrt[3]{I_3} + B\sqrt{I_2} + CI_1 + D = 0 \quad (2.1)$$

Коэффициенты A, B, C, D могут быть вычислены по данным, приведенным в таблицах. Кроме того, для некоторых горных пород при давлении $p = I_1/3$, лежащем в определенных диапазонах, зависимостью от $I_3^{1/3}$ в выражении (2.1) можно пренебречь (т. е. $A=0$). В этом случае плоскость, описываемая уравнением (2.1), параллельна оси $I_3^{1/3}$. Например, для песчаника это справедливо при $30 \text{ МПа} < p < 70 \text{ МПа}$, а для доломита — при $80 \text{ МПа} < p < 300 \text{ МПа}$.

Однако во всей области, для которой $I_3^{1/3} \leq 0$, поверхность, задаваемая зависимостью (1.1), может сильно отличаться от (2.1) и даже приблизительно не может быть представлена единой плоскостью. Это следует из того, что в [22–24] приведены экспериментальные данные о разрушении при напряженном состоянии, описываемом уравнениями $\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_0 > 0$, $\sigma_1 = -\sigma_0/2$, т. е. точки лежат на прямой

$$3\sqrt[3]{I_3} + \sqrt[3]{4}I_1 = 0, \quad I_2 = 0 \quad (2.2)$$

Чтобы составить представление о значениях $I_3^{1/3}$, соответствующих разрушению, экспериментальные данные по трехосным испытаниям [1, 2] были обработаны, как совместные зависимости $I_2^{1/2}$ и $I_3^{1/3}$ от I_1 .

На фиг. 3, 4 представлены некоторые результаты. Светлые точки на фиг. 3 соответствуют известняку, темные — песчанику, крест — диабазу. На фиг. 4 светлые точки соответствуют хлориту, темные — мелкозернистому мрамору. Размерные величины, отложенные по осям, выражены в МПа. Видно, что указанные зависимости близки к линейным и значения величины $I_3^{1/3}$ достигают 54 МПа.

Авторы благодарны Н. В. Зволинскому за постоянное внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Каталог механических свойств горных пород при широкой вариации видов напряженного состояния и скорости деформирования. Л.: ВНИИМ, 1976. 168 с.
2. Ставрогин А. Н., Протогосня А. Г. Пластичность горных пород. М.: Недра, 1979. 301 с.
3. Николаевский В. Н., Лившиц Л. Д., Сизов И. А. Механические свойства горных пород. Деформации и разрушение. — В кн.: Итоги науки и техники. Сер. Механика деформируемого твердого тела. Т. 11. М.: ВИНТИ, 1978, с. 123–250.
4. Механика разрушения горных пород. — В кн.: Материалы VI Всес. конф. по механике горных пород. Фрунзе: Илим, 1980. 423 с.
5. Волорович М. П., Томашевская И. С., Будников В. А. Механика горных пород при высоких давлениях. М.: Наука, 1979. 152 с.
6. Никифоровский В. С., Шемякин Е. И. Динамическое разрушение твердых тел. Новосибирск: Наука, 1979. 271 с.
7. Белинский И. В., Михалюк А. В. Экспериментальное исследование поведения горных пород при неравномерном объемном динамическом нагружении. — Прикл. механика, 1978, т. 14, № 9, с. 32–37.
8. Чирков С. Е. Результаты исследований свойств горных пород в условиях трехосного неравномерного сжатия. — В кн.: Исследование прочности и деформируемости горных пород. М.: Наука, 1973, с. 131–134.

9. Чирков С. Е. Прочность горных пород при трехосном неравнокомпонентном сжатии.— Физ.-техн. проблемы разработки полезных ископаемых, 1976, № 1, с. 11–17.
10. Чирков С. Е., Пожидаев Н. И. К методике определения прочности горных пород в условиях трехосного неравномерного сжатия.— Научн. сообщ. Ин-та горного дела, 1973, т. 108, с. 8–11.
11. Bieniawski Z. T. Mechanism of brittle fracture of rock. Pt 1. Theory of the fracture process.— Internat J. Rock Mech. and Mining Sci., 1967, v. 4, No. 4, p. 395–406.
12. Bieniawski Z. T. Fracture dynamics of rock.— Internat J. Fracture Mech., 1968, v. 4, No. 4, p. 415–430.
13. Bieniawski Z. T. The effect of specimen size on compressive strength of coal.— Internat. J. Rock Mech. and Mining Sci., 1968, v. 5, No. 4, p. 325–336.
14. Brace W. F. Some new measurements of linear compressibility of rocks.— J. Geophys. Res., 1965, v. 70, No. 2, p. 391–398.
15. Mogi K. Deformation and fracture of rocks under confining pressure. 2. Elasticity and plasticity of some rocks. — Bull. Earthquake Res. Inst., Tokyo Univ., 1965, v. 43, No. 2, p. 349–379.
16. Mogi K. Pressure dependence of rock strength and transition from brittle fracture to ductile flow.— Bull. Earthquake Res. Inst., Tokyo Univ., 1966, v. 44, pt 1, p. 215–232.
17. Mogi K. Fracture and flow of rocks.— Tectonophysics, 1972, v. 13, No. 1–4, p. 541–568.
18. Mogi K. Effect of the triaxial stress system on the failure of dolomit and Limestone.— Tectonophysics, 1974, v. 41, No. 2, p. 111–127.
19. Bieniawski Z. T. Deformational behavior of fractured rock under multiaxial compression.— In: Structure, Solid Mech. and Eng. Design. Pt 1. L.: Wiley, 1971, p. 589–598.
20. Mogi K. Fracture and flow of rocks under high triaxial compression.— J. Geophys. Res., 1974, v. 76, No. 5, p. 1255–1269.
21. Григорян С. С. Некоторые вопросы математической теории деформирования и разрушения твердых горных пород.— ПММ, 1967, т. 31, вып. 4, с. 643–669.
22. Гончаров И. Г. Прочность каменных материалов в условиях различных напряженных состояний. Л.— М.: Госстройиздат, 1960. 124 с.
23. Grassi R. C., Cornet I. Fracture of gray — cast — iron tubes under biaxial stresses.— J. Appl. Mech., 1949, v. 16, No. 2, p. 178–182.
24. Шанников В. М., Коп К. Н. Исследование статической прочности жестких пластмасс при плоском напряженном состоянии.— Пластические массы, 1964, № 1, с. 59–62.

Москва

Поступила в редакцию
13.V.1982