

9. Шушерина Е. П., Гуликов А. Е. Влияние строения льда на его механические свойства.— Мерзлотные исследования: Сб. статей. М.: Изд-во МГУ, 1964, вып. 4, с. 376—380.
10. Воронина И. Ю., Епифанов В. П. Акустические исследования структурных изменений гранита при осевом сжатии.— Акуст. ж., 1980, т. 26, вып. 3, с. 371—376.
11. Епифанов В. П. Кинетика образования и накопления повреждений в высоконаполненном каучуке.— Механ. композит. материалов, 1982, № 3, с. 552—554.
12. Епифанов В. П., Фаустов М. А. Метод оценки изменения напряженного состояния вязкоупругого тела.— Заводск. лаборатория, 1982, т. 48, № 5, с. 67—69.
13. Епифанов В. П., Фаустов М. А. Изменение эффективного сечения трещин при деформировании льда.— Изв. АН СССР. МТТ, 1982, № 6, с. 171—176.
14. Епифанов В. П. К вопросу о механических свойствах льда.— Изв. АН СССР. МТТ, 1982, № 1, с. 187—192.
15. Уикс У. Ф., Ассур А. Разрушение озерного и морского льда.— В кн.: Разрушение. Т. 7. Ч. 1. М.: Мир, 1976, с. 513—623.
16. Каргер Д. С. Хрупкое разрушение поликристаллического льда при сжатии.— В кн.: Лед и его воздействие на гидротехнические сооружения. Л. Всес. н.-и. ин-т гидротехн., 1972, с. 69—79.
17. Gold L. W. The process of failure of columnar-grained ice.— Philos. Mag., 1972, v. 6, No. 2, p. 311—323.
18. Зарецкий Ю. К., Чумичев Б. Д. Кратковременная ползучесть льда. Новосибирск: Наука, 1982. 119 с.
19. James R. Rice. On the stability of dilatant hardening for saturated rock masses.— J. Geophys. Res., 1975, v. 80, No. 11, p. 1531—1536.
20. Николаевский В. Н. Дилатансы и теория очага землетрясения.— Успехи механики, 1980, т. 3, № 1, с. 71—101.
21. Епифанов В. П. Разрушение поликристаллического льда.— Докл. АН СССР, 1982, т. 267, № 6, с. 1364—1367.

Москва

Поступила в редакцию

12.VII.1983

УДК 539.374

## ЭФФЕКТИВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ НАПРЯЖЕНИЯМИ И ДЕФОРМАЦИЯМИ В КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ТЕОРИИ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ

АРХИПОВ И. К., ТОЛОКОННИКОВ Л. А.

При помощи статистической модели случайного поля упругопластических жесткостей, разработанной на основе теории полумарковских случайных процессов, получены компоненты корреляционного тензора упругопластических жесткостей. При этом случайные поля деформаций предполагаются статистически однородными, а поля жесткостей — статистически изотропными (гипотеза сильной изотропии В. В. Болотина [1]). Характеристики распределения размеров микропластических зон, необходимые для вычисления корреляционного тензора, определяются приближенно по характеристикам соответствующей краевой задачи статистической теории упругости [2].

В корреляционном приближении получены определяющие эффективные соотношения в хаотически армированном композите. Сравняются экспериментальные и расчетные диаграммы нагружения для некоторых композитов. Указывается, что даже для идеально пластических законов деформирования без упрочнения компонентов композит ведет себя как упругопластическая среда с нелинейным упрочнением. Рассматривается также знакопеременное одноосное нагружение. В этом случае получены определяющие эффективные соотношения для произвольного цикла нагружения с учетом циклического упрочнения материала матрицы.

Предположим статистическую однородность и изотропию полей упругопластических жесткостей в стационарном поле деформаций. Тогда каждое из полей может быть охарактеризовано заданием свойств одномерного поля, которое получается сечением поля вдоль прямой произвольного направления. Корреляционная функция и математическое ожидание по сечению совпадают с соответствующими характеристиками всего поля [3], при этом корреляционная функция зависит лишь от модуля радиус-вектора  $r$  произвольной точки поля.

Рассмотрим поле, образованное упругопластическими жесткостями в хаотически армированном композите, предполагая только упругую деформацию упроч-

няющей фазы. При этом в матрице возникают микропластические зоны, концентрирующиеся вокруг упругих включений. Пренебрегая влиянием флуктуаций деформаций на пластические компоненты жесткостей, будем считать, что эти компоненты зависят лишь от средней интенсивности деформации  $\langle e_i \rangle$ .

В стационарном поле деформации  $e_i$  пластические компоненты постоянны по сечению. Таким образом, произвольное сечение поля можно представить в виде трехуровневого процесса (фиг. 1).

Корреляционная функция трехуровневого процесса  $\mu(x)$  определится как сумма произведений соответствующих флуктуаций в соседних точках  $M(r+\tau)$  и  $M_1(r)$ :

$$R_{\mu\mu} = (\mu_1')^2 \pi_1 \pi_{11}(\tau) + (\mu_2')^2 \pi_2 \pi_{22}(\tau) + (\mu_3')^2 \pi_3 \pi_{33}(\tau) + \mu_1' \mu_2' [\pi_1 \pi_{12}(\tau) + \pi_2 \pi_{21}(\tau)] + \mu_1' \mu_3' [\pi_1 \pi_{13}(\tau) + \pi_3 \pi_{31}(\tau)] + \mu_2' \mu_3' [\pi_2 \pi_{23}(\tau) + \pi_3 \pi_{32}(\tau)]. \quad (1)$$

Здесь  $\mu_1', \mu_2', \mu_3'$  — флуктуации жесткостей  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$ ,  $\pi_i$  — доли расстояния, в реализации которого  $\mu = \mu_i$ . С ростом  $r$  эти величины стремятся соответственно к линейным концентрациям  $c_1, c_2, c_p$ ;  $\pi_{ij}(\tau)$  — условные вероятности того, что  $\mu' = \mu_j'$  во второй точке, если в первой точке  $\mu' = \mu_i'$ .

Вычисление условных вероятностей  $\pi_{ij}(\tau)$  для трехуровневого процесса производилось в [4] методами теории полумарковских процессов. При помощи теории восстановления [5] эти вероятности вычислены в [6] для модели двухфазного упругого композита с произвольными законами распределения компонентов. Если принять, что длины  $l_1, l_2, l_3$  распределены по экспоненциальным законам, то  $p_j(l_i) = \lambda_j \exp(-\lambda_j l_i)$  ( $i, j=1, 2, 3$ ).

Вычисление явного вида матрицы  $\{\pi_{ij}(\tau)\}$  в этом случае показывает, что компоненты  $\pi_{ij}(\tau)$  зависят лишь от параметров распределения  $\lambda_j$ . Из-за громоздкости выражения для  $\{\pi_{ij}\}$  не приводятся.

Для вычисления эффективных характеристик пластичности необходимо знать компоненты тензора дисперсий  $D_{\mu\mu}, D_{\lambda\mu}, D_{\lambda\lambda}$ , которые определяются как предельные выражения для  $R_{\mu\mu}, R_{\lambda\mu}$  и  $R_{\lambda\lambda}$  при  $\tau \rightarrow 0$ . При этом  $\pi_{ij}(0) = \delta_{ij}$ . Тогда эти дисперсии определяются из (1) по формулам

$$D_{\mu\mu} = c_1 c_2 (\mu_1 - \mu_2)^2 + c_p [c_1 (\mu_1 - \mu_3)^2 + c_2 (\mu_2 - \mu_3)^2] \\ D_{\lambda\mu} = c_1 c_2 (\lambda_1 - \lambda_2) (\mu_1 - \mu_2) + c_p [c_1 (K_1 - K_2) (\mu_1 - \mu_3) - {}^2/3 c_1 (\mu_1 - \mu_3)^2 - {}^2/3 c_2 (\mu_2 - \mu_3)^2] \\ D_{\lambda\lambda} = c_1 c_2 (\lambda_1 - \lambda_2)^2 + c_p [c_1 (K_1 - K_2)^2 - {}^4/3 c_1 (K_1 - K_2) (\mu_1 - \mu_2) - {}^4/9 c_1 (\mu_1 - \mu_3)^2 - {}^4/9 c_2 (\mu_2 - \mu_3)^2] \quad (2)$$

где  $K_1, K_2$  — объемные модули компонентов.

Таким образом, для вычисления дисперсий  $D_{\mu\mu}, D_{\lambda\mu}, D_{\lambda\lambda}$  необходимо знать модули упругости компонентов, их линейные концентрации и концентрацию микропластических зон  $c_p$ .

Используем результаты теории функционалов, заданных на процессах [7], для вычисления концентрации микропластических зон. Эта величина определяется далее как средняя длительность пребывания случайного процесса  $\sigma_i(x)$  над уровнем  $\sigma_{s2}$ , где  $\sigma_{s2}$  — предел текучести матрицы. В соответствии с рекомендациями [7] концентрация  $c_p$  определяется как

$$c_p = c_2 \circ L^{-1} \int_0^L P\{\sigma_i'(x) > \sigma_{s2} - \langle \sigma_i \rangle\} dx \quad (3)$$

где  $L$  — длина реализации случайного процесса  $\sigma_i(x)$ .

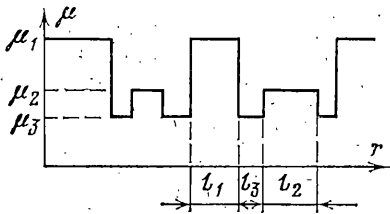
В частности, для стационарного нормального процесса имеем

$$c_p = c_2 \circ \left[ 1 - \Phi \left( \frac{\sigma_{s2} - \langle \sigma_i \rangle}{\sqrt{D_{\sigma\sigma}}} \right) \right], \quad \Phi(y) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^y e^{-t^2/2} dt, \quad c_2 \circ = 1 - c_1 \quad (4)$$

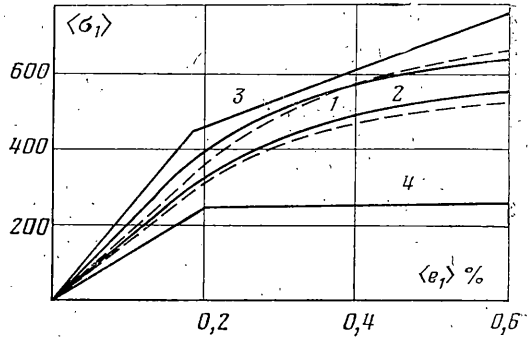
Из формулы (4) следует, что для вычисления  $c_p$  нужно знать дисперсию  $D_{\sigma\sigma}$  процесса  $\sigma_i(x)$ . Вычисление дисперсии  $D_{\sigma\sigma}$  производим приближенно, пользуясь решениями соответствующей краевой задачи статистической теории упругости [2]. В частности, для плоской деформации неограниченной полосы под действием одноосного напряжения  $\langle \sigma_1 \rangle$  из [2] имеем

$$D_{\sigma\sigma} = c_1 c_2 \langle \sigma_1 \rangle^2 \langle \gamma \rangle [(1 + \nu_1) \nu_1 / E_1 - (1 + \nu_2) \nu_2 / E_2] \\ \langle \gamma \rangle = c_1 \gamma_1 + c_2 \gamma_2, \quad \gamma_i = E_i / 1 - \nu_i^2 \quad (5)$$

где  $E_i, \nu_i$  — модули Юнга и коэффициенты Пуассона компонентов.



Фиг. 1



Фиг. 2

Отметим, что применение формулы (4) приводит к учету в определяющих соотношениях вида напряженного состояния, от которого зависит дисперсия  $D_{\sigma\sigma}$ .

В корреляционном приближении определяющие соотношения упругопластических деформаций получены [8] в виде

$$\langle \sigma \rangle = \langle C \rangle \langle \epsilon \rangle - \text{def} \int_V R_{cc}(x_s, x_s^1, \langle \epsilon_i \rangle) \langle \epsilon \rangle \nabla G dV \quad (6)$$

где  $R_{cc}$  — корреляционный тензор упругопластических жесткостей,  $G(x_s, x_s^1)$  — тензор Грина краевой задачи однородной теории упругости  $\langle \sigma \rangle$ ,  $\langle \epsilon \rangle$  — тензоры средних напряжений и деформаций.

В отличие от [8] корреляционный тензор в соотношениях (6) вычисляется по характеристикам трехуровневого процесса (фиг. 1). Величины дисперсий упругопластических жесткостей отличаются от аналогичных величин, полученных в [8] при помощи метода упругих решений.

Так как структура соотношений (6) совершенно аналогична структуре соотношений в статистической теории упругости, то их можно преобразовать в соответствии с [2] к виду

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = \langle \lambda_p \rangle \langle \epsilon \rangle \delta_{ij} + 2 \langle \mu_p \rangle \langle \epsilon_{ij} \rangle - \chi [3 \langle \epsilon \rangle \delta_{ij} (3D_{\lambda\lambda} + 4D_{\lambda\mu}) + 4D_{\mu\mu} \langle \epsilon_{ij} \rangle]. \quad (7)$$

$$\langle \lambda_p \rangle = \langle K \rangle^{-2/3} \langle \mu_p \rangle, \quad \langle \mu_p \rangle = c_1 \mu_1 + c_2 \mu_2 + c_p \mu_p$$

$$\chi = \langle 2\lambda + 7\mu \rangle / 15 \langle \mu \rangle \langle \lambda + 2\mu \rangle$$

В случае одноосного растяжения имеем

$$\langle \sigma_1 \rangle = E^* \langle \epsilon_1 \rangle + E_p^* \langle \epsilon_1 \rangle \langle \epsilon_1 \rangle \quad (8)$$

$$E^* = \langle E \rangle - \chi [(3D_{\lambda\lambda}^0 + 4D_{\mu\lambda}^0) \langle 1 - 2\nu \rangle + 4D_{\mu\mu}^0]$$

$$E_p^* = 4/3 c_p \mu_3 \langle 1 - \nu \rangle - \chi [(3D_{\lambda\lambda}^p + 4D_{\mu\lambda}^p) \langle 1 - 2\nu \rangle + 4D_{\mu\mu}^p]$$

$$D_{\lambda\lambda}^0 = c_1 c_2 (\lambda_1 - \lambda_2)^2, \quad D_{\mu\lambda}^0 = c_1 c_2 (\lambda_1 - \lambda_2) (\mu_1 - \mu_2)$$

$$D_{\mu\mu}^0 = c_1 c_2 (\mu_1 - \mu_2)^2, \quad D_{\lambda\lambda}^p = c_p [c_1 (K_1 - K_2)^2 - 4/3 c_1 (K_1 - K_2) (\mu_1 - \mu_2)] - 4/3 D_{\mu\mu}^p$$

$$D_{\mu\lambda}^p = c_p c_1 (K_1 - K_2) (\mu_1 - \mu_2) - 2/3 D_{\mu\mu}^p$$

$$D_{\mu\mu}^p = c_p [c_1 (\mu_1 - \mu_3)^2 + c_2 (\mu_2 - \mu_3)^2]$$

Итак, для вычисления эффективных соотношений при растяжении хаотически армированных композитов необходимо знать линейные концентрации компонентов  $c_i$ , их модули  $\lambda_i$ ,  $\mu_i$ ,  $\nu_i$ ,  $E_i$  и предел текучести матрицы  $\sigma_{s2}$ . В случае одноосного сжатия соотношения (8) могут быть иными в том случае, если диаграмма нагружения матрицы различна при растяжении и сжатии. Тогда вследствие различия в пределах текучести величины  $c_p$  и  $\mu_3$  зависят от знака прикладываемых внешних напряжений.

Зависимость определяющих соотношений от знака внешних напряжений особенно проявляется при знакопеременном циклическом нагружении композита. Поэтому получим вариант определяющих соотношений для одноосного циклического нагружения, предполагая циклическое упрочнение матрицы. В соответствии с [9] принимаем гипотезу о совпадении направляющих тензоров разностей напря-

жений  $\sigma_{ij}^{\circ}$  и деформаций  $\varepsilon_{ij}^{\circ}$  при первом и втором нагружениях матрицы в полном цикле нагружения. Тогда, как указано в [9], имеем простое циклическое нагружение матрицы. Соотношения между средними разностями напряжений и деформаций для произвольного цикла нагружения можно получить аналогично (8) в виде

$$\langle \sigma^{pn} \rangle = E^* \langle e_1^{\circ} \rangle + E_{pn}^* \langle (e_1^{\circ}) \rangle \langle e_1^{\circ} \rangle \quad (9)$$

$$E_{pn}^* = \frac{4}{3} c_p^{(n)} \mu_3^{(n)} \langle 1 - \nu \rangle - \chi [ (3D_{\lambda\lambda n}^p - 4D_{\mu\lambda n}^p) \langle 1 - 2\nu \rangle + 4D_{\mu\mu n}^p ]$$

$$D_{\lambda\lambda n}^p = c_p^{(n)} c_1 (K_1 - K_2) (\mu_1 - \mu_2) - \frac{2}{3} D_{\mu\lambda n}^p$$

$$D_{\lambda\lambda n}^p = c_p^{(n)} [ c_1 (K_1 - K_2)^2 - \frac{4}{3} (K_1 - K_2) (\mu_1 - \mu_2) ] - \frac{4}{3} D_{\mu\lambda n}^p$$

$$D_{\mu\mu n}^p = c_p^{(n)} [ c_1 (\mu_1 - \mu_3^{(n)})^2 + c_2 (\mu_2 - \mu_3^{(n)})^2 ]$$

Концентрация пластических зон в материале матрицы зависит от номера цикла нагружения и, исходя из изложенной выше методики, определяется по формуле

$$c_p^{(n)} = c_2^{\circ} \{ 1 - \Phi [ (2\sigma_{s2} - \langle \sigma_i^{\circ n} \rangle) / \sqrt{D_{\sigma\sigma}^{\circ}} ] \} \quad (10)$$

Рассмотрим случай линейного упрочнения материала матрицы при циклической деформации [10]. Тогда средняя интенсивность разностей напряжений в матрице будет определяться выражением

$$\langle \sigma_i^{\circ n} \rangle = 2\lambda_n \sigma_{s2} + 3\mu_2 (1 - \lambda_n) \langle e_i^{\circ} \rangle$$

$$\lambda_n = A [ A + 2(1 - \lambda_1) (n - 1)^{\alpha} ]^{-1}, \quad (n \geq 2) \quad (11)$$

где  $A$  и  $\alpha$  — экспериментально определяемые константы матрицы,  $\lambda_1$  — параметр упрочнения матрицы при первом нагружении.

Величина  $D_{\sigma\sigma}^{\circ}$  в формуле (10) определяется по формуле (5) с заменой  $\langle \sigma_1 \rangle$  на  $\langle \sigma_1^{\circ} \rangle = E^* \langle e_1^{\circ} \rangle$ .

Упругопластическая жесткость  $\mu_3^{(n)}$  определяется по формуле

$$\mu_3^{(n)} = \mu_2 [ 1 - \langle \sigma_i^{\circ n} \rangle / (3\mu_2 \langle e_i^{\circ} \rangle) ] \quad (12)$$

По соотношениям (9), с обозначениями (10) — (12) может быть вычислена работа внутренних сил за цикл при пластическом гистерезисе с учетом циклического упрочнения материала матрицы. Подобный расчет позволяет оценить влияние структурной неоднородности композита на неупругое рассеяние энергии при циклических деформациях.

Приведем сравнение экспериментальных (штриховые кривые) и теоретических (сплошные линии) диаграмм нагружения при растяжении для металлического композита железо — медь (фиг. 2) с различными концентрациями наполнителя  $c_1$ . Кривые 1 соответствуют  $c_1 = 0,25$ , а кривые 2 —  $c_1 = 0,15$ , кривая 3 относится к железу ( $Fe + 0,67\% C$ ), а кривая 4 — к меди (напряжения даются в МПа).

Из графиков видно, что диаграммы нагружения композита (как теоретические, так и экспериментальные) имеют участок нелинейного упрочнения, хотя для чистых компонентов принимались схематизированные диаграммы с линейным упрочнением.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Болотин В. В., Москаленко В. Н. К расчету макроскопических постоянных сильно изотропных композиционных материалов. — Изв. АН СССР. МТТ, 1969, с. 106—111.
2. Ломакин В. А. Статистические задачи механики твердых деформированных тел. М.: Наука, 1970. 139 с.
3. Хусу А. П., Витенберг Ю. Р., Пальмов В. А. Шероховатость поверхностей. Теоретико-вероятностный подход. М.: Наука, 1975. 343 с.
4. Королюк В. С., Турбин А. Ф. Полумарковские процессы и их приложения. Киев: Наук. думка, 1976. 184 с.
5. Кокс Д., Смит В. Теория восстановления. М.: Сов. радио, 1968. 299 с.
6. Архипов И. К., Герлейн О. В. Определение статистических характеристик упругости композиционных материалов с остаточной пористостью. — В кн.: Работы по механике деформируемого твердого тела. Тула: Изд-е Тульск. политехн. ин-та, 1981, с. 124—130.
7. Хусу А. П. О некоторых встречающихся в технике функционалах, заданных на процессах. — Вестн. ЛГУ, 1956, т. 1, № 1, с. 88—100.

8. Толоконников Л. А., Архипов И. К. Корреляционная теория малых упругоэластических деформаций композиционных материалов. — Прикладные проблемы прочности и пластичности: Сб. статей. Горький: Изд-е Горьк. ун-та, 1979, вып. 11, с. 48–52.
9. Москвитин В. В. Пластичность при переменных нагрузжениях. М.: Изд-во МГУ, 1965. 263 с.
10. Гусеньков А. П., Паршинцева Т. С., Шнейдерович Р. М. Некоторые свойства кри-вых повторного деформирования при симметричном цикле напряжений. — Изв. АН СССР. ОТН. Механика и машиностр., 1960, № 5, с. 109–112.

Тула

Поступила в редакцию  
18. III. 1982

УДК 539.375

### О КРИТЕРИИ РАЗРУШЕНИЯ ДЛЯ ГОРНЫХ ПОРОД

ГЛУШКО А. И., КОВШОВ А. Н., НЕЩЕРЕТОВ И. И., НИКИТИН И. С.

Для описания поведения горных пород при больших давлениях, как известно, необходимо знать критерий разрушения, при выполнении которого горная порода переходит из неразрушенного состояния в разрушенное. Часто вид критерия разрушения выбирается из физических соображений, соответствующих характеру разрушения. Так, например, учитываются либо максимальные растягивающие напряжения, либо максимальные касательные напряжения, либо предельное соотношение между касательным и нормальным напряжением, действующим на площадке (теория Кулона — Мора), либо энергия формоизменения. Критерии такого типа достаточно хорошо подтверждаются экспериментами только при определенных видах нагружения. При сложном напряженном состоянии условия разрушения изучены еще недостаточно. Это имеет место и для статических испытаний и, тем более, для динамических.

Большая часть экспериментальных данных по разрушению горных пород получена для так называемых трехосных нагружений, т. е. при условии  $\sigma_1 \neq \sigma_2 = \sigma_3$ .  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  — главные напряжения (см. [1–17] и указанную там библиографию). Результаты экспериментов представляются в виде зависимости  $\sigma_1$  от  $(\sigma_1 - \sigma_3)$ . Такая методика испытаний и обработки экспериментальных данных связана с представлением о независимости критерия разрушения от промежуточного главного напряжения  $\sigma_2$ .

Проведение экспериментов для неравнокомпонентного напряженного состояния ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ) связано с созданием уникальных экспериментальных установок. Поэтому экспериментальные данные, по которым можно изучать влияние промежуточного напряжения на разрушение, весьма малочисленны [8, 9, 17–20].

1. В публикуемой работе анализируются опубликованные экспериментальные данные по разрушению различных горных пород для получения критерия разрушения в виде зависимости

$$\Phi(I_1, I_2, I_3) = 0, \quad I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3, \quad I_2 = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1, \quad I_3 = \sigma_1\sigma_2\sigma_3 \quad (1.1)$$

где  $I_1, I_2, I_3$  — первый, второй и третий инварианты тензора напряжений.

По аналогии с условием текучести, используемым в теории пластичности, в [3, 4, 6, 21] предлагались в качестве критерия разрушения горных пород некоторые зависимости между инвариантами тензора напряжений. Однако зависимость критерия разрушения от третьего инварианта  $I_3$  фактически не рассматривалась.

Получение полной поверхности разрушения, задаваемой зависимостью типа (1.1) для конкретной горной породы, требует проведения большого количества экспериментов по специальным программам нагружения. Ниже известные экспериментальные данные обрабатывались таким образом, чтобы получить зависимость  $I_2^{1/2}$  от  $I_1$  при  $I_3^{1/3} = \text{const}$ . Использовались данные из [9, 17–20] по испытаниям при неравнокомпонентном напряженном состоянии.

К сожалению, в этих работах эксперименты не проводились по специальной программе нагружения с соблюдением условия  $I_3^{1/3} = \text{const}$ , поэтому обработка проводилась следующим образом. Строились зависимости  $I_2^{1/2}$  от  $I_1$  для той совокупности экспериментальных точек, для которых значения  $I_3^{1/3}$  попадают в узкий интервал.