

УДК 531.8

УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ПРЫГАЮЩЕГО АППАРАТА В ФАЗЕ ПОЛЕТА

ЛАПШИН В. В.

Рассматривается многоногий прыгающий аппарат, суммарная масса ног которого составляет заметную часть массы корпуса. Движение аппарата заключается в чередовании двух фаз: опорной, в течение которой все ноги стоят на опорной поверхности, и безопорной, или фазы полета. Постановка и отрыв всех ног от опорной поверхности осуществляется одновременно.

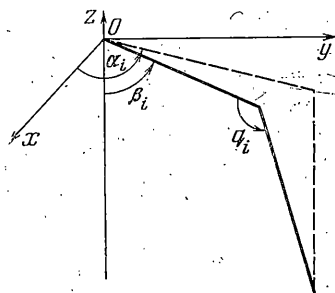
В [1] описана система математического моделирования динамики и управления движением многоногого прыгающего аппарата и приведены результаты расчетов. В публикуемой работе построены алгоритмы решения задач построения программного движения и стабилизации для безопорной фазы прыжка. В фазе полета центр масс аппарата движется по баллистической траектории, и его движение неуправляемо. Стабилизируется только угловое движение корпуса за счет изменения движения ног во время полета.

Предполагается, что при этом навигационная система сообщает в опорной фазе текущие значения всех фазовых координат аппарата, а в фазе полета — значения координат и угловых скоростей корпуса, углов и скоростей в шарнирах ног. Информационная система до момента отрыва от опорной поверхности выдает приближенную модель местности в области приземления, а во время полета непосредственно перед моментом приземления уточняет ее.

1. Рассматривается аппарат, состоящий из корпуса прямоугольной формы и четырех либо шести ног (число ног обозначим n). Суммарная масса ног составляет заметную часть массы корпуса.

Положение корпуса относительно абсолютной системы координат $O_1\xi\eta\zeta$ (плоскость $O_1\xi\eta$ горизонтальна) определяется координатами центра масс корпуса $R=(\xi, \eta, \zeta)$ и углами: ψ — рысканье, θ — тангаж, γ — крен.

Каждая нога состоит из двух звеньев: бедра и голени. Положение ноги относительно корпуса определяется координатами точки подвеса ноги к корпусу и углами (фиг. 1): α_i — угол между осью Ox и плоскостью ноги; β_i — угол между отрицательным направлением оси Oz и бедром, q_i — угол между бедром и голенью. Здесь $Oxyz$ — система координат, связанная с корпусом аппарата. Ось Oz является конструктивной вертикалью аппарата. Аппарат движется осью Oy вперед. Плоскость ноги, образованная бедром и голенью, перпендикулярна плоскости Oxy . Конец ноги назовем стопой.



В фазе полета на аппарат действует одна внешняя сила — сила тяжести, направленная вдоль оси $O_1\xi$ и приложенная в центре масс аппарата.

Следовательно, центр масс аппарата движется по баллистической траектории

$$R^a = R_0^a + V_0^a(t-t_0) - 1/2g(t-t_0)^2 \quad (1.1)$$

Здесь $R^a = (\xi^a, \eta^a, \zeta^a)$ — абсолютные координаты центра масс аппарата, R_0^a, V_0^a — начальное положение и начальная скорость центра масс, g — ускорение силы тяжести, t — текущее время.

Закон сохранения кинетического момента аппарата относительно центра масс можно записать в виде ¹:

$$I\dot{\Psi} + I_L \dot{\mathbf{p}} = A \mathbf{G}_0 \quad (1.2)$$

где $\Psi = (\psi, \theta, \gamma)$ — угловые координаты корпуса, $\mathbf{p} = (\alpha_1, \beta_1, q_1, \alpha_2, \dots, q_n)$ — углы в шарнирах ног, A — матрица перехода от абсолютной $O_1 \xi \eta \zeta$ к относительной $Oxyz$ системе координат, $\mathbf{G}_0 = \text{const}$ — значение вектора кинетического момента аппарата относительно центра масс в абсолютной системе координат, I — матрица размерности 3×3 , элементы которой зависят от \mathbf{p} и Ψ , I_L — матрица размерности $3 \times 3n$, элементы которой зависят только от \mathbf{p} .

Система построения программного движения аппарата для фазы полета определяет линейную и угловую скорость корпуса аппарата в момент отрыва от опорной поверхности, необходимую для реализации предстоящей фазы полета, и строит номинальное движение переноса ног.

Программные положения аппарата в момент отрыва от опорной поверхности t_0 и в момент приземления t_1 являются входными параметрами алгоритма построения программного движения [1], т. е. заданы краевые условия

$$\xi(t_0) = \xi_0, \quad R_{c_i}(t_0) = R_{c_i}^0, \quad \xi(t_1) = \xi_1, \quad R_{c_i}(t_1) = R_{c_i}^1 \quad (1.3)$$

где $\xi = (\xi, \eta, \zeta, \psi, \theta, \gamma)$ — координаты корпуса, $R_{c_i} = (\xi_{c_i}, \eta_{c_i}, \zeta_{c_i})$ абсолютные координаты стоп.

Из краевых условий (1.3) легко определяются значения углов в шарнирах ног \mathbf{p} , матрицы перехода A и положения центра масс аппарата в моменты t_0 и t_1 .

Пусть задан тангенс угла наклона начальной скорости центра масс аппарата к горизонту, равный λ . Тогда из (1.1), (1.3) определяется продолжительность фазы полета и начальная скорость центра масс аппарата

$$T = t_1 - t_0 = \left(\frac{2}{g} \{ \lambda \sqrt{(\xi_1^a - \xi_0^a)^2 + (\eta_1^a - \eta_0^a)^2} - (\zeta_1^a - \zeta_0^a) \} \right)^{1/2} \quad (1.4)$$

$$V_{\xi_0^a} = \frac{1}{T} (\xi_1^a - \xi_0^a), \quad V_{\eta_0^a} = \frac{1}{T} (\eta_1^a - \eta_0^a), \quad V_{\xi_0^a} = \lambda \sqrt{V_{\xi_0^a}^2 + (V_{\eta_0^a})^2}$$

Соотношения (1.1), (1.4) полностью определяют движение центра масс аппарата в фазе полета.

Движение переноса ног приводит к изменению движения корпуса вокруг центра масс в силу закона сохранения кинетического момента. Задача определения начальной угловой скорости корпуса сводится к краевой задаче, которая решается итерационным методом. На каждом шаге этого итерационного процесса необходимо знать соответствующее движение переноса ног.

Движение переноса ног строится в относительной системе координат таким образом, что обеспечивается перенос ног из заданного начального в заданное конечное положение

$$\mathbf{p}(t_0) = \mathbf{p}_0, \quad \mathbf{p}(t_1) = \mathbf{p}_1 \quad (1.5)$$

а также безударность отрыва ног от опорной поверхности и достаточно мягкая постановка ног на опорную поверхность с заданной малой абсолютной скоростью стоп. В силу (1.1) — (1.4) эти условия определяют краевые значения скоростей в шарнирах ног как функции угловой скорости корпуса в момент отрыва от опорной поверхности

$$\dot{\mathbf{p}}(t_0) = \dot{\mathbf{p}}_0(\Psi_0), \quad \dot{\mathbf{p}}(t_1) = \dot{\mathbf{p}}_1(\Psi_0) \quad (1.6)$$

¹ Лапшин В. В. Алгоритм построения программного движения прыгающего аппарата для фазы полета. — Препринт Ин-та прикл. матем. АН СССР. М., 1979, № 26. 53 с.

При построении движения переноса ног также необходимо удовлетворить ограничениям

$$c \leq p \leq c^* \quad (1.7)$$

Один из способов решения задачи построения движения переноса ног (1.5)–(1.7), однозначно определяющий зависимость углов в шарнирах ног от t и Ψ_0 , предложен в²

$$p = p(t, \Psi_0) \quad (1.8)$$

Подставляя (1.8) в закон сохранения кинетического момента аппарата относительно центра масс (1.2), получим

$$\begin{aligned} \Psi' &= F(t, \Psi, \Psi_0) \\ F &= I^{-1}(A G_0 - I_L p) \end{aligned} \quad (1.9)$$

Выпишем краевые условия (1.3) для угловых координат корпуса

$$\Psi(t_0) = \Psi_0, \quad \Psi(t_1) = \Psi_1 \quad (1.10)$$

Краевая задача (1.9)–(1.10) для системы дифференциальных уравнений, описывающих движение аппарата вокруг центра масс в фазе полета, решается численно на ЭВМ модифицированным методом Ньютона. В результате определяется значение начальной угловой скорости корпуса Ψ_0 . Затем по полученным значениям начальной скорости центра масс аппарата и начальной угловой скорости корпуса вычисляется скорость центра масс корпуса в момент отрыва от опорной поверхности

$$V_0 = V_0^c + \omega_0 \times \rho_0 + \dot{\rho}_0 \quad (1.11)$$

Здесь ω – угловая скорость корпуса, ρ – вектор, направленный из центра масс аппарата в центр масс корпуса.

Для симметричного относительно вертикальной плоскости движения аппарата решение задачи построения программного движения осуществляется по упрощенным формулам. При этом пространственное движение аппарата фактически сводится к плоскому.

Для стандартных режимов движения, охватывающих достаточно широкий класс наиболее часто встречающихся режимов движения аппарата, построена таблица зависимости начальной угловой скорости корпуса от параметров предстоящей фазы полета. Значение начальной угловой скорости корпуса определяется из этой таблицы. Объем запоминаемой информации сравнительно невелик. Значение начальной скорости центра масс корпуса вычисляется по соответствующим конечным формулам. Такой подход резко сокращает объем вычислений при построении программного движения для безопорной фазы прыжка.

Реализованная на ЭВМ система построения программного движения прыгающего аппарата для фазы полета, являющаяся частью его системы управления движением, автоматически выбирает наиболее простой способ решения данной задачи.

2. В безопорной фазе прыжка аппарат отклоняется от программного движения под действием различного рода возмущений.

Центр масс аппарата в фазе полета движется по баллистической траектории, его движение неуправляемо. В силу закона сохранения кинетического момента аппарата относительно центра масс в безопорной фазе прыжка можно управлять угловым движением корпуса, изменяя соответствующим образом движение ног. Например, при сгибании (разгибании) ног изменяются их моменты инерции, а следовательно, изменяется и влияние, оказываемое движением переноса ног на угловое движение корпуса вокруг центра масс. При этом вектор кинетического момента аппарата остается постоянным, происходит только перераспределение кинетического момента между корпусом и ногами.

² См. Лапшин В. В. Указ. публ., с. 160.

Целью стабилизации движения аппарата в фазе полета является выход в заданное программное положение в момент приземления с учетом отклонения конечного положения центра масс аппарата от программного.

Задача стабилизации решается в предположении, что в текущий момент времени из показаний навигационной системы известны без ошибок значения угловых координат и скоростей корпуса, углов и скоростей в шарнирах ног.

Ошибки обработки программных значений координат и скоростей аппарата в момент отрыва от опорной поверхности алгоритмом стабилизации в предшествовавшей опорной фазе приводят к изменению траектории движения центра масс аппарата и вызывают необходимость пересчета характеристик движения в предстоящей фазе полета.

В момент отрыва от опорной поверхности по известным значениям фазовых координат аппарата вычисляются координаты и скорости центра масс аппарата, которые полностью определяют закон движения центра масс аппарата в фазе полета. Вычисляется продолжительность фазы полета и номинальное положение аппарата в момент приземления. Вычисляется значение вектора кинетического момента аппарата относительно центра масс. Строится движение переноса ног, обеспечивающее безударность отрыва и мягкость постановки ног на опорную поверхность с заданной малой абсолютной скоростью стоп, аналогично тому, как это делалось при построении программного движения. Полученное движение переноса ног назовем номинальным движением переноса ног $p_n(t)$.

В силу требований безударности отрыва и мягкости постановки ног на опорную поверхность углы в шарнирах ног быстро изменяются в начале и конце фазы полета. В эти отрезки времени угловое движение корпуса не стабилизируется, а углы в шарнирах ног изменяются в соответствии с номинальным законом движения переноса ног. Моменты начала и окончания работы алгоритма стабилизации обозначим t_{c0} , t_{c1} , причем $t_0 < t_{c0} < t_{c1} < t_1$, где t_0 , t_1 — моменты начала и окончания фазы полета.

Численно интегрируя уравнения закона сохранения кинетического момента аппарата (1.2) из номинального положения в момент приземления с отрицательным шагом по времени до $t = t_{c1}$, определим номинальные значения угловых координат и скоростей корпуса в момент t_{c1} , которые обозначим Ψ_{c1} , Ψ'_{c1} .

При $t \in [t_{c0}, t_{c1}]$ необходимо обеспечить такое движение аппарата вокруг центра масс, чтобы выполнялись краевые условия

$$\Psi(t_{c0}) = \Psi_{c0}, \quad \Psi'(t_{c0}) = \Psi'_{c0}, \quad \Psi(t_{c1}) = \Psi_{c1}, \quad \Psi'(t_{c1}) = \Psi'_{c1} \quad (2.1)$$

Углы в шарнирах ног должны удовлетворять краевым условиям

$$p(t_{c0}) = p_n(t_{c0}), \quad p'(t_{c0}) = p'_n(t_{c0}), \quad p(t_{c1}) = p_n(t_{c1}), \quad p'(t_{c1}) = p'_n(t_{c1}) \quad (2.2)$$

и фазовым ограничениям

$$c \leq p \leq c^* \quad (2.3)$$

$$c_v \leq p' \leq c_v^* \quad (2.4)$$

$$c_w \leq p'' \leq c_w^* \quad (2.5)$$

где c , c^* , c_v , c_v^* , c_w , c_w^* — заданные пределы изменения углов, скоростей и ускорений в шарнирах ног.

Отметим, что последнее из краевых условий (2.1) выполняется автоматически в силу (1.2), если выполнены остальные краевые условия (2.1), (2.2).

Разницу между реальным и номинальным движением переноса ног назовем дополнительным управляющим движением ног

$$u(t) = p(t) - p_n(t) \quad (2.6)$$

Потребуем, чтобы реальное движение ног при стабилизации минимальным образом отличалось от номинального движения переноса ног, т. е.

$$\Phi(\mathbf{u}) \rightarrow \inf \quad (2.7)$$

где $\Phi(\mathbf{u})$ — некоторая норма вектора $\mathbf{u}(t)$. Например

$$\Phi(\mathbf{u}) = \max_{t \in [t_{c0}, t_{c1}]} \sum_{i=1}^{3n} \{e_i^2 u_i^2 + f_i u_i'^2\}$$

где $e_i > 0$, $f_i > 0$ — весовые множители.

Задача стабилизации углового движения прыгающего аппарата (1.2), (2.1) — (2.7) является экстремальной задачей с ограничениями общего вида. Отметим, что это существенно нелинейная задача.

Наиболее жесткие ограничения при выборе способа решения задачи стабилизации углового движения прыгающего аппарата связаны с требованиями, предъявляемыми алгоритмом стабилизации к быстродействию управляющей вычислительной машины. Так, например, продолжительность безопорной фазы прыжка под углом 45° к горизонту на расстояние 10 м на Земле составляет менее 1,5 с.

В связи с этим предлагается строить алгоритм стабилизации, определяющий дополнительное управляющее движение ног в дискретные моменты времени на малый шаг по времени вперед. В этом случае нет необходимости в численном интегрировании дифференциальных уравнений движения и требуется существенно меньший объем вычислений, чем при других способах решения задачи стабилизации углового движения аппарата в фазе полета.

Перейдем к построению такого алгоритма стабилизации.

Пусть в момент t_{c0} реализовались значения угловых координат и скоростей корпуса Ψ_{c0} , Ψ_{c0}' . При $t \in [t_{c0}, t_{c1}]$ система управления варьирует номинальное движение переноса ног таким образом, что обеспечивается изменение угловых координат корпуса вдоль линий перехода, гладко соединяющих краевые значения угловых координат и скоростей корпуса Ψ_{c0} , Ψ_{c0}' и Ψ_{c1} , Ψ_{c1}' . Линии перехода являются функциями вида

$$\Psi_t = \Psi_{c0} + \Psi_{c0}'(t - t_{c0}) + a(t - t_{c0})^2 + b(t - t_{c0})^3 \quad (2.8)$$

$$a = [3(\Psi_{c1} - \Psi_{c0}) - T_c(\Psi_{c1}' + 2\Psi_{c0}')]/T_c^2$$

$$b = -[2(\Psi_{c1} - \Psi_{c0}) - T_c(\Psi_{c1}' + \Psi_{c0}')]/T_c^3, \quad T_c = t_{c1} - t_{c0}$$

Если в реальном движении в некоторый момент времени τ угловые координаты или скорости корпуса выходят из ε -коридора линий перехода, то производится дополнительная коррекция: $t_{c0} = \tau$ и пересчитываются линии перехода.

Идеи, связанные с использованием линий перехода, согласуются с изложенным в [2, 3].

Предполагается, что во время полета перед моментом приземления информационная система уточняет модель опорной поверхности в области приземления, используя которую, алгоритм стабилизации к моменту t_{c1} уточняет положение аппарата в момент приземления и продолжительность фазы полета. Соответствующим образом корректируется номинальное движение ног при $t \in [t_{c1}, t_1]$.

Перейдем к задаче определения дополнительного управляющего движения ног, обеспечивающего изменение угловых координат корпуса вдоль линий перехода при $t \in [t_{c0}, t_{c1}]$.

Дополнительное управляющее движение ног $\mathbf{u}(t)$ определяется в дискретные моменты времени τ_k ($k=0, 1, 2, \dots$) на малый шаг по времени вперед. Потребуем, чтобы ускорения изменения $\mathbf{u}(t)$ были постоянными

ны на предстоящем шаге $t \in [\tau_k, \tau_{k+1}]$:

$$\mathbf{u}(\tau_{k+1}) = \mathbf{u}(\tau_k) + \mathbf{u}'(\tau_k) \Delta\tau_k + \frac{1}{2} \mathbf{u}''(\tau_k) \Delta\tau_k^2 \quad (2.9)$$

$$\mathbf{u}'(\tau_{k+1}) = \mathbf{u}'(\tau_k) + \mathbf{u}''(\tau_k) \Delta\tau_k \quad (2.10)$$

где $\Delta\tau_k = \tau_{k+1} - \tau_k$. Значение $\Delta\tau_k$ выбирается следующим образом:

$$\Delta\tau_k = \min \left\{ \delta^*, \max \left\{ \delta, \varepsilon \left(\max_{i=1,2,\dots,3n} |u_i''(\tau_{k-1})| \right)^{-1/2} \right\} \right\}$$

где $\varepsilon > 0$ — малая положительная величина, δ, δ^* — заданные пределы допустимых значений $\Delta\tau_k$.

В случае, когда $\mathbf{u}''(\tau_k)$ мало отличается от $\mathbf{u}''(\tau_{k-1})$, получим, что $\mathbf{u}''(\tau_k) \Delta\tau_k$ — величина порядка ε^2 , пренебрегая которой в (2.9), получим

$$\mathbf{u}(\tau_{k+1}) = \mathbf{u}(\tau_k) + \mathbf{u}'(\tau_k) \Delta\tau_k \quad (2.11)$$

Если сделанное предположение о «гладкости» $\mathbf{u}''(t)$ не оправдывается, то полученные в результате перехода к приближенной формуле (2.11) ошибки приведут к отклонению углового движения корпуса аппарата от линий перехода (2.8) и вызовут необходимость проведения дополнительной коррекции. Выбором параметров $\varepsilon, \delta, \delta^*$ можно добиться того, чтобы такие случаи редко имели место.

Подставляя в (2.6), (2.10), (2.11) известное номинальное движение переноса ног и значения углов координат и скоростей корпуса с линий перехода в момент τ_{k+1} в интеграл кинетического момента, получаем

$$B \mathbf{u}''(\tau_k) = \mathbf{b}, \quad \mathbf{b} = \{ A G_0 - I(\mathbf{p}_{k+1}^*) \Psi_i'(\tau_{k+1}) - I_L(\mathbf{p}_{k+1}^*) [\mathbf{p}_n'(\tau_{k+1}) + \mathbf{u}'(\tau_k) / \Delta\tau_k] \} \quad (2.12)$$

$$B = I_L(\mathbf{p}_{k+1}^*), \quad \mathbf{p}_{k+1}^* = \mathbf{p}_n(\tau_{k+1}) + \mathbf{u}(\tau_k) + \mathbf{u}'(\tau_k) \Delta\tau_k$$

Вместо краевых условий (2.2) и ограничений (2.3) потребуем выполнения более жестких ограничений, автоматически обеспечивающих выполнение (2.2), (2.3)

$$\mu(t) \mathbf{D} \leq \mathbf{u}(t) \leq \mu(t) \mathbf{D}^* \quad (2.13)$$

где \mathbf{D}, \mathbf{D}^* — заданные величины $\mu(t) = [1 - \cos(2\pi(t-t_{c0})/(t_{c1}-t_{c0}))]/2$.

Ограничения (2.4), (2.5) заменим ограничениями

$$\mathbf{D}_v \leq \mathbf{u}'(t) \leq \mathbf{D}_v^* \quad (2.14)$$

$$\mathbf{D}_w \leq \mathbf{u}''(t) \leq \mathbf{D}_w^* \quad (2.15)$$

где $\mathbf{D}_v, \mathbf{D}_v^*, \mathbf{D}_w, \mathbf{D}_w^*$ — заданные величины, обеспечивающие выполнение (2.6), (2.7).

При определении дополнительного управляющего движения ног в момент τ_k будем удовлетворять ограничениям (2.13)–(2.15) в момент τ_{k+1} . Может оказаться, что в момент τ_{k+1} значение u_j ($j=1, 2, \dots, 3n$) окажется около границы области допустимых значений u_j (2.13) со скоростью, направленной в сторону границы, и на следующем шаге ограничения (2.13)–(2.15) окажутся несовместными. Для исключения возможности подобных ситуаций вместо ограничений по скорости (2.14) введем более жесткие ограничения

$$E_v(\mathbf{u}) \leq \mathbf{u}'(t) \leq E_v^*(\mathbf{u}) \quad (2.16)$$

$$E_v = \begin{cases} \mathbf{D}_v & \text{при } \mathbf{u} - \mu \mathbf{D} \geq \varepsilon_v \\ \mu \mathbf{D} + (\mathbf{D}_v - \mu \mathbf{D}) (\mathbf{u} - \mu \mathbf{D}) / \varepsilon_v & \text{при } \mathbf{u} - \mu \mathbf{D} < \varepsilon_v \end{cases}$$

$$E_v^* = \begin{cases} \mathbf{D}_v^* & \text{при } -\mathbf{u} + \mu \mathbf{D}^* \geq \varepsilon_v \\ \mu \mathbf{D}^* + (\mathbf{D}_v^* - \mu \mathbf{D}^*) (\mathbf{u} - \mu \mathbf{D}^*) / \varepsilon_v & \text{при } -\mathbf{u} + \mu \mathbf{D}^* < \varepsilon_v \end{cases}$$

($\varepsilon_v > 0$ — заданная положительная величина).

Тогда при приближении к границе области допустимых значений u_j на расстояние Δ_j , меньшее ε_v , предельно допустимая скорость движения

в сторону границы области допустимых значений u_j убывает пропорционально Δ_j до скорости движения вдоль этой границы при $\Delta_j=0$.

Подставляя в (2.13), (2.15), (2.16) значения u , u^* из (2.10), (2.11) и объединяя эти ограничения, получим

$$U \leq u^*(\tau_k) \leq U^* \quad (2.17)$$

Потребуем, чтобы в момент τ_{k+1} реальное движение ног наименьшим образом отличалось от номинального движения переноса ног

$$\sum_{i=1}^{3n} \{e_i [u_i(\tau_{k+1})]^2 + f_i [u_i^*(\tau_{k+1})]^2\} \rightarrow \inf \quad (2.18)$$

где $e_i > 0$, $f_i > 0$ — весовые множители.

Подставляя (2.9), (2.10) в (2.18), получим

$$\sum_{i=1}^{3n} \{c_i [u_i^*(\tau_k)]^2 + d_i u_i^*(\tau_k)\} \rightarrow \inf, \quad \left(\frac{1}{4} c_i = e_i \Delta \tau_k^3 + f_i \Delta \tau_k \right) \quad (2.19)$$

$$d_i = e_i \Delta \tau_k [u_i(\tau_k) + u_i^*(\tau_k) \Delta \tau_k] + 2f_i u_i^*(\tau_k)$$

В результате задача определения дополнительного управляющего движения ног сводится к задаче квадратичного программирования (2.12), (2.17), (2.19), которую, обозначая $x = u^*(\tau_k)$, перепишем в виде

$$\sum_{i=1}^{3n} (c_i x_i^2 + d_i x_i) \rightarrow \inf, \quad \sum_{i=1}^{3n} a_{ji} x_i = b_j, \quad U_i \leq x_i \leq U_i^* \quad (2.20)$$

(i=1,2,...,3n), (j=1,2,3)

В случае, когда ограничения типа равенства и неравенства в задаче (2.20) несовместны, будем искать решение, удовлетворяющее ограничениям типа неравенства и с максимальной степенью точности удовлетворяющее ограничениям типа равенства. Для этого решим задачу

$$\sum_{i=1}^{3n} (c_i x_i^2 + d_i x_i) + \sum_{j=1}^3 v_j y_j^2 \rightarrow \inf, \quad y_j = \sum_{i=1}^{3n} a_{ji} x_i - b_j, \quad U_i \leq x_i \leq U_i^* \quad (2.21)$$

(i=1,2,...,3n), (j=1,2,3)

где $v_j \gg c_i > 0$ — весовые множители, y_j — новые переменные.

Поверхности уровня оптимизируемого функционала задач (2.20), (2.21) являются m -мерными эллипсоидами, главные направления которых совпадают с направлениями изменения независимых переменных. В то же время ограничения типа неравенства являются ограничениями на пределы изменения независимых переменных. Эти условия, определяющие специальный вид задач (2.20), (2.21), позволяют построить простой алгоритм их решения³.

Автор глубоко признателен Д. Е. Охоцимскому за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лапшин В. В. Динамика и управление движением прыгающего аппарата. — Изв. АН СССР. МТТ, 1983, № 5, с. 42–51.
2. Охоцимский Д. Е., Голубев Ю. Ф., Сизарулидзе Ю. Г. Алгоритмы управления космическим аппаратом при входе в атмосферу. М.: Наука, 1975. 399 с.
3. Алексеева Л. А., Голубев Ю. Ф. Адаптивный алгоритм стабилизации движения автоматического шагающего аппарата. — Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1976, № 5, с. 56–64.

Москва

Поступила в редакцию
17.VII.1981

³ Лапшин В. В. Динамика и управление движением прыгающего аппарата: Дис. на соискание уч. ст. канд. физ.-матем. наук. М.: МГУ, 1979. 159 с.