МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 6 · 1983

УДК 531.55:521.1

ДЕКОМПОЗИЦИЯ В ЗАДАЧЕ КОРРЕКЦИИ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ

КАЛЕНОВА В. И., МОРОЗОВ В. М.

Вопросам декомпозиции задач оценивания вектора состояния линейных динамических систем посвящены работы [1–4]. В [1] установлены необходимые и достаточные условия декомпозируемости линейной стационарной системы (управляемой или наблюдаемой). Причем, под декомпозицией в [1] понимается преобразование пространства состояний и пространства измеряемых параметров, в результате которого исходная система представляется в виде совокупности подсистем меньшей размерности, каждая из которых имеет независимые входы и выходы. Исследование, проведенное в [1], основано на известной теореме линейной алгебры о представлении линейного конечномерного пространства в виде прямой суммы инвариантных циклических нерасщепимых подпространств [5].

В [3] задача декомпозиции линейной наблюдаемой системы ставится в более широком смысле. Система считается декомпозированной, если подсистемы, на которые она расщепляется, не являются полностью независимыми, а связаны между собой через компоненты вектора измерений или их первые производные, и каждой из этих подсистем отвечает свое скалярное измерение. При этой декомпозиции оказываются полностью расщепленными уравнения ошибок оценки. Такой подход может оказаться целесообразным при практическом построении алгоритмов оценивания линейных динамических систем.

В данной работе под декомпозицией линейной наблюдаемой системы по компонентам вектора измерения будет пониматься декомпозиция в смысле работы [3].

1. Рассмотрим задачу оценивания вектора состояния линейной стационарной наблюдаемой системы

$$x^{\cdot}=Ax, \quad z=Hx+r \tag{1.1}$$

Здесь x — n-мерный вектор состояния системы, z — m-мерный вектор измерений, A, H — постоянные матрицы размерности $(n\times n)$ и $(m\times n)$ соответственно, r — вектор погрешностей измерений.

Обозначим строки матрицы H через $h_1^T, h_2^T, \ldots, h_m^T$ и считаем, что эти строки линейно независимы.

Существует ряд способов выбора базиса в пространстве состояний для системы (1.1) [2, 6, 7]. Ниже используем следующий базис: $h_1^T, \ldots, h_1^TA^{n_1-1}, h_2^T, \ldots, h_2^TA^{n_2-1}, \ldots, h_m^T, \ldots, h_m^TA^{n_m-1}$, где n_i $(i=1, 2, \ldots, m)$ — кронекеровские инварианты системы (1.1) $(\Sigma n_i=n;\ n_1\geqslant n_2\geqslant\ldots\geqslant n_m,\ i=1,\ldots, m)$ [4]. Имеет место соотношение [4]:

$$h_i^TA^{n_i}=\sum_{j=1}^{i-1}\ \sum_{l=0}^{\min(n_i,n_j-1)}\alpha_{ijl}h_j^TA^l+\sum_{j=i}^{m}\sum_{l=0}^{n_j-1}\alpha_{ijl}h_j^TA^l, \qquad (i=1,2,\ldots,m) \tag{1.2}$$

Величины α_{ijl} определяются однозначно и также являются инвариантами системы (1.1).

Соотношение (1.2) служит основой для декомпозиции системы по компонентам вектора измерений.

Умножив правую и левую части выражения (1.2) на x, получим

$$z_i^{(n_i)}-\sum_{l=0}^{n_i-1}\alpha_{iil}z_i^{(l)}=\sum_{j=1}^{i-1}\sum_{l=0}^{\min(n_i,n_j-1)}\alpha_{ijl}z_j^{(l)}+\sum_{j=i+1}^{m}\sum_{l=0}^{n_j-1}\alpha_{ijl}z_j^{(l)} \tag{1.3}$$

$$z_i=h_i^Tx,\qquad z_i^{(l)}=h_i^TA^lx \qquad (i=1,2,\ldots,m)$$

Каждое соотношение (1.3) при фиксированном i можно рассматривать как линейное неоднородное дифференциальное уравнение n_i-го порядка относительно величины z_i с правой частью, линейно-зависящей от измерений z_j $(j\neq i)$ и их производных порядка не выше n_i. При помощи замены переменных уравнение (1.3) можно представить в форме системы линейных неоднородных уравнений первого порядка размерности n_i, причем правые части этой системы не будут содержать производных от измерений z_j. Такой переход неоднозначен и зависит от способа введения новых переменных.

Для практических применений удобно, чтобы указанная система уравнений первого порядка имела вид

$$\dot{u}_1^{[i]}=u_2^{[i]}+\sum_{j=1}^{m}d_{1j}^{[i]}z_j \tag{1.4}$$

. . . .

$$\dot{u}_{n_i-1}^{[i]}=u_{n_i}^{[i]}+\sum_{j=1}^{m}d_{n_i-1,j}^{[i]}z_j,\qquad \dot{u}_{n_i}^{[i]}=\sum_{j=1}^{m}d_{n_i,j}^{[i]}z_j \qquad (i=1,2,\ldots,m)$$

$$u=\|u^{[1]T},u^{[2]T},\ldots,u^{[m]T}\|^T,\qquad u^{[i]}=\|u_1^{[i]},u_2^{[i]},\ldots,u_{n_i}^{[i]}\|^T$$

Коэффициенты $d_{kj}^{[i]}$ $(j=1,\ 2,\ \ldots,\ m;\ k=1,\ \ldots,\ n_i)$ подлежат определению. Уравнения измерений в переменных $u_k^{[i]}$ следующие:

$$z_1=u_1^{[1]},\qquad z_2=u_1^{[2]}+g_1^{[2]}z_1 \tag{1.5}$$

. . . .

$$z_m=u_1^{[m]}+\sum_{j=1}^{m-1}g_j^{[m]}z_j$$

Коэффициенты $g_k^{[j]}$ $(k=1,\ 2,\ \ldots,\ m-1;\ j=2,\ 3,\ \ldots,\ m)$ также подлежат определению.

Совокупность подсистем (1.4) вместе с уравнениями измерений (1.5) и представляет искомую декомпозированную форму линейной наблюдаемой системы (1.1) по компонентам вектора измерений z. Неоднородные линейные системы (1.4) относительно компонент векторов $u^{[i]}$ связаны между собой только через члены, вносящие неоднородность, которые зависят от измерений z_j.

Измерение z_i, соответствующее каждой из систем (1.4), скалярно и зависит от компонент вектора $u^{[i]}$, а также от предыдущих измерений $z_1,\ z_2,\ \ldots,\ z_{i-1}$.

Уравнения измерений (1.5) можно преобразовать введя «новые» измерения z_i^*:

$$z_1^*=z_1,\qquad z_2^*=z_2-g_1^{[2]}z_1,\qquad z_m^*=z_m-\sum_{j=1}^{m-1}g_j^{[m]}z_j \tag{1.6}$$

Совокупность подсистем (1.4) и уравнения измерений (1.6) дают другую декомпозированную форму уравнений состояния линейной системы (1.1).

Для определения коэффициентов $d_{kj}^{[i]}$, $g_k^{[i]}$ в соотношениях (1.4), (1.6) приведем i-ю подсистему уравнений (1.4) к одному уравнению n_i-го порядка

$$(u^{[i]})^{(n_i)}=\sum_{j=1}^{m} d_{1j}^{[i]}\, z_j^{(n_i-1)}+\sum_{j=1}^{m} d_{2j}^{[i]}\, z_j^{(n_i-2)}+\ldots+\sum_{j=1}^{m} d_{n_i,j} z_j$$

и сравним его коэффициенты с коэффициентами уравнения (1.3). Тогда получим следующие соотношения для вычисления коэффициентов:

$$d_{kj}^{[i]}=\alpha_{ij(n_i-k)}\quad \begin{pmatrix} j=1,2,\ldots,m\\ k=1,2,\ldots,n_i\end{pmatrix},\qquad \alpha_{ijl}=0\quad \begin{pmatrix} j=2,3,\ldots,m\\ l=n_j,n_{j+1},\ldots,n_i-1\end{pmatrix}$$

$$g_j=0 \text{ при } n_j=n_i,\qquad g_j=\alpha_{ij0} \text{ при } n_j<n_i$$

Преобразование координат, осуществляющее переход от переменных x к новым переменным u, можно представить в форме

$$u=\Phi x$$

$$\Phi=\begin{Vmatrix}\Phi_1\\ \Phi_2\\ \vdots\\ \Phi_m\end{Vmatrix},\qquad \underset{(n_i\times n_i)}{E_j^*}=\begin{Vmatrix} 0 & 0\ldots 0 & 0\ldots 0\\ \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot\\ 0 & 0\ldots 0 & 0\ldots 0\\ 1 & 0\ldots 0 & 0\ldots 0\\ 0 & 1\ldots 0 & 0\ldots 0\\ \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot\\ 0 & 0\ldots 1 & 0\ldots 0\end{Vmatrix},\qquad \underset{(n_i\times n)}{T_i}=\begin{Vmatrix} h_i^T\\ h_i^T A\\ \cdots\\ h_i^T A^{n_i-1}\end{Vmatrix}$$

$$\underset{(n_i\times m)}{\Phi_i}=(E_{n_i}-\Sigma\alpha_{ii(n_i-j)}E_j^*)\,T_i$$

В матрице E_j^* все j последних строк и столбцов составлены из нулей.

Рассмотрим одну модификацию представления (1.4), (1.5), в которой уравнения измерений представляются в виде $z_i=v_1^{[i]}$, где $v_j^{[i]}$ вводятся следующей заменой переменных:

$$v_1^{[i]}=u_1^{[i]}+\sum_{j=1}^{m-1} g_j^{[i]} z_j,\qquad v_j^{[i]}=u_j^{[i]},\quad {\scriptstyle (j=2,3,\ldots,n_i;\; i=1,2,\ldots,m)}$$

Переменные $v_j^{[i]}$ подчиняются системе уравнений

$$\dot v_1^{[i]}=v_2^{[i]}+\sum_{j=1}^{m} d_{1j}^{[i]} z_j+\sum_{j=1}^{m-1} g_j^{[i]}\dot z_j$$

$$\dot v_2^{[i]}=v_3^{[i]}+\sum_{j=1}^{m} d_{2j}^{[i]} z_j \tag{1.7}$$

$$\dot v_{n_i}^{[i]}=\sum_{j=1}^{m} d_{n_i,j}^{[i]} z_j\quad {\scriptstyle (i=1,2,\ldots,m)}\qquad z_i=v_1^{[i]} \tag{1.8}$$

Отметим отличия, имеющиеся в формах декомпозированных представлений (1.4), (1.5) и (1.7) (1.8). В форме (1.4), (1.5) правые части системы (1.4) не содержат производных от измерений z_j, но измерение z_i в (1.5) включает помимо компонент соответствующего вектора $u^{[i]}$ еще и другие измерения $z_1, z_2, \ldots, z_{i-1}$, освободиться от которых можно преобразовав измерения по формулам (1.6). В форме (1.7) (1.8) правые части декомпозированных подсистем содержат кроме измерений z_j еще и их первые производные $\dot{z}_j$, но измерения z_i включают в себя только компоненты соответствующих векторов $v^{[i]}$ и не требует никаких преобразований. Возможности использования того или иного декомпозированного представления при решении задачи оценивания зависят от поставленных условий.

Заметим, что использование канонических представлений [6, 7] систем с многомерным выходом для задачи декомпозиции также позволяет расщепить систему на совокупность подсистем со скалярным выходом, однако такой путь требует приведения исходной системы к каноническому виду, что связано с громоздкими преобразованиями в пространстве состояний.

Алгоритм оценивания, соответствующий, например, декомпозированному представлению (1.4) (1.6), имеет вид

$$
\begin{gathered}
\dot{u}_1^{\circ[i]} = u_2^{\circ[i]} + \sum_{j=1}^{m} d_{1j}^{[i]} z_j + K_1^{[i]} \left(z_i^* - u_1^{\circ[i]}\right) \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\dot{u}_{n_i-1}^{\circ[i]} = u_{n_i}^{\circ[i]} + \sum_{j=1}^{m} d_{n_i-1,j}^{[i]} z_j + K_{n_i-1}^{[i]} \left(z_i^* - u_1^{\circ[i]}\right) \\
\dot{u}_{n_i}^{\circ[i]} = \sum_{j=1}^{m} d_{n_i,j}^{[i]} z_j + K_{n_i}^{[i]} \left(z_i^* - u_1^{\circ[i]}\right), \qquad z_i^* = u_1^{[i]} + r_i^* \quad (i=1,2,\ldots,m)
\end{gathered}
\tag{1.9}
$$

В уравнениях (1.9) коэффициенты $K_j^{[i]}$ могут выбираться, например, либо в соответствии с процедурой построения калмановского фильтра отдельно для каждой подсистемы, либо из условий асимптотической устойчивости уравнений ошибок оценок (1.10).

Уравнения ошибок оценок для алгоритма (1.9) имеют вид

$$
\begin{gathered}
\Delta \dot{u}_1^{[i]} = \Delta u_2^{[i]} - \sum_{j=1}^{m} d_{1j}^{[i]} r_j - K_1^{[i]} r_i^* \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\Delta \dot{u}_{n_i-1}^{[i]} = \Delta u_{n_i}^{[i]} - \sum_{j=1}^{m} d_{n_i-1,j}^{[i]} r_j - K_{n_i-1}^{[i]} r_i^* \\
\Delta \dot{u}_{n_i}^{[i]} = -\sum_{j=1}^{m} d_{n_i,j}^{[i]} r_j - K_{n_i}^{[i]} r_i^*, \qquad (i=1,2,\ldots,m)
\end{gathered}
\tag{1.10}
$$

$$
r_1^* = r_1, \qquad r_2^* = r_2 - g_1^{[2]} r_1, \ldots, r_m^* = r_m - \sum_{j=1}^{m-1} g_j^{[m]} r_j
$$

Из рассмотрения уравнений (1.10) следует, что все подсистемы уравнений ошибок относительно компонент векторов $\Delta u^{[i]}$ независимы, т. е. осуществлена декомпозиция исходной системы по компонентам вектора измерений в указанном выше смысле.

2. Перейдем к применению полученных результатов в задаче коррекции инерциальных навигационных систем при помощи дополнительной информации.

Рассмотрим сначала принципиальные возможности совместного использования различных видов дополнительной информации при коррекции этих систем. Дополнительная позиционная, скоростная и угловая информации могут поступать одновременно, последовательно друг за другом в различном порядке, интервалы их поступления могут перекрываться и т. д. Каждой такой ситуации отвечает, вообще говоря, определенный способ декомпозиции.

Если бы наблюдаемые по позиционной, скоростной и угловой информации подпространства дополняли бы друг друга до полного пространства состояний системы, то задача декомпозиции решалась бы тривиально. Однако, как показывает анализ наблюдаемости уравнения ошибок инерциальной навигационной системы по дополнительной скоростной, позиционной и угловой информациям, приведенный в [8, 9], эти наблюдаемые подпространства пересекаются. Выделение общей части этих подпространств и множеств, дополняющих эту общую часть, в каждом из указанных подпространств по существу и составляет задачу декомпозиции.

Вариант декомпозиции для случая, когда интервалу времени, на котором используется совместно позиционная и скоростная информации, предшествует достаточно длительный интервал времени, на котором поступает только скоростная информация, рассматривался в [10].

Здесь ограничимся рассмотрением ситуации, когда для коррекции используется одновременно поступающая позиционная и скоростная дополнительные информации.

Представим, что основная часть навигационной системы представляет собой двухкомпонентную инерциальную навигационную систему с горизонтируемой платформой, в которой информация о высоте доставляется внешними по отношению к инерциальной системе источниками. Уравнения ошибок такой системы приведены в [8]. Анализ наблюдаемости в задаче коррекции инерциальной навигационной системы при помощи совместной скоростной и позиционной информации, проведенный в [8, 9], дает следующую совокупность наблюдаемых переменных:

$$\begin{gathered}
x_1=\gamma_1^*+\mu w_1^p, \quad x_2=\delta p_1+\omega_2^*\beta_3^*, \quad x_3=\alpha_1-\varepsilon_1 \\
x_4=\delta p_1+\nu_1^*, \quad x_5=\delta p_1+\mu U_3^*\alpha_2+U_2^*\beta_3^*-U_3^*\beta_2^*+w_1^v \\
x_6=\gamma_2^*+\mu w_2^p, \quad x_7=\delta p_2-\omega_1^*\beta_3^*, \quad x_8=\alpha_2-\varepsilon_2, \quad x_9=\delta p_2+\nu_2^* \\
x_{10}=\delta p_2-\mu U_3^*\alpha_1+U_3^*\beta_1^*-U_1^*\beta_3^*+w_2^v, \quad x_{11}=\nu_3^*
\end{gathered} \tag{2.1}$$

Здесь α_1, α_2 – ошибки построения вертикали, $\beta_i^*=\mu\beta_i$ $(i=1, 2, 3)$, β_i – кинематические ошибки определения местоположения объекта, $\gamma_j^*=\mu\gamma_j$ $(j=1, 2)$, γ_j – ошибки определения местоположения, δp_1, δp_2 – импульсы, ε_1, ε_2, ν_1, ν_2, ν_3 – приведенные инструментальные погрешности приборов инерциальной системы, предполагаемые здесь постоянными, $\nu_i^*=\nu_i/\omega_0$, ω_0 – частота Шулера, $\omega_i^*=\omega_i/\mu\omega_0$, $U_i^*=U_i/\mu\omega_0$ $(i=1, 2, 3)$, ω_i, U_i – проекции вектора абсолютной угловой скорости идеального трехгранника и проекции вектора угловой скорости Земли на оси этого трехгранника, считающегося азимутально свободным $(\omega_3=0)$, w_j^p, w_j^v $(j=1, 2)$ – приведенные погрешности измерителей позиционной и скоростной информации, которые здесь предполагаются постоянными, $\mu=\max(\omega_1^2+\omega_2^2)^{1/2}/\omega_0$. Величина μ для обычных самолетных скоростей не превосходит 0,1 и далее считается малым параметром.

Вектор $x=\|x_1x_2\ldots x_{11}\|^T$ с точностью до членов порядка μ^2 удовлетворяет уравнению [8]:

$$\dot{x}=Ax+\mu f \tag{2.2}$$

где матрица A имеет элементы

$$\begin{gathered}
a_{12}=a_{67}=\mu, \quad a_{34}=a_{89}=1, \quad a_{21}=-\mu\omega_2^2, \quad a_{23}=a_{43}=a_{53}=a_{78}=a_{98}=a_{10,8}=-1 \\
a_{26}=\mu\omega_1\omega_2, \quad a_{4,11}=-\mu\omega_2, \quad a_{51}=-\mu\omega_2U_2, \quad a_{56}=\mu\omega_2U_1, \quad a_{59}=\mu U_3, \quad a_{5,11}=-\mu\Omega_2 \\
a_{71}=\mu\omega_1\omega_2, \quad a_{76}=-\mu\omega_1^2, \quad a_{9,11}=\mu\omega_1, \quad a_{10,1}=\mu\omega_1U_2, \quad a_{10,4}=-\mu U_3, \quad a_{10,11}=\mu\Omega_1
\end{gathered}$$

остальные элементы – нули.

$$\begin{gathered}
\Omega_j=\omega_j-U_j \quad (j=1, 2), \quad f=\|0\, f_2\, 0\, 0\, f_5\, 0\, f_7\, 0\, 0\, f_{10}\, 0\|^T \\
f_2=(U_3\Omega_1-U_1U_3)\beta_3=\omega_1U_3\beta_3, \quad f_7=-\omega_2U_3\beta_3 \\
f_5=\omega_2(U_1w_2^p-U_2w_1^p), \quad f_{10}=\omega_1(U_2w_1^p-U_1w_2^p)
\end{gathered}$$

В уравнении (2.2) точка означает дифференцирование по безразмерному времени $\tau=\omega_0 t$. Векторы скоростной и позиционной коррекций имеют вид [11]:

$$z^v=\|z_1^v z_2^v\|^T,\ z^p=\|z_1^p z_2^p\|^T$$

$$z_1^v=h_1^T x,\ z_2^v=h_2^T x,\ z_1^p=h_3^T x,\ z_2^p=h_4^T x \tag{2.3}$$

Векторы h_i ($i=1, 2, 3, 4$) представляют собой единичные векторы, у которых единица стоит на пятом, десятом, первом и шестом местах соответственно.

Нетрудно показать, что векторы h_1^T, $h_1^T A$, $h_1^T A^2$, $h_1^T A^3$, h_2^T, $h_2^T A$, $h_2^T A^2$, h_3^T, $h_3^T A$, h_4^T, $h_4^T A$ составляют базис пространства $\{x\}$. Кронекеровские инварианты системы (2.2), (2.3) следующие: $n_1=4$, $n_2=3$, $n_3=n_4=2$. Имеют место представления (с точностью до членов порядка μ^2)

$$\begin{gathered}h_1^T A^4=-h_1^T A^2-\mu\omega_1 U_3 U_2^{-1}(h_1^T A-h_1^T A^3)\\ h_2^T A^3=-h_2^T A-U_1 U_2^{-1}(h_1^T A-h_1^T A^3)+\mu(\omega_1 U_2-\omega_2 U_1)(h_3^T-U_1 U_2^{-1}h_4^T)\\ h_3^T A^2=\mu h_1^T A,\ h_4^T A^2=\mu h_2^T A\end{gathered} \tag{2.4}$$

Вводя переменные $y^{[i]}=h_i^T x$ ($i=1, 2, 3, 4$), представим соотношения (2.4) в виде

$$\begin{gathered}y^{\cdot\cdot\cdot\cdot[1]}+y^{\cdot\cdot[1]}+\mu\omega_1 U_3 U_2^{-1}(y^{\cdot[1]}+y^{\cdot\cdot\cdot[1]})=0\\ y^{\cdot\cdot\cdot[2]}+y^{\cdot[2]}=-U_1 U_2^{-1}(z_1^{\cdot v}-z_1^{\cdot\cdot\cdot v})+\mu(\omega_1 U_2-\omega_2 U_1)(z_1^p-U_1 U_2^{-1}z_2^p),\\ y^{\cdot\cdot[3]}=\mu z_1^{\cdot v},\quad y^{\cdot\cdot[4]}=\mu z_2^{\cdot v}\end{gathered} \tag{2.5}$$

Перейдем от системы (2.5) к системе уравнений первого порядка при помощи замены

$$\begin{gathered}y_1^{[1]}=y^{[1]},\quad y_2^{[1]}=y^{\cdot[1]},\quad y_3^{[1]}=y^{\cdot\cdot[1]},\quad y_4^{[1]}=y^{\cdot\cdot\cdot[1]}\\ y_1^{[2]}=y^{[2]}+U_1 U_2^{-1}z_1^v,\quad y_2^{[2]}=y^{\cdot[2]}+U_1 U_2^{-1}z_1^{\cdot v}\\ y_3^{[2]}=y^{\cdot\cdot[2]}+U_1 U_2^{-1}(z_1^{\cdot\cdot v}+2z_1^v),\quad y_1^{[3]}=y^{[3]}\\ y_2^{[3]}=y^{\cdot[3]}-\mu z_1^v,\quad y_1^{[4]}=y^{[4]},\quad y_2^{[4]}=y^{\cdot[4]}-\mu z_2^v\end{gathered} \tag{2.6}$$

В результате получим декомпозированную по компонентам вектора измерений систему

$$\begin{gathered}y_1^{\cdot[1]}=y_2^{[1]}\quad y_2^{\cdot[1]}=y_3^{[1]},\quad y_3^{\cdot[1]}=y_4^{[1]},\quad y_4^{\cdot[1]}=-y_3^{[1]}-\\ -\mu\omega_1 U_3 U_2^{-1}(y_2^{[1]}+y_4^{[1]}),\quad z_1^v=y_1^{[1]}\\ y_1^{\cdot[2]}=y_2^{[2]},\quad y_2^{\cdot[2]}=y_3^{[2]}-2U_1 U_2^{-1}z_1^v\\ y_3^{\cdot[2]}=-y_2^{[2]}+\mu(\omega_1 U_2-\omega_2 U_1)(z_1^p-U_1 U_2^{-1}z_2^p)\\ z_2^v=y_1^{[2]}-U_1 U_2^{-1}z_1^v,\quad y_1^{\cdot[3]}=y_2^{[3]}+\mu z_1^v,\\ y_2^{\cdot[3]}=0,\quad z_1^p=y_1^{[3]}\\ y_1^{\cdot[4]}=y_2^{[4]}+\mu z_2^v,\quad y_2^{\cdot[4]}=0,\quad z_2^p=y_1^{[4]}\end{gathered} \tag{2.7}$$

Переменные $y_j^{[i]}$ выражаются через компоненты исходного вектора состояния x по формулам

$$
\begin{gathered}
y_1^{[1]}=x_5,\quad y_2^{[1]}=-x_3+\mu U_3x_9-\mu\Omega_2x_{11}-\mu\omega_2(U_2x_1-U_1x_6),\\
y_3^{[1]}=-x_4-\mu U_3x_8\\
y_4^{[1]}=x_3-\mu U_3x_9+\mu\omega_2x_{11},\quad y_1^{[2]}=x_{10}+U_1U_2^{-1}x_5\\
y_2^{[2]}=-x_8-\mu U_3x_4+U_1U_2^{-1}[x_3-\mu\omega_2(U_2x_1-U_1x_6)-\\
-\mu U_3x_9-\mu\Omega_2x_{11}]+\mu\omega_1(U_2x_1-U_1x_6)+\mu\Omega_1x_{11}\\
y_3^{[2]}=-x_9+\mu U_3x_3+U_1U_2^{-1}(x_4+\mu U_3x_8-2x_5)\\
y_1^{[3]}=x_1,\quad y_2^{[3]}=\mu x_2-\mu x_5,\quad y_1^{[4]}=x_6,\quad y_2^{[4]}=\mu x_7-\mu x_{10}
\end{gathered}
\tag{2.8}
$$

Анализ выражений (2.8) показывает, что переменные $y_j^{[i]}$, входящие в декомпозированные представления (2.7) либо совпадают с наблюдаемыми переменными (2.1), либо являются их простыми комбинациями и имеют поэтому ясный механический смысл.

На основании полученных представлений (2.7) легко построить простые алгоритмы коррекции инерциальной навигационной системы при совместном использовании скоростной и позиционной информации вида (1.9).

Эти алгоритмы удобны для практического использования, так как имеют невысокий порядок (4+3+2+2), что очень существенно с точки зрения времени оценивания (времени поступления корректирующей информации). Кроме того, при реализации этих алгоритмов следует решать ряд однотипных систем уравнений, что также удобно при проектировании бортовых алгоритмов коррекции. Если отнести слабо наблюдаемую переменную x_{11} к ошибкам, то суммарный порядок декомпозированной системы (2.7) будет равен 10 (3+3+2+2).

Заметим, что при независимом использовании скоростной и позиционной информаций алгоритмы коррекции, в которых оцениваются только хорошо наблюдаемые переменные, имеют соответственно порядки 3+3 и 4+4. В [10] обсуждался алгоритм совместной обработки скоростной и позиционной информаций, предполагающий независимое использование только скоростной информации (его порядок 3+3+2+2). Оцениваемые в этом алгоритме переменные отличаются от переменных (2.8). Кроме того, в этом алгоритме связь между подсистемами осуществляется через оцениваемые переменные, а не через измерения, как в алгоритме, построенном на основании представлений (2.7).

Оценки исходных навигационных параметров, входящих в вектор состояния x, можно получить с помощью оценок $y_i^{[j]}$ по формулам (2.8).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Разоренов Г. Н.* Декомпозируемость линейных динамических систем.– Автоматика и телемеханика, 1978, № 1, с. 12–16.
2. *Luenberger D. G.* Observers for multivariable systems.– IEEE. Trans. Automat. Control, 1966, v. 11, № 2, p. 190–197.
3. *Парусников Н. А.* О декомпозиции линейных наблюдаемых систем по компонентам вектора измерения.– Автоматика и телемеханика, 1980, № 7, с. 45–60.
4. *Popov V. M.* Invariant description of linear, time-invariant controllable systems.– SIAM J. Control, 1972, v. 10, № 2, p. 252–264.
5. *Гантмахер Ф. Р.* Теория матриц. М.: Наука, 1967. 575 с.

6. *Luenberger D. G.* Canonical forms for linear multivariable systems.– IEEE Trans. Automat. Control, 1967, v. 12, № 3, p. 290–293.
7. *Maroulas J., Barnett S.* Canonical form for time-invariant linear control systems: A survey with extentions. II. Multivariable case.– Internat. J. Systems Sci. 1979, v. 10, № 1, p. 33–50.
8. *Парусников Н. А., Морозов В. М., Борзов В. И.* Теория навигационных систем. М.: Изд-во МГУ, 1980. 227 с.
9. *Парусников Н. А., Каленова В. И., Парусникова О. Г., Шакотько А. Г.* Задача наблюдаемости при коррекции инерциальных навигационных систем.– Научн. тр. Ин-та механики МГУ, 1974, № 33, с. 11–21.
10. *Каленова В. И., Морозов В. М., Парусников Н. А., Шакотько А. Г.* О коррекции инерциальных навигационных систем при помощи совместной скоростной и позиционной дополнительной информации.– Изв. АН СССР. МТТ, 1981, № 5, с. 12–19.
11. *Парусников Н. А.* Задача коррекции в инерциальной навигации.– Научн. тр. Ин-та механики МГУ, 1973, № 29, с. 42–70.

Москва

Поступила в редакцию
15.VI.1982