

УДК 539.3

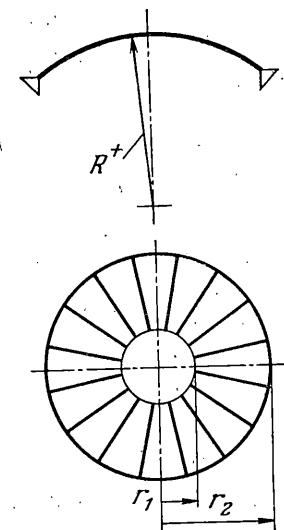
ИЗМЕНЕНИЕ КРИВИЗНЫ РОГОВОЙ ОБОЛОЧКИ ГЛАЗА
В РЕЗУЛЬТАТЕ ОПЕРАЦИИ ПО УСТРАНЕНИЮ БЛИЗОРУКОСТИ
БЕЛКИН А. Е., БИДЕРМАН В. Л.

Одним из хирургических методов коррекции зрения при близорукости является операция передней кератотомии [1, 2], которая заключается в том, что на роговую оболочку глаза в периферийной ее части наносятся радиальные надрезы глубиной примерно $\frac{3}{4}$ толщины роговицы (фиг. 1). Под действием внутрглазного давления края надрезов расходятся и окружные размеры роговицы в области надрезов увеличиваются. Это приводит к уменьшению кривизны центральной части роговицы, с которым связано уменьшение ее рефракции.

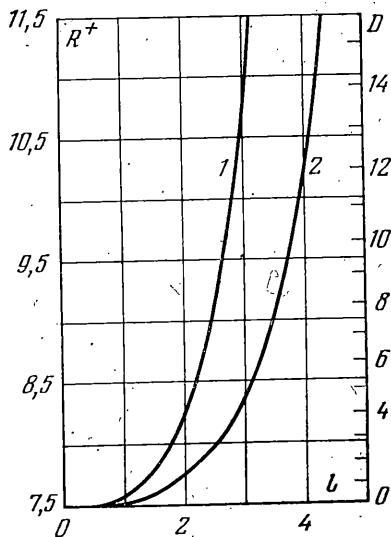
В послеоперационный период образовавшиеся щели затягиваются нарастающей соединительной тканью.

В работе предлагается метод расчета изменения геометрии роговицы в результате операции. В качестве простейшей модели роговицы используется линейно-упругая мягкая оболочка, нагруженная внутрглазным давлением. Эффект операции в отдаленном периоде, зависящий от процесса заживления надрезов, не рассматривается.

1. До нанесения надрезов роговица представляет собой сферическую оболочку радиуса R , нагруженную внутрглазным давлением p . Начальные усилия в окружных и меридиональных сечениях оболочки одинаковы $T_1 = T_2 = \frac{1}{2}pR$. В результате нанесения надрезов окружное напряжение в периферийной части роговицы уменьшается. При большом числе надрезов (обычно наносят 16 надрезов) и большой их глу-



Фиг. 1



Фиг. 2

бине можно считать, что окружное усилие в зоне надрезов становится равным нулю. Это предположение соответствует предельно возможному изменению геометрии роговицы при надрезах данной длины.

Таким образом, для оценки максимально возможного эффекта операции следует рассмотреть изменение геометрии нагруженной давлением мягкой сферической оболочки, обусловленное тем, что периферийная ее часть становится одноосной в связи с нанесением надрезов. Так как число надрезов велико, можно считать, что и после деформации оболочка остается осесимметричной.

Равновесие мягкой оболочки вращения, имеющей двухосную и одноосную зоны, при действии внутреннего давления описывается следующей системой уравнений [3]:

$$\begin{aligned} \frac{d(rT_1)}{ds} &= T_2 \cos \theta^+, \quad \frac{d\theta^+}{ds} = \frac{1}{T_1} \left(p - T_2 \frac{\sin \theta^+}{r} \right) \\ \frac{d\rho}{ds} &= (1 + \varepsilon_1) \cos \theta^+ - \cos \theta, \quad \frac{d\eta}{ds} = (1 + \varepsilon_1) \sin \theta^+ - \sin \theta \end{aligned} \quad (1.1)$$

причем для двухосной зоны ($0 \leq r < r_1$):

$$\varepsilon_1 = (T_1 - \nu T_2) / B - \varepsilon_1^\circ, \quad \varepsilon_1^\circ = (T_1^\circ - \nu T_2^\circ) / B \quad (1 \Leftrightarrow 2) \quad (1.2)$$

для одноосной ($r_1 \leq r \leq r_2$):

$$\varepsilon_1 = T_1 / B - \varepsilon_1^\circ, \quad T_2 = 0 \quad (1.3)$$

Здесь ρ , η – радиальное и осевое перемещения от начальной равновесной формы, не имеющей одноосной зоны, θ , θ^+ – угол между нормалью к оболочке и осью ее симметрии соответственно до деформации и после деформации, ε_1° , ε_2° – деформации оболочки в начальном состоянии, ε_1 , ε_2 – дополнительные деформации, s – длина дуги меридиана, измеряемая от полюса оболочки, B – жесткость ткани при одноосном растяжении, ν – коэффициент Пуассона.

Используемый вариант теории мягких оболочек основан на предположении о математичности начальных и дополнительных деформаций. В соответствии с этим в рассматриваемых уравнениях не проводится различия между линейными размерами на поверхности оболочки в естественном ненапряженном, начальном и конечном состояниях.

В малой окрестности полюса оболочки основные переменные могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} T_1 &= 1/2pR^+ + O(r^2), \quad \theta^+ = r/R^+ + O(r^3), \quad \eta = \eta_0 + O(r^2) \\ \rho &= 1/2(1-\nu)p(R^+ - R)r/B + O(r^3) \end{aligned} \quad (1.4)$$

где R^+ – радиус кривизны деформированной оболочки в полюсе, η_0 – осевое перемещение в полюсе. Рассматривая относительные осевые перемещения, можно считать $\eta_0 = 0$.

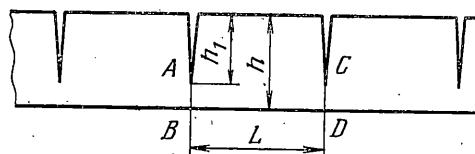
Из (1.4) следует, что состояние оболочки вблизи полюса определяется одним параметром R^+ . Этот параметр находится так, чтобы при $r=r_2$ удовлетворялось граничное условие

$$\rho = 0 \quad (1.5)$$

соответствующее присоединению края роговой оболочки к жесткой склере.

Краевая задача (1.1)–(1.5) решалась численно методом стрельбы. Параметры роговой оболочки глаза принимались следующими: $R=7,5$ мм, $r_2=5,75$ мм, $p=2700$ Па, $\nu=0,5$.

Жесткость B определялась по результатам опытов [4] на раздувание роговицы, где установлено, что роговица обладает линейно-упругими свойствами, причем



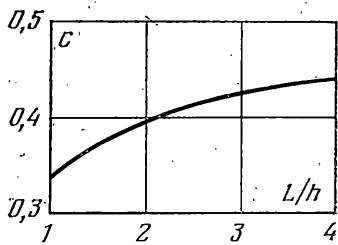
Фиг. 3

$\Delta w / \Delta p = 3 \cdot 10^{-5}$ (Δp – увеличение внутрглазного давления в Па, Δw – нормальное перемещение роговицы в мм).

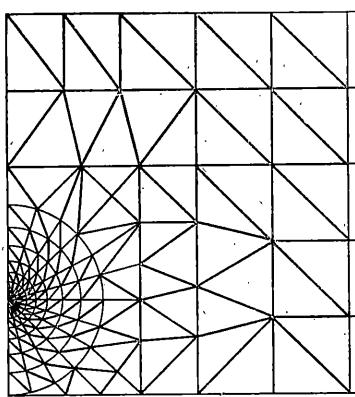
В сферической оболочке $\Delta w = 1/2(1-\nu)R^2\Delta p/B$, что позволяет найти жесткость $B = 0,47$ Н/мм.

Расчеты проводились для надрезов различной длины. На фиг. 2 кривой 1 представлена зависимость радиуса кривизны в полюсе оболочки от длины надрезов $l = r_2 - r_1$. Уменьшение кривизны роговой оболочки в центральной оптической зоне приводит к уменьшению ее рефракции, определяемому в диоптриях по формуле $D = (n-1)(1/R - 1/R^+)$, где $n=1,336$ – относительный показатель преломления внутриглазной жидкости. Кривая 1 изображает также уменьшение рефракции роговицы, соответствующее определенной длине надрезов.

В хирургической практике [1, 2] в зависимости от степени близорукости диаметр ($2r_1$) центральной оптической зоны, остающейся ненадрезанной, меняют в пределах от 4,5 до 3,2 мм, что соответствует длинам надрезов от 3,5 до 4,15 мм. При этом наибольшее уменьшение рефракции роговицы составляет от 3 до 8,5 диоптрий.



Фиг. 4



Фиг. 5

Проведенный выше расчет роговицы как мягкой оболочки, не воспринимающей окружных усилий в зоне надрезов, дает результаты значительно превышающие указанные значения.

2. Оценка эффекта операции может быть уточнена, если учесть, что в области надрезов сохраняются связи в окружном направлении и усилие T_2 отлично от нуля. В этой области оболочку можно рассматривать как ортотропную с различными жесткостями в меридиональном и окружном направлениях. Будем считать, что надрезы не меняют жесткости и коэффициента поперечной деформации ткани при растяжении в направлении меридиана (вдоль надрезов), окружная же жесткость оболочки в ослабленной надрезами области уменьшается.

В сформулированной выше краевой задаче (1.4)–(1.5) соотношения упругости (1.3) заменяются следующими:

$$\varepsilon_1 = T_1/B - v_0 T_2/B_0 - \varepsilon_1^*, \quad \varepsilon_2 = T_2/B_0 - v T_1/B - \varepsilon_2^* \quad (r_1 \leq r \leq r_2) \quad (2.1)$$

где B_0 – жесткость, v_0 – коэффициент поперечной деформации надрезанной ткани при растяжении в окружном направлении.

На основании принципа взаимности работ $Bv_0 = B_0 v$. Для определения жесткости B_0 рассматривалась задача о растяжении полосы (фиг. 3), ослабленной периодической системой надрезов, в условиях плоского напряженного состояния. Задача решалась методом конечных элементов. Рассматривался участок полосы между двумя соседними надрезами. На границах AB , CD задавались взаимные продольные перемещения, приводящие к удлинению участка на величину δ . В результате расчета определялись силы на границах, необходимые для получения таких перемещений, и по ним нормальная сила в поперечном сечении полосы. Отношение этой силы к усилию в полосе без надрезов при таком же удлинении участка δ дает коэффициент снижения жесткости надрезанной полосы $c = B_0/B$.

На роговице расстояние между надрезами переменно: $L = 2\pi r/m$ (m – число надрезов). При $m=16$, толщина роговицы $h=0,6$ мм и радиусах $1,6$ мм $\leq r \leq 5,75$ мм параметр L/h изменяется от 1,0 до 3,8.

Зависимость коэффициента снижения жесткости полосы с надрезами глубиной $h_1=0,75$ от параметра L/h показана на фиг. 4.

Расчеты проводились с использованием треугольных элементов с однородной деформацией, причем вблизи вершины надреза сетка ступенчатая. На фиг. 5 показана разбивка симметричной половины участка на треугольные элементы. Сетка содержит 201 элемент со 117 узлами при $L/h=1,0$; 272 элемента со 159 узлами при $L/h=3,8$.

При известной жесткости $B_0=cB$ расчет роговой оболочки с учетом ортотропии оперированной зоны осуществляется так же, как и расчет оболочки с одноосной зоной. Результаты расчета представлены на фиг. 2 (кривая 2).

Сравнение графиков на фиг. 2 показывает, что учет связей в окружном направлении в зоне надрезов значительно улучшает расчетную модель, хотя расчетный эффект операции по-прежнему оказывается несколько завышенным.

Дальнейшее совершенствование модели, по-видимому, связано с уточнением упругих свойств роговицы и, в частности, с учетом ее изгибной жесткости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дурнев В. В., Ермошин А. С. Определение зависимости между длиной передних радиальных неперфорирующих разрезов роговицы и их эффективностью.— В кн.: IV Всес. конф. изобретателей и рационализаторов в области офтальмологии. М., Всесоюзное научное общество офтальмологов, 1976, с. 106–108.
2. Федоров С. Н., Дурнев В. В. Применение метода передней кератотомии с целью хирургической коррекции миопии.— В кн.: Актуальные вопросы современной офтальмохирургии. М., Моск. мед. стоматол. ин-т, 1977, с. 47–48.
3. Бидерман В. Л. Механика тонкостенных конструкций. Статика. М.: Машиностроение, 1977. 488 с.
4. Schwartz N. J., Mackay R. S., Sackman J. L. A theoretical and experimental study of the mechanical behavior of the cornea with application to the measurement of intraocular pressure.— Bull. Math. Biophys., 1966, v. 28, No. 4, p. 585–643.

Москва

Поступила в редакцию
6.VII.1981