

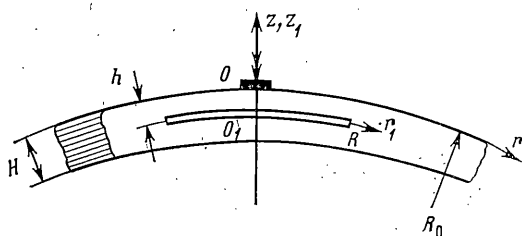
УДК 539.3:534.1

ДИФРАКЦИЯ УПРУГИХ ВОЛН НА РАССЛОЕНИЯХ В СФЕРИЧЕСКИХ СЛОИСТЫХ ОБОЛОЧКАХ

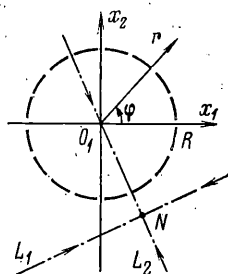
ЛОБАНОВ Е. В.

Создание конструкций из композиционных материалов вызывает необходимость развития методов их контроля при помощи неразрушающих испытаний. Данные неразрушающего контроля относятся к основным видам информации, от объема и качества которой зависит достоверная оценка технического состояния конструкции. Раннее обнаружение дефектов сплошности позволяет устранить выход из строя конструкции в процессе эксплуатации, а также дает возможность эксплуатировать ответственные технические системы по состоянию.

Проблема неразрушающего контроля материалов акустическими методами относится к важнейшим задачам математической физики — обратным задачам дифракции. Строгое решение таких задач известно только в одномерном случае. Для прикладных расчетов используются в основном подходы, тесно связанные с решением прямых задач [1—4]. Подавляющее большинство подобных работ связано с



Фиг. 1



Фиг. 2

предположением об однородности, изотропности и неограниченности. Между тем малые толщины многослойных конструкций и большие различия в свойствах материалов затрудняют применение традиционных акустических методов обнаружения типовых дефектов. Для диагностики таких конструкций необходимо использовать более сложные типы волн — изгибные, нормальные и др.

В публикуемой работе решается прямая задача дифракции упругих волн Лэмба на расслоении в виде сферического сегмента радиуса R , расположенного на глубине $z = -h$ от внешней поверхности сферической слоистой оболочки (Фиг. 1). Анализ численных результатов решения прямой задачи дифракции позволил разработать алгоритм, позволяющий оценить местоположение, глубину залегания и характерный размер дефекта. Полученные результаты могут быть использованы для теоретического обоснования и разработки методов неразрушающего контроля мелкослойных оболочек стационарными волнами Лэмба.

1. В качестве модели, описывающей распространение волн в оболочке мелкослойной структуры, выберем континуальный аналог теории многослойных оболочек и пластин [5]. Уравнения движения такой среды аналогичны уравнениям моментной теории упругости для некоторого анизотропного

$$\begin{aligned} \nabla_\beta \sigma^{\alpha\beta} + \frac{\partial \sigma^{\alpha 3}}{\partial z} + \Gamma_{\beta 3}^\beta \sigma^{\alpha 3} + 2\Gamma_{\beta 3}^\alpha \sigma^{\beta 3} - \Gamma_{\gamma 3}^\alpha \nabla_\beta \mu^{\beta\gamma} - \rho \frac{\partial^2 v^\alpha}{\partial t^2} &= 0 \\ \nabla_\alpha \sigma^{\alpha 3} + \frac{\partial \sigma^{33}}{\partial z} + \Gamma_{\alpha 3}^\alpha \sigma^{33} + \Gamma_{\alpha\beta}^3 \sigma^{\alpha\beta} - \nabla_\alpha \nabla_\beta \mu^{\alpha\beta} - \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= 0 \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь ∇_α — ковариантная производная на поверхности $z = \text{const}$, $\Gamma_{\alpha\beta}^\gamma$ — символ Кристоффеля, ρ — эффективная массовая плотность, v_α и $v_3 \equiv w$ — ковариантные составляющие вектора смещений, σ^{jk} и $\mu^{\alpha\beta}$ — силовые и моментные напряжения, связанные с деформациями e_{jk} , приращениями кривизны $\kappa_{\alpha\beta}$ и перемещениями v_j следующими зависимостями:

$$\begin{aligned} \sigma^{\alpha\beta} &= \psi \lambda^{\alpha\beta\gamma\delta} e_{\gamma\delta}, \quad \sigma^{\alpha 3} = \frac{2G_m}{1-\psi} g^{\alpha\beta} e_{\beta 3}, \quad \sigma^{33} = \frac{E_m}{1-\psi} e_{33}, \quad \mu^{\alpha\beta} = \psi a^2 \lambda^{\alpha\beta\gamma\delta} \kappa_{\gamma\delta} \\ e_{\alpha\beta} &= 1/2 (\nabla_\alpha v_\beta + \nabla_\beta v_\alpha - 2\Gamma_{\alpha\beta}^3 w), \quad a^2 = h_f^2 / 12 \\ e_{\alpha 3} &= 1/2 \left(\nabla_\alpha w + \frac{\partial v_\alpha}{\partial z} - 2\Gamma_{\alpha\beta}^3 v_\beta \right), \quad e_{33} = \partial w / \partial z \\ \kappa_{\alpha\beta} &= 1/2 (\nabla_\alpha \varphi_\beta + \nabla_\beta \varphi_\alpha - \Gamma_{\alpha 3}^\gamma \theta_{\beta\gamma} - \Gamma_{\beta 3}^\gamma \theta_{\alpha\gamma}) \\ \varphi_\alpha &= \nabla_\alpha w - \Gamma_{\alpha 3}^\gamma v_\gamma, \quad \theta_{\alpha\beta} = 1/2 (\nabla_\alpha v_\beta - \nabla_\beta v_\alpha) \end{aligned} \quad (1.2)$$

Через ψ обозначен коэффициент армирования, $\lambda^{\alpha\beta\gamma\delta}$ — тензор упругих постоянных плоского напряженного состояния в жестких слоях, E_m и G_m — трансверсальный модуль и модуль сдвига мягких слоев, g^{jk} — метрический тензор пространства.

При выводе уравнений (1.1) предполагалось, что: жесткость армирующих слоев существенно превышает жесткость связующих; толщины армирующих h_f и связующих h_m слоев малы по сравнению с длинами волн, распространяющихся в композите, характерным размером конструкции H и величиной расслоения $2R$.

Сравнивая в уравнениях (1.1) члены с моментными и силовыми напряжениями, можно показать [5], что их отношение имеет порядок $\psi(1-\psi)E_f E_m^{-1}(h_f/\lambda)^2 \sim (\lambda_0/\lambda)^2$, где λ_0 — формально вводимый структурный параметр, имеющий размерность длины. Для применяемых в настоящее время композитов $\lambda_0 \gtrsim h_f$. С другой стороны, принцип энергетической континуализации применим, если $h_f \ll \lambda$. Поэтому членами, учитывающими моментные эффекты, можно пренебречь.

Рассмотрим осесимметричные движения оболочки в системе координат r, φ, z (фиг. 1, 2). Тогда, пренебрегая моментными членами, запишем уравнения (1.1) в виде

$$\begin{aligned} \frac{R_0}{R_0+z} \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \text{ctg} \left(\frac{r}{R_0} \right) \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}}{R_0+z} + \frac{3\sigma_{rz}}{R_0+z} - \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= 0 \\ \frac{R_0}{R_0+z} \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \text{ctg} \left(\frac{r}{R_0} \right) \frac{\sigma_{rz}}{R_0+z} + \frac{2\sigma_{zz} - \sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}}{R_0+z} - \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= 0 \end{aligned} \quad (1.3)$$

Решение уравнений (1.3) проведем методом возмущений. В качестве основных соотношений невозмущенной задачи возьмем уравнения (1.3), полагая, что $z \ll R_0$, $r \ll R_0$. При этом уравнения невозмущенной задачи, записанные в перемещениях, примут вид (жесткие слои считаем изотропными):

$$A_f \left[\Delta u - \frac{u}{r^2} + \kappa(1+\nu_f) \frac{\partial w}{\partial r} \right] + C_m \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (1.4)$$

$$C_m \left(\Delta w + \nabla \frac{\partial u}{\partial z} \right) + B_m \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - A_f \kappa(1+\nu_f) (\nabla u + 2\kappa w) - \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla = \partial/\partial r + 1/r, \quad \Delta = \nabla \cdot \nabla, \quad \kappa = 1/R_0 \quad (1.5)$$

$$A_f = \psi E_f (1-\nu_f^2)^{-1}, \quad B_m = E_m (1-\psi)^{-1}, \quad C_m = G_m (1-\psi)^{-1}$$

ν_f — коэффициент Пуассона в жестком слое. Уравнения (1.4) по точности примерно соответствуют уравнениям теории пологих оболочек.

Необходимые для дальнейшего соотношения, связывающие в нулевом приближении напряжения и перемещения, могут быть представлены в форме

$$\sigma_{zz} = B_m \partial w / \partial z, \quad \sigma_{rz} = C_m (\partial w / \partial r + \partial u / \partial z) \quad (1.6)$$

2. Определим напряжения σ_{rz}^0 , σ_{zz}^0 на поверхности $z = -h$ при отсутствии трещины в оболочке от действия гармонического источника колебаний интенсивности $P(\pi r_0^2)^{-1}$, распределенного по кругу радиуса r_0 (фиг. 1). Представим перемещения в набегающих на расслоение волнах в виде

$$u^0(r, z, t) = \int_0^\infty U(k) J_1(kr) \exp[-i\omega t + \lambda(k)z] k dk \quad (2.1)$$

$$w^0(r, z, t) = \int_0^\infty W(k) J_0(kr) \exp[-i\omega t + \lambda(k)z] k dk$$

Подставляя эти выражения в уравнения движения (1.4), получим систему алгебраических уравнений относительно неизвестных спектральных функций $U(k)$, $W(k)$, из равенства нулю определителя которой найдем формулы для характеристического показателя $\lambda(k)$:

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= [p \pm (p^2 - q)^{1/2}]^{1/2}, \quad \lambda_{3,4} = -[p \pm (p^2 - q)^{1/2}]^{1/2} \\ p &= \frac{A_f}{2C_m} \left[k^2 - \left(1 + \frac{C_m}{B_m}\right) k_f^2 + 2(1 + \nu_f) \frac{C_m}{B_m} \kappa^2 \right] \\ q &= \frac{A_f}{B_m} \left\{ k^4 + \frac{A_f}{C_m} \left[(1 - \nu_f^2) \kappa^2 - \left(1 + \frac{C_m}{A_f}\right) k_f^2 \right] k^2 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{A_f}{C_m} [k_f^2 - 2(1 + \nu_f) \kappa^2] k_f^2 \right\}, \quad k_f^2 = \frac{\rho \omega^2}{A_f} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Эти уравнения дают также связь между функциями U и W :

$$W_j = \mu_j U_j \quad (j=1, 2, 3, 4; n=1, 2)$$

$$\mu_{n,n+2} = \left(\frac{C_m}{A_f} \lambda_n^2 + k_f^2 - k^2 \right) \left[(-1)^{n-1} \frac{C_m}{A_f} k \lambda_n + (1 + \nu_f) \kappa k \right]^{-1} \quad (2.3)$$

С учетом (2.2), (2.3) общее решение уравнений (1.4) определяется следующим образом (временной множитель опустим):

$$u^0(r, z) = \sum_{j=1}^4 \int_0^\infty U_j(k) J_1(kr) \exp[\lambda_j(z+H)] k dk \quad (2.4)$$

$$w^0(r, z) = \sum_{j=1}^4 \int_0^\infty \mu_j U_j(k) J_0(kr) \exp[\lambda_j(z+H)] k dk$$

Для последующего предположим, что $0 \leq r < \infty$. Запишем граничные условия на наружной и внутренней поверхностях оболочки

$$\sigma_{zz}^0 = -Q(r) = -\frac{P}{\pi r_0^2} \eta(r_0 - r), \quad \sigma_{zz}^0 = 0 \quad (z=0, 0 \leq r < \infty) \quad (2.5)$$

$$\sigma_{zz}^0 = 0, \quad \sigma_{rz}^0 = 0 \quad (z=-H, 0 \leq r < \infty)$$

где $\eta(r)$ — функция Хевисайда. При этом следует иметь в виду, что окончательное решение будет справедливо только при $0 \leq r < \infty$.

Подставляя соотношения (2.4) в граничные условия (2.5) и учитывая тождество

$$Q(r) = \frac{P}{\pi r_0} \int_0^{\infty} J_0(kr) J_1(kr_0) dk$$

получим систему уравнений для определения неизвестных функций $U_j(k)$. После чего можно записать формулы для напряжений на поверхности $z = -h$ или при $z_1 = 0$

$$\sigma_{zz}^{\circ} = \sigma_{rz_1}^{\circ} = C_m \sum_{j=1}^4 \int_0^{\infty} (\lambda_j - k\mu_j) U_j J_1(kr) \exp[\lambda_j(H-h)] k dk \quad (2.6)$$

$$\sigma_{zz}^{\circ} = \sigma_{z_1 z_1}^{\circ} = B_m \sum_{j=1}^4 \int_0^{\infty} \lambda_j \mu_j U_j J_0(kr) \exp[\lambda_j(H-h)] k dk$$

При выводе полученных формул исключен случай, когда на толщине оболочки укладывается целое число полуволн.

3. Рассмотрим задачу об излучении упругих волн трещиной, на берегах которой заданы напряжения: $\sigma_{z_1 z_1} = -\sigma_{z_1 z_1}^0$, $\sigma_{rz_1} = -\sigma_{rz_1}^0$ при $z_1 = \pm 0$, $0 \leq r < R$; поверхности оболочки свободны от нагрузок: $\sigma_{z_1 z_1} = 0$, $\sigma_{rz_1} = 0$ при $z_1 = h$, $h-H$ ($0 \leq r < \infty$). Кроме того, учтем условия непрерывности напряжений и перемещений при переходе через поверхность $z_1 = 0$, $R \leq r < \infty$, условия излучения при $r \rightarrow \infty$ и условие на ребре. При этом сумма решений задачи о распространении волн Лэмба в оболочке без трещины и задачи о колебаниях оболочки с трещиной, на берегах которой заданы напряжения $\sigma_{rz_1}^0$, $\sigma_{z_1 z_1}^0$, удовлетворяет условиям дифракционной задачи.

Излучаемые трещиной волны, удовлетворяющие уравнениям движения, представим в виде

$$u_+ = \sum_{j=1}^4 \int_0^{\infty} A_j J_1(kr) e_+(k) dk \quad (0 \leq z_1 \leq h),$$

$$w_+ = \sum_{j=1}^4 \int_0^{\infty} \mu_j A_j J_0(kr) e_+(k) dk \quad (0 \leq z_1 \leq h) \quad (3.1)$$

$$u_- = \sum_{j=1}^4 \int_0^{\infty} B_j J_1(kr) e_-(k) dk \quad (h-H \leq z_1 \leq 0)$$

$$w_- = \sum_{j=1}^4 \int_0^{\infty} \mu_j B_j J_0(kr) e_-(k) dk \quad (h-H \leq z_1 \leq 0) \quad (3.2)$$

$$e_+(k) = \exp[\lambda_j(z_1 - h) - \lambda_1 h]$$

$$e_-(k) = \exp[\lambda_j(z_1 + H - h) - \lambda_1(H - h)]$$

Подставляя эти выражения в граничные условия на поверхности оболочки, получим систему четырех уравнений относительно восьми неизвестных A_j , B_j . Используя далее смешанные условия для напряжений и смещений на поверхности $z_1 = 0$, сведем задачу к системе парных интегральных уравнений относительно функций $A_3(k)$ и $B_1(k)$. В результате

получим

$$\int_0^{\infty} k(a_1 A_3 + a_2 B_1) J_0(kr) dk = f_0(r) \quad (0 \leq r < R) \quad (3.3)$$

$$\int_0^{\infty} k(a_3 A_3 - a_4 B_1) J_1(kr) dk = g_0(r) \quad (0 \leq r < R)$$

$$\int_0^{\infty} (a_5 A_3 + a_6 B_1) J_0(kr) dk = 0 \quad (R \leq r < \infty) \quad (3.4)$$

$$\int_0^{\infty} (a_7 A_3 - a_8 B_1) J_1(kr) dk = 0 \quad (R \leq r < \infty)$$

Через $a_j(k)$ обозначены довольно громоздкие выражения, удовлетворяющие условию $\lim_{k \rightarrow \infty} a_j(k) = 1$ при $k \rightarrow \infty$. Функции $f_0(r)$ и $g_0(r)$ пропорциональны напряжениям $\sigma_{z_1 z_1}^0(d)$ и $\sigma_{r z_1}^0(r)$

Для решения системы парных уравнений (3.3), (3.4) используем подстановки

$$A_3 = a_8 a_9^{-1} \sqrt{k} \int_0^R p(r) J_{1/2}(kr) dr + a_6 a_9^{-1} \sqrt{k} \int_0^R q(r) J_{3/2}(kr) dr \quad (3.5)$$

$$B_1 = a_7 a_9^{-1} \sqrt{k} \int_0^R p(r) J_{1/2}(kr) dr - a_5 a_9^{-1} \sqrt{k} \int_0^R q(r) J_{3/2}(kr) dr$$

где $p(r)$, $q(r)$ — новые неизвестные функции, $a_9 = a_5 a_8 + a_6 a_7$.

Подставляя (3.5) в систему (3.4) и учитывая значение разрывного интеграла Вебера — Шафхейтлина

$$\int_0^{\infty} t^{\mu-\lambda+1} J_{\lambda}(at) J_{\mu}(bt) dt = \frac{b^{\mu}(a^2-b^2)^{\lambda-\mu-1}}{2^{\lambda-\mu-1} a^{\lambda} \Gamma(\lambda-\mu)} \eta(a-b) \quad (3.6)$$

$$\lambda > \mu > -1, \quad a > 0, \quad b > 0$$

найдем, что уравнения (3.4) удовлетворяются тождественно. Оставшиеся уравнения (3.3) преобразуем к виду

$$\int_0^{\infty} (a_5 A_3 + a_6 B_1) J_0(kr) k dk = f(r) \quad (0 \leq r < R) \quad (3.7)$$

$$\int_0^{\infty} (a_7 A_3 - a_8 B_1) J_1(kr) k dk = g(r) \quad (0 \leq r < R)$$

$$f(r) = f_0(r) - \int_0^{\infty} [(a_1 - a_5) A_3 + (a_2 - a_6) B_1] J_0(kr) k dk \quad (3.8)$$

$$g(r) = g_0(r) - \int_0^{\infty} [(a_3 - a_7) A_3 - (a_4 - a_8) B_1] J_1(kr) k dk$$

Проинтегрируем первые и вторые слагаемые в (3.5) по частям

$$\sqrt{k} \int_0^R p(r) J_{1/2}(kr) dr = -k^{-1/2} [p(r) J_{-1/2}(kr)]_0^R + k^{-1/2} \int_0^R p_1(r) J_{-1/2}(kr) dr \quad (3.9)$$

$$\sqrt{k} \int_0^R q(r) J_{3/2}(kr) dr = -k^{-1/2} [q(r) J_{1/2}(kr)]_0^R + k^{-1/2} \int_0^R q_1(r) J_{1/2}(kr) dr$$

$$q_1(r) = r^{-1/2} \frac{d}{dr} [q(r) r^{1/2}], \quad p_1(r) = r^{1/2} \frac{d}{dr} [p(r) r^{-1/2}]$$

и предположим, что выполняются условия регулярности функций $p(r)$, $q(r)$: $\lim_{r \rightarrow 0} pr^{-1/2} = 0$, $\lim_{r \rightarrow 0} qr^{-1/2} = 0$ при $r \rightarrow +0$.

Подставим (3.5) с учетом (3.9) в систему уравнений (3.7) и учтем формулу (3.6). В итоге получим два интегральных уравнения Абеля

$$\int_0^r p_1(t) t^{-1/2} (r^2 - t^2)^{-1/2} dt = \left(\frac{\pi}{2} \right)^{1/2} f(r) \quad (0 < r < R) \quad (3.10)$$

$$\int_0^r q_1(t) t^{1/2} (r^2 - t^2)^{-1/2} dt = r \left(\frac{\pi}{2} \right)^{1/2} g(r) \quad (0 < r < R)$$

решая которые, найдем

$$p_1(t) t^{-1/2} = \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \frac{d}{dt} \int_0^t r f(r) (t^2 - r^2)^{-1/2} dr \quad (3.11)$$

$$q_1(t) t^{1/2} = \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \frac{d}{dt} \int_0^t r^2 g(r) (t^2 - r^2)^{-1/2} dr$$

Заменяя здесь $p_1(t)$ и $q_1(t)$ по формулам (3.9), интегрируя от 0 до t и учитывая условия регулярности функций $p(t)$ и $q(t)$ при $t \rightarrow +0$, получим

$$p(t) = \left(\frac{2t}{\pi} \right)^{1/2} \int_0^t r f(r) (t^2 - r^2)^{-1/2} dr, \quad q(t) = \left(\frac{2}{\pi t} \right)^{1/2} \int_0^t r^2 g(r) (t^2 - r^2)^{-1/2} dr \quad (3.12)$$

Подставим под интеграл в (3.12) соотношения (3.8) и воспользуемся интегралом типа Сонина

$$\int_0^t x^{\nu+1} J_{\nu}(ax) (t^2 - x^2)^{\alpha-1} dx = 2^{\alpha-1} a^{-\alpha} t^{\alpha+\nu} \Gamma(\alpha) J_{\alpha+\nu}(at) \quad (3.13)$$

$$\operatorname{Re} \nu > -1, \operatorname{Re}(\alpha - 1) > -1, a > 0$$

В результате получим связанную систему интегральных уравнений Фредгольма второго рода

$$p(x) + \int_0^R [K_{11}(x, y) p(y) + K_{12}(x, y) q(y)] dy = P(x) \quad (3.14)$$

$$q(x) + \int_0^R [K_{21}(x, y) p(y) + K_{22}(x, y) q(y)] dy = Q(x)$$

$$K_{11}(x, y) = x \int_0^{\infty} k [(a_1 a_8 + a_2 a_7) a_9^{-1} - 1] J_{1/2}(kx) J_{1/2}(ky) dk$$

$$K_{12}(x, y) = x \int_0^{\infty} k [(a_1 a_6 - a_5 a_2) a_9^{-1}] J_{1/2}(kx) J_{1/2}(ky) dk$$

$$K_{21}(x, y) = x \int_0^{\infty} k [(a_4 a_7 - a_3 a_8) a_9^{-1}] J_{1/2}(kx) J_{1/2}(ky) dk$$

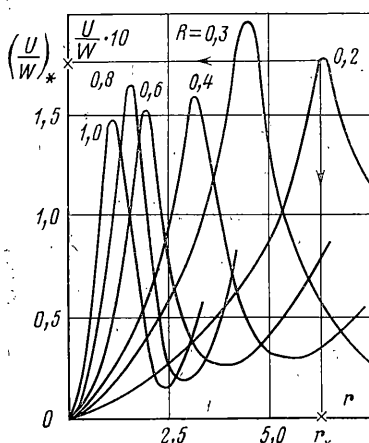
(3.15)

$$K_{22}(x, y) = x \int_0^{\infty} k [(a_3 a_6 + a_4 a_5) a_9^{-1} - 1] J_{1/2}(kx) J_{1/2}(ky) dk$$

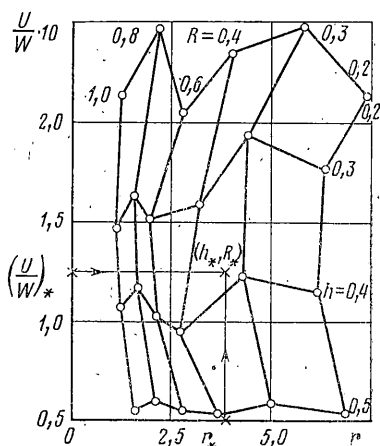
$$P(x) = \left(\frac{2x}{\pi} \right)^{1/2} \int_0^{\infty} r f_0(r) (x^2 - r^2)^{-1/2} dr, \quad Q(x) = \left(\frac{2}{\pi x} \right)^{1/2} \int_0^{\infty} r^2 g_0(r) (x^2 - r^2)^{-1/2} dr$$

(3.16)

Поскольку $\lim_{k \rightarrow \infty} a_j(k) = 1$ при $k \rightarrow \infty$, то при больших значениях k выражения в квадратных скобках в (3.15) стремятся к нулю. Заметим, далее, что функции a_{1-k} зависят от $m_1 = \lambda_2 \mu_2 k^{-1}$, $m_2 = (\lambda_2 - k \mu_2) k^{-1}$; причем при



Фиг. 3



Фиг. 4

больших k имеют место соотношения $m_j = \text{const} + O(k^{-2})$. Поэтому с учетом вторых членов в асимптотических разложениях по параметру k^{-1} выражения в квадратных скобках убывают пропорционально k^{-2} . Учитывая также поведение функций Бесселя при $kx \rightarrow \infty$, видно, что интегралы в (3.15) сходятся и, следовательно, ядра интегральных уравнений непрерывны в квадрате $0 \leq x \leq R$, $0 \leq y \leq R$.

Можно показать также, что дифрагированные на трещине волны удовлетворяют условию на ребре и условиям излучения при $kr \rightarrow \infty$.

4. Приведем алгоритм определения местонахождения, глубины залегания и величины дефекта по стационарному эхо-сигналу.

Рассмотрим случай одностороннего доступа к поверхности оболочки. Совместим приемник и излучатель и переместим их по внешней поверхности оболочки вдоль геодезической линии L_1 в некотором направлении поиска трещины (фиг. 2). В окрестности дефекта амплитуда отраженного сигнала будет изменяться. Поскольку в предположении задачи трещина — круглая в плане, то в пространственном распределении амплитуд эхо-сигнала на линии L_1 будет иметь место симметрия в точке N . Восстановим перпендикуляр к линии L_1 в точке N и передвинем излу-

тель и приемник вдоль геодезической линии L_2 . Центр симметрии в распределении амплитуд на линии L_2 указывает положение центра расслоения. Для целей обратной задачи теперь достаточно решить только осесимметричную проблему дифракции, что значительно сокращает объем аналитической работы и численного счета.

Пусть материал оболочки и ее геометрические размеры характеризуются следующими величинами: $E_m/E_f=0,05$, $\psi=0,7$, $\rho_f/\rho_m=3$, $\nu_f=0,3$, $\nu_m=0,35$, $C_f=2,6 \cdot 10^5$ см/с; $H=1$ см, $R_0^{-1}=0,05$ см $^{-1}$. Установим излучатель в полюсе (над центром дефекта), а приемник переместим по меридиану. Пусть излучатель прижимается к поверхности оболочки с силой $P=50$ Г и обладает узкополосной головкой с резонансной частотой $f=1$ кГц. Предположим также, что радиус дефекта не превышает 1 см, а глубина залегания дефекта $h \leq 1/2 H$. В этом случае для оценки параметров расслоения можно использовать результаты решения прямой задачи дифракции, представленные на фиг. 3, 4.

На фиг. 3 показана деформация пространственного спектра $U(r)/W(r)$ в зависимости от изменения радиуса дефекта R при фиксированном значении $h=0,3$ см. Здесь U и W — амплитуды тангенциальных и нормальных смещений в отраженном поле. Наибольший интерес представляют местоположения и величины первых локальных максимумов. Построим семейство таких кривых, варьируя параметры h и R в заданных пределах. Соединяя координаты максимумов, получим номограмму, изображенную на фиг. 4.

Если из эксперимента будут известны положение r_* и величина интерференционного максимума $(U/W)_*$, то, используя номограмму на фиг. 4 и применяя, например, линейную интерполяцию, можно оценить глубину залегания h_* и величину расслоения $2R_*$.

Предложенный здесь способ решения обратной задачи, использующий некоторые закономерности при деформации пространственного спектра эхо-сигнала, не является единственным. Поиск дефекта можно было бы осуществить используя особенности поведения локальных максимумов при деформации частотного спектра [6]. В последнем случае предполагается наличие головки излучателя с широкой полосой пропускания частот либо набора узкополосных головок.

Автор благодарит В. В. Болотина и Ю. Н. Новичкова за внимание к работе и полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мерсаваэр Я. А., Векслер Н. Д., Стулов А. С. Дифракция акустических импульсов на упругих телах. М.: Наука, 1979. 239 с.
2. Achenbach J. D. Elastic wave propagation problems in nondestructive evaluation.— In: Prepr. Sympos. on Trends in Solid Mechanics, 1979. Delft: University Press, 1979, p. 89–108.
3. Adler L., Whaley H. L. Interference effect in a multifrequency ultrasonic pulse echo and its application to flaw characterisation.— J. Acoust. Soc. Amer., 1972, v. 51, No. 3, pt 2, p. 881–887.
4. Teitel S. Determination of crack characteristics from the quasistatic approximation for the scattering of elastic waves.— J. Appl. Phys., 1978, v. 49, No. 12, p. 5763–5767.
5. Болотин В. В., Новичков Ю. Н. Механика многослойных конструкций. М.: Машиностроение, 1980. 375 с.
6. Лобанов Е. В. Зондирование слоистого полупространства с трещиной волнами сдвига.— Механ. композитн. материалов, 1981, № 5, с. 902–908.

Москва

Поступила в редакцию
4.XII.1981