

УДК 539.376

О РОЛИ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ ВОЗНИКНОВЕНИЯ  
ПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ ПРИ ПОСТРОЕНИИ ТЕОРИИ  
ПОЛЗУЧЕСТИ МИКРОНЕОДНОРОДНЫХ СРЕД

КАДАШЕВИЧ Ю. И., КЛЕЕВ В. С.

Отмечается, что при формулировке теории ползучести, учитывающей микронапряжения, необходимо четко оговаривать условие начала активного нагружения. Показано, что начальное условие течения существенно влияет на характер зависимости между напряжениями и деформациями при различных скоростях деформирования.

На фиг. 1 приведены экспериментальные зависимости между напряжениями  $\sigma$  (МПа) и деформациями  $\epsilon$  (%) при постоянной скорости деформирования  $\dot{\epsilon}$  (1/с) [1-3]. Из анализа графиков видно, что в случае (а) пластическая деформация начинает развиваться с нулевой скоростью при одинаковом значении предела текучести (кривые 1-4 соответствуют скоростям  $\dot{\epsilon} = 10^{-5}, 3 \cdot 10^{-2}, 5 \cdot 10^{-1}, 5$ ). В случае (б) происходит срыв с диаграммы быстрого нагружения, а в случае (в) с ростом скорости деформирования растет предел текучести и изменяется величина начальной скорости пластического деформирования (кривые 1-5 соответствуют скоростям  $\dot{\epsilon} = 1,5 \cdot 10^{-4}, 2 \cdot 10^{-2}, 500, 2 \cdot 10^3, 4 \cdot 10^3$ ).

Существуют две теоретические концепции, определяющие момент начала пластического течения. По одной [4, 5] постулируется существование только статической кривой деформирования и предполагается, что течение начинается с нулевой скоростью пластического деформирования. По второй, предложенной в [6, 7] и развитой в [8], предполагается существование лишь кривой быстрого нагружения. Диаграммы, связывающие напряжение и деформацию, отвечающие другим скоростям нагружения, являются результатом «сползания» с диаграммы быстрого нагружения.

При классификации различных вариантов теории ползучести, учитывающей микронапряжения [9, 10], была дана новая трактовка ряда известных вариантов теории ползучести, однако вопросу концепции начала пластического течения ни в упомянутых, ни в других работах данного направления не придавалось должного внимания. Как будет видно из дальнейшего, возможны различные постановки условия начала пластического течения.

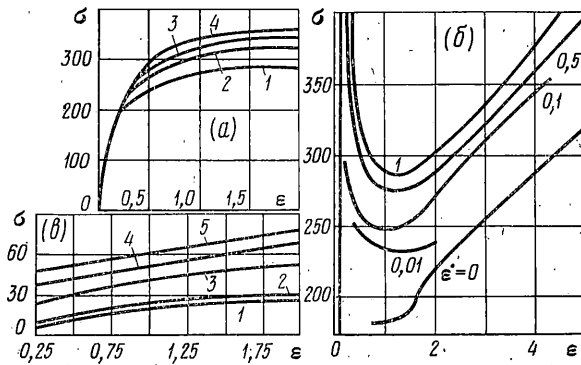
Рассмотрим простейший вариант теории [10], в которой локальный закон течения имеет вид

$$\sigma_{ij} = \tau a(\lambda^*) \frac{d\epsilon_{ij}^p}{d\lambda}, \quad \epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^p + \frac{\sigma_{ij}}{2G}, \quad \epsilon_{ij} = \langle \epsilon_{ij} \rangle \quad (1)$$

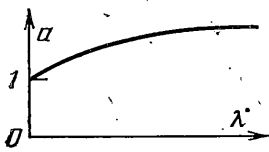
$$d\lambda = \sqrt{1/2 \epsilon_{ij}^p \epsilon_{ij}^p}, \quad \lambda^* = d\lambda/dt$$

$$\langle \epsilon_{ij}^p \rangle = \int_0^{\infty} \epsilon_{ij}^p d\Phi(\tau), \quad \langle \sigma_{ij} \rangle = \int_0^{\infty} \sigma_{ij} d\Phi(\tau) \quad (2)$$

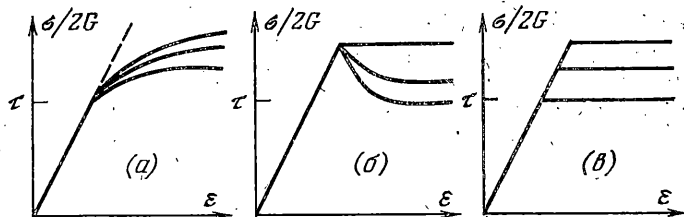
где  $\sigma_{ij}$  — девиатор тензора локальных напряжений,  $\epsilon_{ij}$  — девиатор тензора локальных деформаций,  $\epsilon_{ij}^p$  — девиатор тензора локальных пластических



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

деформаций,  $\Phi(\tau)$  — интегральная функция распределения пределов текучести материала,  $\langle \dots \rangle$  — знак осреднения. Если потребовать, чтобы  $a(0)=1$ , то  $\tau$  можно трактовать как локальный предел текучести при сдвиге.

В одноосном случае

$$\sigma/\tau = a(\lambda^*), \quad \epsilon = \epsilon^p + 1/2(\sigma/G) \quad (3)$$

Вид функции  $a(\lambda^*)$ , наиболее часто встречающийся на практике, изображен на фиг. 2. Если пластические деформации изменяются, то никаких неясностей не возникает; из условия непрерывности по заданной траектории деформирования всегда однозначно определяется пластическая деформация. Иначе обстоит дело с вопросом о начале активного нагружения.

Рассмотрим нагружение с постоянной скоростью, т. е.  $\epsilon = \beta t$ . Так как задан путь деформирования, то в силу условия  $\epsilon = \langle \epsilon \rangle$  соотношения (3) можно интегрировать непосредственно, не используя (2); после нахождения локальных значений  $\sigma$  и  $\epsilon^p$  уже по формулам (2) можно будет определить их средние значения. Нетрудно убедиться, что уравнение (3) допускает решение в квадратурах: действительно, из (3) имеем  $\lambda^* = \Phi(\sigma/\tau) = \beta^{-1/2}(\sigma^*/G)$ , откуда

$$\int_0^z \frac{dz'}{\beta - \Phi(z')} = \frac{2G\epsilon + C}{\tau\beta}, \quad z = \frac{\sigma}{\tau} = a(\lambda^*) \quad (4)$$

В частности, если  $a(\epsilon^p) = 1 + m\epsilon^p$ ,  $m = \text{const}$ , то

$$\sigma/\tau = 1 + m\beta - \exp[-2G(\epsilon + C)/(\beta m\tau)] \quad (5)$$

Из каких же условий определять произвольную постоянную  $C$ ? Первое условие, которое неявно подразумевается в теориях [10], состоит в том, что течение начинается при статическом значении предела текучести, т. е. при нулевой скорости пластической деформации  $\epsilon^p = 0$ ,  $\epsilon^p = 0$ , что приводит к решению (см. фиг. 3, а):

$$\sigma/\tau = 1 + m\beta - m\beta \exp[-(2G\epsilon - \tau)/(\beta m\tau)] \quad (6)$$

Второе начальное условие, которое можно поставить, заключается в следующем: потребуем, чтобы течение начиналось при достижении динамического предела текучести, что отвечает наибольшей скорости пластического деформирования. Если, например, допустить, что соотношение  $a(\epsilon^p) = 1 + m\epsilon^p$  справедливо при  $\epsilon^p \leq \epsilon_0^p$ , а затем  $a(\epsilon^p) = 1 + m\epsilon_0^p$ , то получим связь напряжений и деформаций, изображенную на фиг. 3, б (в [11] показаны достоинства указанного начального условия течения).

И, наконец, существует еще одна формулировка начального условия, которая в литературе не упоминается. Можно предположить, что течение начинается при выполнении условия  $\dot{\sigma} = 0$  ( $\dot{\epsilon}^p = 0$ ). Это приводит в рассматриваемом примере к решению

$$\sigma/\tau = 1 + m\beta, \quad \epsilon^p = \beta \quad (7)$$

что представляет несомненный интерес, как видно из фиг. 3, в.

Таким образом, из всего изложенного выше видно, что при формулировке статистических вариантов теории ползучести необходимо четко формулировать и начальные условия течения. Внешне одинаковые соотношения теории могут приводить к различным результатам в зависимости от постановки начальных условий течения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Беклемишев Н. Н., Викторов В. В., Шапиро Г. С. Динамика пластических деформаций.— В кн.: Докл. I Нац. конгр. по теорет. и прикл. механ. Кн. 1. София: Изд-во Българ. Акад. наук, 1971, с. 415–421.
2. Karnes C. H., Ripperger E. A. Strain rate effects in cold worked high-purity aluminum.— J. Mech. Phys. Solids, 1966, v. 14, No. 2, p. 75–88.
3. Campbell J. D., Marsh K. J. The effect of strain rate on the post-yield flow of mild steel.— J. Mech. Phys. Solids, 1963, v. 11, No. 1, p. 49–63.
4. Соколовский В. В. Распространение упруговязкопластических волн в стержнях.— ПММ, 1948, т. 12, вып. 3, с. 261–280.
5. Malvern L. E. The propagation of longitudinal waves of plastic deformation in a bar of material exhibiting a strain rate effect.— J. Appl. Mech., 1951, v. 18, No. 2, p. 203–208.— Рус. перев.: Механика: Сб. перев. иностр. статей. М.: Мир, 1952, № 1, с. 153–161.
6. Karman T., Duwez P. The propagation of plastic deformations in solids.— J. Appl. Phys., 1950, v. 21, No. 10, p. 987–994.— Рус. перев.: Механика: Сб. перев. иностр. статей. М.: Мир, 1951, № 2, с. 83–87.
7. Рахматуллин Х. А. О распространении волн разгрузки.— ПММ, 1945, т. 9, вып. 1, с. 91–100.
8. Работнов Ю. Н., Суворова Ю. В. О законе деформирования металлов при основном нагружении.— Изв. АН СССР. МТТ, 1972, № 4, с. 41–54.
9. Кадашевич Ю. И., Новожилов В. В. Теория пластичности и ползучести, учитывающая наследственные свойства и влияние скорости пластического деформирования на локальный предел текучести материала.— Докл. АН СССР, 1978, т. 238, № 1, с. 36–38.
10. Кадашевич Ю. И., Новожилов В. В. Теория пластичности и ползучести металлов, учитывающая микронапряжения.— Изв. АН СССР. МТТ, 1981, № 5, с. 99–110.
11. Суворова Ю. В. Условие пластического деформирования металлов при различных режимах нагружения.— Изв. АН СССР. МТТ, 1974, № 1, с. 73–79.

Ленинград

Поступила в редакцию  
1.XII.1981