

УДК 539.375

К ПРОБЛЕМЕ ТЕРМОРАЗРУШЕНИЯ ПРИ БЫСТРОМ НАГРЕВЕ

ШЕСТЕРИКОВ С. А., ЮМАШЕВА М. А.

При определенных условиях нагрева в ряде случаев [1] наблюдается эффект разрушения при времени, сравнимом со временем нагрева, а в некоторых случаях возможно разрушение и после прекращения действия источника нагрева. Анализ подробного процесса терморазрушения элемента из упругохрупкого материала, а также с учетом пластических свойств проведен на примере балки, одна стенка которой мгновенно нагревается до заданной температуры.

1. Рассмотрим балку, находящуюся в ненапряженном состоянии. Считаем, что в момент времени $t=0$ по всей поверхности балки с одной стороны внезапно создана температура, отличающаяся от исходной на значение T_0 , в дальнейшем внешним источником эта температура поддерживается на постоянном уровне.

Для рассматриваемого случая уравнение теплопроводности имеет вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (1.1)$$

где $a^2 = k$ — коэффициент температуропроводности.

Начальные условия: $T=0$ при $t=0$; граничные условия: $T=T_0$ при $x=0$ для $t \geq 0$.

Воспользуемся приближенным методом [2, 3] решения уравнения (1.1). Введем зону прогрева, граница которой l является функцией времени t и $l(0)=0$. Зависимость температуры T в зоне прогрева от координаты x примем в виде параболы. На границе зоны прогрева ($x=l$) потребуем гладкости для функции T : температура $T=0$ и $\partial T/\partial x=0$ слева и справа от точки $x=l$. Используя эти условия, зависимость для температуры запишется в виде

$$T = T_0(1-x/l) \quad (x \leq l), \quad T = 0 \quad (x > l) \quad (1.2)$$

Неизвестную функцию $l(t)$ определим из условия интегрального удовлетворения уравнению теплопроводности

$$\int_0^l \left(\frac{\partial T}{\partial t} - k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) dx = 0$$

Используя (1.2), для определения l получим уравнение $ldl/dt = 6k$; откуда $l = (12kt)^{1/2}$.

Перейдем к решению задачи термоупругости в рамках гипотезы плоских сечений, согласно которой имеем $\varepsilon_z = \varepsilon_0 - \kappa_0 x$, где ε_0 — деформация при $x=0$, а κ_0 — кривизна балки. Связь между деформациями и напряжениями запишется в виде

$$\sigma_z = E\varepsilon_z - \alpha ET \quad (1.3)$$

где E — модуль Юнга, α — коэффициент линейного температурного расширения.

Для свободного от нагрузок образца условия равновесия запишутся в форме (h — толщина образца):

$$\int_0^h \sigma_z dx = 0, \quad \int_0^h \sigma_z x dx = 0 \quad (1.4)$$

Подставив (1.3) в (1.4), после интегрирования получим систему двух линейных уравнений для определения ε_0 и κ . Определив их, найдем выражение для напряжений при $x < l$ и $x > l$. Введем безразмерные переменные: $\sigma = \sigma_z / (E\alpha T_0)$, $\Delta = l/h$, $\rho = x/h$, $\sigma^\circ = \sigma_b / (E\alpha T_0)$, $\kappa = \kappa_0 h / (\alpha T_0)$, $\varepsilon^\circ = \varepsilon_0 / (\alpha T_0)$. Тогда окончательно будем иметь

$$\kappa = \Delta(2 - \Delta), \quad \varepsilon^\circ = \Delta(4/3 - \Delta/2) \quad (1.5)$$

$$\sigma = \Delta \left[4/3 - \Delta/2 - (2 - \Delta)\rho - (1 - \rho/\Delta)^2/\Delta \right] \quad (0 \leq \rho \leq \Delta) \quad (1.6)$$

$$\sigma = \Delta \left[4/3 - \Delta/2 - (2 - \Delta)\rho \right] \quad (\Delta \leq \rho \leq 1)$$

Параметр Δ фактически играет роль времени и связан с t конечной зависимостью $\Delta = (12kt)^{1/2} / h$. Эпюра напряжений для каждого момента времени представляет собой соединенные параболы с прямой. Максимальное растягивающее напряжение σ_{\max} и координата ρ_1 , где $\sigma = \sigma_{\max}$, легко определяются из соотношения (1.6):

$$\sigma_{\max} = \Delta \left(4/3 - 5/2\Delta + \Delta^2 + \Delta^3 - \Delta^4 + 1/4\Delta^5 \right),$$

$$\rho_1 = \Delta - \Delta^3 + 1/2\Delta^4 \quad (1.7)$$

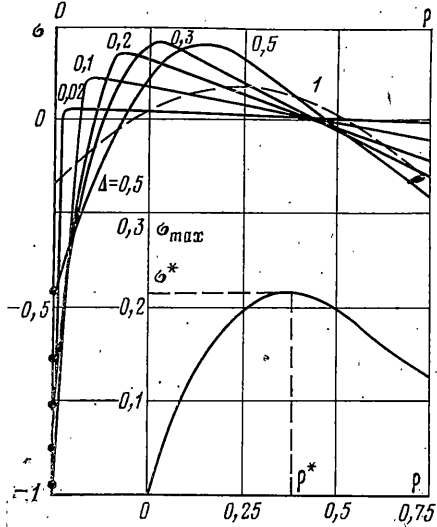
Анализ выражения для σ_{\max} показывает, что в зависимости от времени (Δ) напряжение σ_{\max} изменяется от 0 до некоторого σ_{\max}^* , а затем падает. Значение $\Delta = \Delta^*$, при котором $\sigma_{\max} = \sigma_{\max}^*$ находится из уравнения $8 - 30\Delta^* + 18\Delta^{*2} + 24\Delta^{*3} - 30\Delta^{*4} + 9\Delta^{*5} = 0$. Решая это уравнение численно, получим $\Delta^* = 0,377$, $\sigma_{\max}^* = 0,214$.

На фиг. 1 приведены кривые распределения напряжения по поперечному сечению для различных фиксированных Δ (величин зон прогрева). Здесь же представлена зависимость максимального растягивающего напряжения σ_{\max} при изменении Δ .

Для каждого конкретного материала, сравнивая значения предела прочности на растяжение σ_b , отнесенное к αET_0 с σ_{\max}^* можно определить условия появления хрупкого разрушения. Когда выполнено неравенство $\sigma^\circ = \sigma_b / (\alpha ET_0) < \sigma_{\max}^*$, в процессе прогрева образца произойдет разрушение части или всего образца.

2. Проведем анализ процесса развития разрушения во времени для случая, когда материал образца идеально упругохрупкий. Считаем, что выполняется условие $\sigma^\circ < \sigma_{\max}^*$, так как в противном случае вообще не реализуется условие для возможности разрушения. Рассмотрим момент $\Delta = \Delta_0$, соответствующий условию $\sigma_{\max} = \sigma^\circ$. При любом $\Delta > \Delta_0$ в образце имеется зона разрушения, характеризуемая границами $a \leq \rho^*$ и $b \geq \rho^*$, где $\rho^* = \rho_1$ при $\Delta = \Delta_0$. Возникает проблема определения a и b как функций времени (или Δ). Очевидно, должны выполняться условия

$$\sigma = 0 \quad (a < \rho < b), \quad \sigma \leq \sigma^\circ \quad (\rho \leq a, \rho \geq b) \quad (2.1)$$



Фиг. 1

Тогда уравнения (1.4) примут вид

$$\int_0^a \sigma d\rho + \int_b^1 \sigma d\rho = 0, \quad \int_0^a \sigma \rho d\rho + \int_b^1 \sigma \rho d\rho = 0 \quad (2.2)$$

Подставляя (1.3) в (2.2), получаем систему двух линейных уравнений для определения ε° и κ , в которую теперь нелинейным образом войдут неопределенные функции a и b . Для записи соотношений, из которых можно будет найти a и b , необходимо провести более подробный анализ возможных вариантов образования зоны разрушения при $\Delta = \Delta_0$ и дальнейшего ее развития с ростом Δ .

Процесс перехода от состояния, когда сечение образца не имеет зоны разрушения ($\Delta < \Delta_0$), к состоянию, когда она появилась ($\Delta > \Delta_0$ и $b > a$), может носить либо непрерывный характер, тогда $a(\Delta_0) = a_0 = b_0 = b(\Delta_0)$, либо скачкообразный (в рамках квазистатики), тогда при $\Delta = \Delta_0$ мгновенно образуется трещина конечной длины $a(\Delta_0 + 0) = a_0 < b_0 = b(\Delta_0 + 0)$.

В любом случае на концах трещины должны выполняться условия $\sigma \leq \sigma^\circ$. При этом, если граница движется, т. е. $\partial a / \partial \Delta \neq 0$ или $\partial b / \partial \Delta \neq 0$, то в соответствующей точке имеет место равенство $\sigma(a)$ или $\sigma(b) = \sigma^\circ$. Предположим, что непрерывно образуется трещина и проанализируем вариант, когда обе границы движутся. Тогда система уравнений (2.2) дополнится условиями

$$\sigma(a) = \sigma(b) = \sigma^\circ \quad (2.3)$$

Находя из (2.2) ε° и κ и подставив их в условия (2.3), получим систему двух нелинейных алгебраических уравнений для определения a и b в функции от Δ . В общем виде решить эту систему не удается (она сводится к одному уравнению девятой степени). Рассмотрим момент начала движения концов, т. е. найдем $\partial a / \partial \Delta$ и $\partial b / \partial \Delta$ в момент $\Delta = \Delta_0$ при условии, что $a = b$ при $\Delta = \Delta_0$. Продифференцировав (2.3) по Δ и проведя элементарные выкладки, получим

$$\frac{\partial b}{\partial \Delta} - \frac{\partial a}{\partial \Delta} = - \frac{\partial \sigma_{\max} / \partial \Delta}{4(1 - 3\rho_1 + 3\rho_1^2)\sigma^\circ} \quad (2.4)$$

Очевидно, что весь процесс рассматривается для случая, когда σ_{\max} еще растет со временем, а значит, и с Δ . Следовательно, справа в (2.4) стоит величина меньше нуля, так как $\sigma^\circ > 0$ и $1 - 3\rho_1 + 3\rho_1^2 > 0$. Таким образом, получаем, что левая часть отрицательна. Но по своему физическому смыслу $\partial b / \partial \Delta \geq 0$, а $\partial a / \partial \Delta \leq 0$. Это означает, что процесс непрерывного развития трещины из точки неосуществим. Аналогичный результат получается, если предположить, что только один конец движется, а другой остается неподвижным.

Проведенный анализ показывает, что в рассматриваемом случае, как только σ_{\max} достигнет σ° , мгновенно по части сечения образуется зона разрушения конечной протяженности. При этом $a_0 \neq b_0$ и $a_0 \leq \rho^*$, а $b_0 \geq \rho^*$. Из (1.7) следует, что $\rho^* \leq \Delta_0$. В силу того что введена зона прогрева и выражение для температуры имеет различное аналитическое представление (1.2) для $\rho < \Delta$ и для $\rho > \Delta$, приходится рассматривать два случая: $b_0 \leq \Delta_0$ и $b_0 \geq \Delta_0$. Поэтому для определения a_0 и b_0 необходимо исследовать оба случая.

В обоих вариантах, подставляя значения ε° и κ , найденные из (2.2), в условия (2.3), получаем для определения a_0 и b_0 систему двух алгебраических уравнений, в которые a_0 и b_0 входят в третьей и четвертой степенях. В случае, когда $\rho^* < b_0 < \Delta_0$, удается получить одно уравнение девятой степени. Из численного решения этого уравнения следует, что единственный действительный корень b , лежащий в интервале $(0, 1)$, всегда расположен вне интервала $(0, \Delta_0)$. Поэтому при $\Delta = \Delta_0$ мгновенно образуется зона разрушения, правая граница которой выходит за пределы зоны прогрева.

Следовательно, для определения зависимости a и b от Δ необходимо в уравнениях (2.2) учитывать, что $b > \Delta$, и условия (2.3) записывать в виде

$$\sigma^{\circ} = \varepsilon^{\circ} - \kappa a - (1 - a/\Delta)^2, \quad \sigma^{\circ} = \varepsilon^{\circ} - \kappa b \quad (2.5)$$

После выполнения интегрирования в (2.2) с учетом (2.5) полученную систему можно свести к одному алгебраическому уравнению 17-й степени и использовать для нахождения корней стандартную программу. Однако более рационально найденную систему решать следующим образом.

Введем обозначение $u = 1 - b$, тогда, используя проинтегрированные уравнения (2.2) и второе из (2.5), получим систему

$$u^4 + u^3 \left[4a + \frac{2a}{\sigma^{\circ}} \left(1 - \frac{a}{\Delta} + \frac{a^2}{3\Delta^2} \right) \right] + u^2 \left[6a^2 - 12a + \frac{a}{\sigma^{\circ}} \left(3a - 6 + \right. \right. \quad (2.6) \\ \left. \left. + \frac{6a}{\Delta} - \frac{4a^2}{\Delta} + \frac{3a^3}{2\Delta^2} - \frac{2a^2}{\Delta^2} \right) \right] + u \left[12a - 12a^2 + 4a^3 + \frac{a}{\sigma^{\circ}} \left(-\frac{2a^3}{\Delta} + \frac{a^4}{\Delta^2} \right) \right] + \\ + a^4 + \frac{a}{\sigma^{\circ}} \left(-a^3 + \frac{2a^3}{\Delta} - \frac{a^4}{\Delta^2} + \frac{a^5}{6\Delta^2} \right) = 0$$

$$\kappa = \frac{\sigma^{\circ}(a+u) - a + (a^2/\Delta) - (a^3/3\Delta^2)}{(u^2/2) + au - a + (a^2/2)}, \quad \varepsilon^{\circ} = \sigma^{\circ} + \kappa(1-u) \quad (2.7)$$

$$\sigma_1 = \varepsilon^{\circ} - \kappa a - (1 - a/\Delta)^2 \quad (2.8)$$

Система (2.6)–(2.8) решается методом подбора. Для выбранного Δ_0 , задавая различные значения a из $[0, \Delta_0]$, определяем значение a_0 , при котором σ_1 оказывается равным σ° .

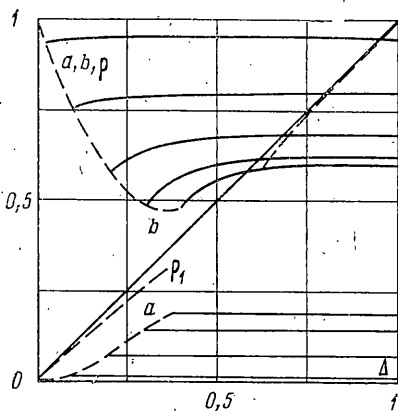
Найденные значения a_0 и b_0 отмечены на фиг. 2 штриховыми линиями. Характерно, что мгновенно образующаяся трещина занимает при малых Δ_0 практически все сечение образца (малые Δ_0 соответствуют относительно малому напряжению отрыва σ°). С ростом σ° , во-первых, увеличивается время образования трещины и, во-вторых, размер мгновенно образующейся трещины падает. Это объясняется тем, что с ростом Δ_0 эпюра напряжений по сечению образца относительно выравнивается (фиг. 1).

После образования трещины (a_0, b_0) с ростом Δ процесс может протекать двояко: либо b растет, а a уменьшается и выполняются оба условия (2.5), либо b растет, а $a = a_0$ (тогда при $\rho = a_0$ напряжение σ должно или сохраняться постоянным, равным σ° , или убывать). Числовые расчеты показывают, что если в (2.6) сохранить $a = a_0$, меняя Δ , то b будет расти, а σ_1 из (2.8) будет падать. Поэтому осуществляется второй вариант, т. е. правый конец (b) трещины перемещается с ростом времени (Δ), а левый конец (a) стоит на месте.

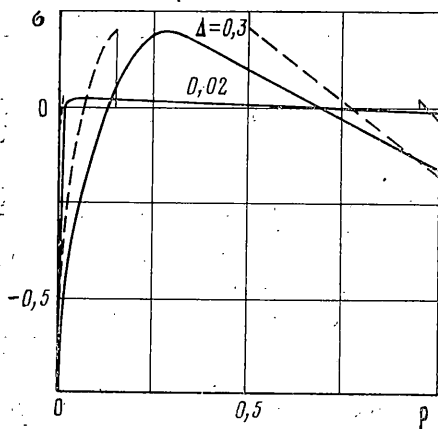
На фиг. 2 сплошными линиями представлены кривые роста b со временем (Δ), вторая граница трещины представлена прямыми $a = a_0$. Числовые расчеты показывают, что b растет медленнее, чем граница зоны прогрева Δ . Поэтому в некоторый момент $\Delta = \Delta^{**}$ оказывается, что $b = \Delta = \Delta^{**}$, при дальнейшем росте Δ выполняется неравенство $b < \Delta$ при $\Delta > \Delta^{**}$.

Следовательно, вместо рассматриваемой системы необходимо вернуться к уравнениям, полученным из условия $b < \Delta$. В этом случае для определения b (при условии постоянства $a = a_0$) получается уравнение шестой степени. Оказывается, что скорость изменения b начинает резко падать и в некоторый момент $\Delta = \Delta_2$ рост трещины прекращается. На фиг. 2 эти точки соответствуют самой правой штриховой кривой. Торможение трещины соответствует достаточно большому прогреву образца, когда неоднородность деформированного состояния сглаживается и напряжения падают. Из полученного решения следует, что мгновенно образующаяся трещина занимает существенную часть образца. При малых значениях σ° и соответственно при малых моментах времени образования трещины ($\Delta_0 < 0,05$) имеет место практически полное разрушение образца при $\Delta = \Delta_0$. Когда $\sigma^{\circ} > 0,1$ и соответственно $\Delta_0 > 0,1$, мгновенно образующаяся трещина занимает около трети сечения и в дальнейшем несколько возрастает. Эти два наиболее характерных случая представлены на фиг. 3, где показаны эпюры напряжений для $\Delta_0 = 0,02$ и $\Delta_0 = 0,3$ в моменты времени $\Delta = \Delta_0 \pm 0$.

Отметим еще одну особенность полученного решения. Из анализа эпюр напряжений по сечению следует, что в зоне прогрева, когда температуры близки к температуре плавления ($\rho \ll \Delta$), реальный материал не может выдерживать те высокие сжимающие напряжения, которые получаются из решения чисто упругой задачи. Естественно, что в первом приближении наиболее просто учесть свойства пластич-



Фиг. 2



Фиг. 3

ности, приняв гипотезу об идеально пластическом поведении материала при высокотемпературном нагружении в зоне, близкой к нагретой стенке. В этом приближении задача рассмотрена ниже.

3. Для оценки влияния пластичности примем, что в сжатой зоне у нагретого края существует некоторая область $(0, \rho_2)$, где $\sigma = -\sigma_T$; под σ_T понимаем некоторое усредненное значение предела текучести для высокотемпературной пластичности материала. Здесь σ_T — уже безразмерная величина (отнесенная к $\alpha E T_0$). Дополнительный параметр ρ_2 (граница между упругой и пластической зоной) определяется из условия сопряжения $\sigma = -\sigma_T$ при $\rho = \rho_2$.

Здесь будем рассматривать только сплошное сечение без трещины, т. е. определять момент, когда σ_{\max} достигнет значения σ° . Подробный анализ, выполненный для чисто упругого случая, показывает, что трудности при анализе движения трещины оказываются на порядок большими по сравнению с трудностями при определении Δ_0 , в то же время значение Δ_0 практически полностью определяет время разрушения. Учет пластичности даже при определении Δ_0 существенно усложняет задачу.

Для рассматриваемого случая в уравнения равновесия (1.4) необходимо ввести три области интегрирования: от нуля до ρ_2 , от ρ_2 до Δ и от Δ до единицы. После выполнения интегрирования в безразмерных параметрах уравнения равновесия запишутся в виде:

$$\begin{aligned} -6\sigma_T\rho_2 + 6(1-\rho_2)\varepsilon^\circ - 3\kappa(1-\rho_2^2) - 2\Delta + 6\rho_2 - 6\rho_2^2/\Delta + 2\rho_2^3/\Delta^2 &= 0 \\ -6\sigma_T\rho_2^2 + 6\varepsilon^\circ(1-\rho_2^2) - 4\kappa(1-\rho_2^3) - \Delta^2 + 6\rho_2^2 - 8\rho_2^3/\Delta + 3\rho_2^4/\Delta^2 &= 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Условие сопряжения, учитывая (1.2), (1.3), можно переписать:

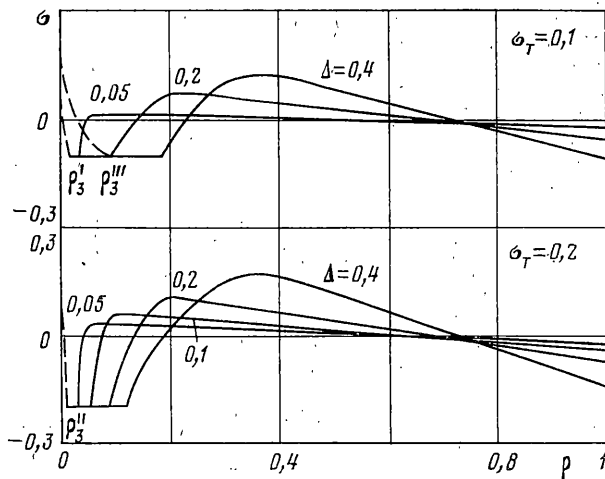
$$\sigma_T + \varepsilon^\circ - \kappa\rho_2 - 1 + 2\rho_2/\Delta - \rho_2^2/\Delta^2 = 0 \quad (3.2)$$

Исключая из (3.1), (3.2) ε° и κ , получим уравнение, связывающее ρ_2 и Δ :

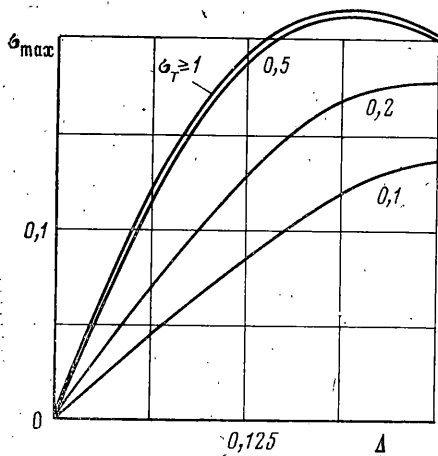
$$\rho_2^4 - 4\rho_2^3 + 6\rho_2^2 - 4[3 - 3(1 - \sigma_T)\Delta + \Delta^2]\Delta\rho_2 + [6(1 - \sigma_T) - 8\Delta + 3\Delta^2]\Delta^2 = 0 \quad (3.3)$$

Задавая Δ , получим ρ_2 в функции параметра σ_T , который может меняться в пределах от 0 до 1. Числовые расчеты показывают, что уравнение (3.3) имеет только один корень в интервале $(0, \Delta)$. Параметры ε° и κ выражаются через ρ_2 и Δ (для заданного σ_T) простыми зависимостями. Наибольший интерес представляет значение максимального растягивающего напряжения по сечению образца. Нетрудно показать, что σ_{\max} определяется формулой

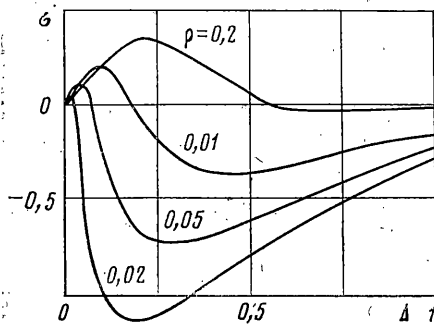
$$\sigma_{\max} = \varepsilon^\circ - \kappa\Delta + 1/4(\kappa\Delta)^2 \quad (3.4)$$



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

Из условия $\sigma_{\max} = \sigma^0$ найдем Δ_0 , при котором возникают условия, могущие привести к разрушению.

По результатам счета построены графики (фиг. 4) изменения эпюры напряжений по сечению в зависимости от времени (Δ) при различных значениях σ_T . Анализ этих кривых показывает, что при уменьшении σ_T величина σ_{\max} для одинаковых Δ уменьшается (фиг. 5); следовательно, условие $\sigma_{\max} = \sigma^0$ для меньших значений σ_T выполняется при больших значениях Δ .

4. Отметим, что при учете идеальной пластичности в зоне сжатия следует оценить эффект разгрузки. Предварительно рассмотрим процесс изменения напряжения в зависимости от времени (Δ) в некоторых фиксированных точках ρ . Наибольший интерес представляют естественно точки, близко расположенные к нагреваемому краю ($\rho \ll 1$). Анализ проведен на основе решения чисто упругой задачи.

На фиг. 6 приведены кривые изменения σ в зависимости от Δ для ряда значений ρ . Видно, что при $\rho < 0,2$ процесс изменения напряжений для любого фиксированного $\rho \neq 0$ протекает следующим образом: при $\Delta \leq \rho$ в рассматриваемой точке растёт растягивающее напряжение; при $\Delta > \rho$ растягивающее напряжение достигает максимума и затем начинает падать переходя в напряжение сжатия. Этот процесс сопровождается одновременным повышением температуры в этой точке от 0 до некоторого промежуточного значения между 0 и T_0 . Далее напряжение сжатия растёт до некоторого экстремального значения, затем оно начинает постепенно снижаться.

При анализе упругопластического процесса деформирования в первом приближении можно историю деформирования принять по аналогии с зависимостями, представленными на фиг. 6. Анализ этих кривых показывает, что при любом $\rho \neq 0$ в процессе деформирования в зоне пластичности при некотором моменте $\Delta(\rho)$ наступает разгрузка. Этот момент определяется из условия

$$d\varepsilon^d/d\Delta=0, \quad \varepsilon^d=\varepsilon-\varepsilon^T \quad (4.1)$$

где ε^d — деформация, вызванная нагрузкой, ε^T — температурное расширение, ε — полная деформация, определяемая гипотезой плоских сечений.

Если в дополнение к системе уравнений п. 3 учесть (4.1) с соответствующей неизвестной подвижной границей зоны разгрузки, то получим полную систему уравнений для определения всех интересующих параметров. Второй границей зоны разгрузки является точка $\rho=0$. В этой точке процесс разгрузки начинается сразу после нагрева (при $t=+0$). В этот момент $\varepsilon(\rho=0)=\varepsilon^0-1$; так как $\varepsilon^0(t=0)=0$, то $\varepsilon(\rho=0, t=0)=-1$. Далее с ростом t величина ε^0 начинает расти, и с самого начала при $\rho=0$ деформация сжатия начинает убывать.

Так как при $t=+0$ деформация $\varepsilon^d=-1$ и $\sigma=-\sigma_T$, то далее идет упругая разгрузка по напряжению от $-\sigma_T$ и по деформациям от -1 . Тогда в принятых безразмерных величинах связь между приращениями напряжений и деформаций имеет вид $\sigma-\sigma(0)=\varepsilon^d-\varepsilon(0)$ или $\sigma=-\sigma_T+\varepsilon^0$.

Таким образом, зная $\varepsilon^0(\Delta)$, можно оценить уровень разгрузки в точке $\rho=0$. Используя (4.1), можно оценить и другую координату границы ρ_3 зоны разгрузки. Для нее получим условие

$$d\varepsilon^0/d\Delta-\rho_3 dx/d\Delta-2\rho_3/\Delta^2+2\rho_3^2/\Delta^3=0 \quad (4.2)$$

Уравнение (4.2) можно использовать для приближенного нахождения ρ_3 , принимая для ε^0 и x значения, полученные из решения упругопластической задачи без учета разгрузки. На фиг. 4 приведены результаты вычислений ρ_3 для разных значений Δ (ρ_3' соответствует $\Delta=0,05$; $\rho_3'' - \Delta=0,1$; $\rho_3''' - \Delta=0,2$). Соответственно нанесены значения σ при $\rho=0$ (для тех же Δ). Штриховыми кривыми показано ориентировочное распределение напряжений после разгрузки. Очевидно, что учет зоны разгрузки фактически приведет к тому, что эпюра сжимающих напряжений уменьшит свою площадь. Соответственно уменьшится максимальное растягивающее напряжение и равенство $\sigma_{\max}=\sigma^0$ наступит при больших значениях Δ , чем в случае неучета разгрузки (см. п. 3).

Следовательно, учет разгрузки может изменить время наступления разрушения только в сторону его дальнейшего увеличения. В то же время можно считать, что такое увеличение будет незначительным — порядка 5–10%, так как именно такое изменение времени разрушения имело место при введении $\sigma_T=0,5$ по сравнению с чисто упругим решением, а изменение эпюры напряжений в области сжатия было аналогичным.

Отметим еще одно свойство полученного решения. Учет пластичности в сжатой нагретой зоне при последующем охлаждении может привести к растягивающим напряжениям в этой же зоне, что может вызвать разрушение уже в этой части образца.

Укажем также, что анализ мгновенного развития трещины и последующего ее роста для упругопластического случая имеет смысл проводить только в конечно-элементной постановке, поскольку аналитическое решение в этом случае приведет к системе алгебраических уравнений очень высоких степеней, практически нерешаемых. Числовая же реализация путем замены сплошного стержня конечным числом элементов позволит учесть любую программу по истории деформирования.

5. В [4] экспериментально получено, что при повышении температуры предварительного нагрева образца свыше 1000°C наблюдалось резкое увеличение времени задержки разрушения. Проведенный анализ процесса разрушения из-за возникаю-

щих температурных напряжений показал, что время разрушения, определяемое по условию $\sigma_{\max} = \sigma^0$, при прочих неизменных условиях определяется температурой T_0 (с уменьшением T_0 время начала разрушения растет).

Числовые оценки показывают, что при принятых значениях параметров паде-ние температуры T_0 на 1000°C эквивалентно увеличению Δ в 1,5 раза, а времени — в 2,25 раза. Это увеличение полностью количественно сопоставимо с данными экспериментов. Естественно, что в этом случае время задержки разрушения должно зависеть от T_0 непрерывно. Обнаруженный эффект скачкообразного изменения этого времени может быть вызван, например, резким изменением каких-то механических характеристик при переходе через температуру нагрева 1000° (например, σ_y ответственно за разрушение фактически в холодной зоне — зоне только предварительного нагрева).

Результаты экспериментального исследования процесса разрушения образцов из карбида циркония при лазерном воздействии приведены в [1]. Показано, что при времени действия импульса длительностью 10^{-3} с разрушение образца происходило в момент $t_1 = 1,5 \cdot 10^{-3}$ с. Наблюдаемый эффект был назван задержкой разрушения. Проведенный теоретический анализ показывает, что разрушение хрупкого материала при мгновенном нагреве поверхности образца действительно происходит с некоторой задержкой Δ_0 .

Оценим количественно время разрушения по полученным зависимостям. В экспериментах были использованы образцы, имеющие характеристики: $\sigma_b = 200\text{--}300$ МПа, $\alpha = 1,6 \cdot 10^{-6}$ 1/град, $E = 4 \cdot 10^5$ МПа, $T_0 = 3400^\circ$, $h = 2$ мм, $k = a^2 = 0,22$ см²/с. Из этих данных следует: $\sigma^0 = \sigma_b / (E\alpha T_0) = 0,09\text{--}0,14$.

Используя (1.7), для идеально упругого материала получим оценку $\Delta_0 \approx 0,09\text{--}0,13$. В этом случае $t_0 = \frac{1}{12} \Delta_0^2 h^2 / k \approx 1,4 \cdot 10^{-4}\text{--}3 \cdot 10^{-4}$ с. По данным [1], время разрушения было порядка $1,4 \cdot 10^{-3}$ с. Полученная числовая оценка времени разрушения в 5–10 раз меньше времени, наблюдаемого в эксперименте.

Учитывая результаты анализа и пластичность (п. 3), получим, что при $\sigma_T = 0,1$ и $\sigma_T = 0,2$ условие $\sigma_{\max} = 0,09\text{--}0,14$ приводит к значениям $\Delta_0 \approx 0,27\text{--}0,5$ и $\Delta_0 \approx 0,16\text{--}0,27$ соответственно. Теперь для времени начала разрушения получим $t_0 \approx 1,2\text{--}2,7 \cdot 10^{-3}$ с и $t_0 \approx 0,4\text{--}1,2 \cdot 10^{-3}$ с.

Найденные оценки для времени разрушения практически совпадают с экспериментальными данными для времени задержки разрушения. Параметр σ_T интегрально учитывает реальное поведение материала в сильно прогретой зоне (в ней температура близка к температуре плавления). Более точный учет всего процесса нагрева, оплавления и остывания образца, возможно, внесет некоторые коррективы в решение задачи, но он на порядок усложнит решение и, очевидно, его необходимо проводить при анализе конкретных данных.

ЛИТЕРАТУРА

1. Газуко И. В., Грязнов И. М., Миркин Л. И. О разрушении карбида циркония лучом лазера.— Проблемы прочности, 1978, № 2, с. 105–107.
2. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 487 с.
3. Шестериков С. А., Юмашева М. А. Приближенный метод оценки нестационарных температурных полей.— Научн. тр. Ин-та механики МГУ, 1973, № 23, с. 63–68.

Москва

Поступила в редакцию
13.II.1981