

УДК 539.538

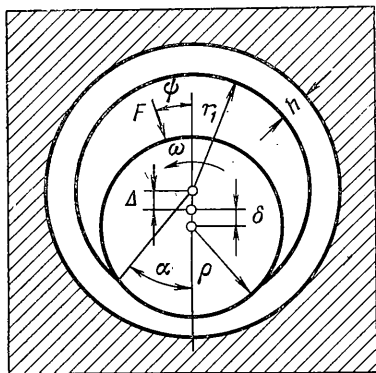
## К РАСЧЕТУ ИЗНАШИВАНИЯ СОПРЯЖЕНИЯ ВАЛ — ВТУЛКА

КОВАЛЕНКО Е. В.

Рассматривается плоская контактная задача при наличии износа для пары, состоящей из вращающегося стального шипа (вала) и тонкой втулки, зажатой в стальную обойму. Предполагается, что: износ вала пренебрежимо мал по сравнению с износом втулки; материал втулки упругий; вал и обойма считаются жесткими; инерционными силами, возникающими от движения вала, можно пренебречь; сила трения связана с контактным давлением законом Кулона. Обсуждаются различные режимы изнашивания втулки: процесс приработки; установившийся режим (в частном случае абразивный износ); лавинный износ схватыванием.

Построены явные асимптотические разложения в зависимости от времени для всех основных характеристик явления при различных режимах. В качестве примера дано решение задачи, когда реализуются первый и второй режимы изнашивания.

1. Рассмотрим втулку (кольцо) наружного радиуса  $r_2$ , внутреннего  $r_1$ . Допустим, что по внешнему контуру кольцо соединено с недеформируемой обоймой (как отмечалось ранее, считаем вал и обойму значительно более жесткими по сравнению с втулкой), т. е.  $u=v=0$  при  $r=r_2$ ;  $u, v$  — радиальная и тангенциальная составляющие вектора перемещений.



Фиг. 1

Примем, что втулка работает в условиях плоской деформации (переход к плоскому напряженному состоянию осуществляется известной заменой коэффициента Пуассона  $\nu$ ). Пусть по части внутренней поверхности втулка контактирует с валом радиуса  $\rho=r_1-\Delta$  ( $\Delta\rho^{-1}\ll 1$ ); угол контакта шипа с поверхностью подшипника  $2\alpha$ . Будем считать, что вал передает на втулку общее усилие  $F(t)$  и вращается вокруг своей оси под действием момента  $M(t)$ . Осредненный по времени модуль угловой скорости вращения равен  $\omega$ . Допустим, что изменение контактного напряжения и величина износа втулки малы

в пределах одного оборота вала. Тогда состояние пары будем описывать либо полным числом оборотов вала с начала его работы  $N$ , либо временем  $t$ , кратным  $t=2\pi N\omega^{-1}$ .

За время  $t$  уравнение внутренней поверхности кольца будет иметь вид

$$R(\varphi, t) = r_1 + u_1(\varphi, t) \quad (1.1)$$

где  $u_1(\varphi, t)$  — линейный износ втулки через  $N$  оборотов вала по направлению радиус-вектора с угловой координатой  $\varphi$  (фиг. 1). Если  $[u_1(\varphi, t) + \Delta]\rho^{-1} \ll 1$ , то, используя результаты [1–3], запишем условия контакта между шипом и подшипником вследствие изнашивания последнего в форме

$$R(\varphi, t) + u_2(\varphi, t) - \rho = [\Delta + \delta(t)] \cos \varphi \quad (1.2)$$

Здесь  $u_2(\varphi, t)$  — радиальное перемещение вала вследствие упругого деформирования кольца,  $\delta(t)$  — поступательное перемещение<sup>1</sup> шипа под действием силы  $F(t)$  и момента  $M(t)$ .

Считаем, что перемещение  $u_2(\varphi, t)$  представляет собой сумму двух компонент: упругой, определяющейся формулами теории упругости [2] и дополнительной, обусловленной деформациями микронеровностей поверхностей контактирующих тел и пропорциональной  $[q(\varphi, t)]^\mu$  ( $0 < \mu \leq 1$ ) [4], т. е.

$$u_2(\varphi, t) = -\frac{r_1}{8\pi G} \int_{-\alpha}^{\alpha} \left[ k_0 \left( \frac{\varphi - \xi}{\varepsilon} \right) + \varepsilon k_1 \left( \frac{\varphi - \xi}{\varepsilon} \right) + \varepsilon (\lambda_1 + \varepsilon \lambda_2) \cos(\varphi - \xi) - \beta i l \left( \frac{\varphi - \xi}{\varepsilon} \right) \right] q(\xi, t) d\xi + \theta [q(\varphi, t)]^\mu \quad (1.3)$$

$$k_0(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{V_0(x)}{x^2 D_0(x)} e^{izx} dx, \quad l(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{V_2(x)}{x^2 D_0(x)} e^{izx} dx, \quad \lambda_1 = -4\nu^2(1-\nu)$$

$$k_1(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{V_1(x)}{x^2 D_0(x)} - \frac{V_0(x) D_1}{x^2 D_0^2(x)} \right] e^{izx} dx, \quad V_0(x) = -2(1-\nu) [(3-4\nu)x \operatorname{sh} 2x - 2x^2],$$

$$V_1(x) = -2(1-2\nu) [x^2 + (3-4\nu) \operatorname{sh}^2 x], \quad V_2(x) = -2x [(3-4\nu)(1-2\nu) \times \operatorname{sh}^2 x - x^2],$$

$$D_0(x) = (3-4\nu) \operatorname{sh}^2 x + x^2 + 4(1-\nu)^2, \quad D_1 = 4(1-\nu)(1-2\nu)$$

$$\lambda_2 = 2\nu(1-2\nu)(1-3\nu)(1-\nu)^{-2}, \quad \varepsilon = \ln(r_2/r_1)$$

$$\theta = R_{\max} \left[ \frac{2\sqrt{\pi}(1-\nu)}{G b c_\mu} \left( \frac{r}{R_{\max}} \right)^{1/2} \right]^\mu, \quad c_\mu = \frac{\Gamma(1/2 + 1/\mu)}{\Gamma(1 + 1/\mu)}$$

Здесь  $G$  — модуль сдвига материала подшипника,  $\beta$  — коэффициент трения,  $q(\varphi, t)$  — контактное напряжение,  $R_{\max}$  — расстояние между линией выступов и линией впадин профиля в пределах базовой длины [5],  $r$  — радиус кривизны неровностей,  $b, \mu$  — характеристики опорной кривой профиля.

В соответствии с усталостной теорией износа [5] основные закономерности износа различных материалов могут быть разбиты на три группы [6]:

для подавляющего большинства деталей машин имеет место процесс приработки, т. е. интенсивность (скорость) износа уменьшается с увеличением степени износа, а именно

$$u_1 = k w^* [\tau(\varphi, t)]^\gamma u_1^{-c} \quad (1 \leq \gamma \leq 3, c > 0) \quad (1.4)$$

где  $w$  — осредненный по времени модуль линейной скорости скольжения,  $\tau(\varphi, t)$  — касательные усилия в области контакта ( $\tau(\varphi, t) = \beta q(\varphi, t)$ ),  $k, \gamma, c$  — некоторые постоянные, характеризующие износостойкость материалов, условия работы данной пары и зависят от комбинации трущихся поверхностей (см. [5] с. 298);

если интенсивность износа  $u_1$  не зависит от степени износа, то в (1.4) следует положить  $c = 0$ . Кроме того, для абразивного изнашивания  $\gamma = \gamma = 1$  [5];

при некоторых изменениях условий изнашивания [6] может наступить процесс увеличения износа. Тогда скорость его выражается зависимостью (1.4) при  $-1 < c < 0$ . Сильное увеличение износа (лавинный износ схватыванием) подчиняется приблизительно экспоненциальному закону. В этом случае интенсивность изнашивания описывается формулой (1.4) при  $c = -1$ .

<sup>1</sup> Здесь и далее будем считать  $0 \leq t \leq T < \infty$ , где величина  $T$  такова, что  $\delta(t)$  имеет порядок перемещений в линейной теории упругости.

Разрешая (1.4) относительно  $u_1$ , получим

(1.5)

$$u_1(\varphi, t) = \left\{ m^{-1} k(\omega\rho)^* \beta^\tau \int_0^t [q(\varphi, \tau)]^\tau d\tau \right\}^m \quad (c > -1, \quad m = (1+c)^{-1})$$

$$u_1(\varphi, t) = \exp \left\{ k(\omega\rho)^* \beta^\tau \int_0^t [q(\varphi, \tau)]^\tau d\tau \right\} \quad (c = -1) \quad (1.6)$$

Используя теперь условие контакта вала с втулкой (1.2) и ограничиваясь представлением  $u_1(\varphi, t)$  в форме (1.5), получим исходное интегральное уравнение рассматриваемой контактной задачи в виде<sup>2</sup>

$$\theta[q(\varphi, t)]^\mu - r_1(8\pi G)^{-1} \int_{-\alpha}^{\alpha} \left[ k_0 \left( \frac{\varphi - \xi}{\varepsilon} \right) + \varepsilon k_1 \left( \frac{\varphi - \xi}{\varepsilon} \right) + \varepsilon(\lambda_1 + \varepsilon\lambda_2) \cos(\varphi - \xi) - \right. \\ \left. - \beta i l \left( \frac{\varphi - \xi}{\varepsilon} \right) \right] q(\xi, t) d\xi + D \left\{ \int_0^t [q(\varphi, \tau)]^\tau d\tau \right\}^m = [\delta(t) + \Delta] \cos \varphi - \Delta \quad (1.7)$$

$$D = [m^{-1} k(\omega\rho)^* \beta^\tau]^\mu, \quad |\varphi| \leq \alpha, \quad 0 \leq t \leq T$$

Кроме  $q(\varphi, t)$  требуется определить следующие величины: половину угла контакта  $\alpha$  из условия обращения в нуль напряжения  $q(\varphi, t)$  при  $\varphi = \alpha$ ; силу  $F(t)$ , как функцию поступательного перемещения шипа  $\delta(t)$ , согласно

$$F = (P^2 + R^2)^{1/2}, \quad P(t) = r_1 \int_{-\alpha}^{\alpha} q(\varphi, t) (\cos \varphi - \beta \sin \varphi) d\varphi \quad (1.8)$$

$$R(t) = r_1 \int_{-\alpha}^{\alpha} q(\varphi, t) (\sin \varphi + \beta \cos \varphi) d\varphi$$

угол  $\varphi = \arctg(RP^{-1})$  и ресурс сопряжения.

Используя результаты [2] и учитывая малость относительной толщины кольца  $\varepsilon$ , упростим интегральное уравнение (1.7). Принимая во внимание асимптотическое поведение трансформант ядер

$$V_0(x) [x^2 D_0(x)]^{-1} \sim A_0, \quad V_1(x) [x^2 D_0(x)]^{-1} - V_0(x) D_1 [x D_0(x)]^{-2} \sim A_1 \quad (x \rightarrow 0)$$

$$A_0 = -2(1-2\nu)(1-\nu)^{-1}, \quad A_1 = -2\nu(1-2\nu)(1-\nu)^{-2}$$

$$V_2(x) [x^2 D_0(x)]^{-1} \sim Bx, \quad B = -(1-4\nu)(1-\nu)^{-1} \quad (x \rightarrow 0)$$

будем иметь ( $\varepsilon \rightarrow 0$ ):

$$k_j(z) = 2\pi A_j \delta(z), \quad l(z) = -2\pi i \varepsilon B \delta'(z) \quad (j=0, 1) \quad (1.9)$$

где  $\delta(z)$ ,  $\delta'(z)$  — дельта-функция Дирака и ее производная.

Подставляя теперь (1.9) в (1.7) и используя известные свойства дельта-функции, придем к следующему интегродифференциальному уравнению:

$$a_1 [q(\varphi, t)]^\mu - \varepsilon (A_0 + \varepsilon A_1) q(\varphi, t) - (2\pi r_1)^{-1} \varepsilon (\lambda_1 + \varepsilon \lambda_2) (P \cos \varphi + R \sin \varphi) - \quad (1.10)$$

$$- \varepsilon^2 \beta B q'(\varphi, t) + a_2 \left\{ \int_0^t [q(\varphi, \tau)]^\tau d\tau \right\}^m = 4Gr_1^{-1} \{ [\delta(t) + \Delta] \cos \varphi - \Delta \}$$

$$|\varphi| \leq \alpha, \quad 0 \leq t \leq T, \quad a_1 = 4G\theta r_1^{-1}, \quad a_2 = 4GD r_1^{-1}$$

<sup>2</sup> В рамках линейной теории упругости рассматривать  $u_1(\varphi, t)$  в форме (1.6) не имеет смысла.

Оценим порядки входящих в уравнение (1.10) величин. Допустим, что  $\varepsilon = \ln(1+r_1^{-1}h) \approx hr_1^{-1} \leq 0,1$ , коэффициент Пуассона  $\nu \leq 0,4$ , коэффициент трения  $\beta$  не превосходит 0,2,  $b=3$ ,  $\mu=0,4$ ,  $R_{\max} r_1^{-1} \leq 10^{-4}$ ,  $r R_{\max}^{-1} \leq 10^2$ . Такие соотношения между параметрами наблюдаются для большинства реально действующих подшипников скольжения. Тогда, как нетрудно заметить, в интегродифференциальном уравнении (1.10) можно пренебречь членами  $a_1[q(\varphi, t)]^n$ ,  $A_1 \varepsilon^2 q(\varphi, t)$ ,  $\varepsilon^2 \beta B q'(\varphi, t)$  и  $(2\pi r_1)^{-1} \varepsilon^2 \lambda_2 \times (P \cos \varphi + R \sin \varphi)$  по сравнению с остальными. При этом функция  $q(\varphi, t)$ , очевидно, становится четной по переменной  $\varphi$ ,  $R=0$ , а уравнение (1.10) перепишется в форме

$$\begin{aligned} \varepsilon A_0 q(\varphi, t) + \varepsilon \lambda_1 (2\pi r_1)^{-1} P \cos \varphi - a_2 \left\{ \int_0^t [q(\varphi, \tau)]^n d\tau \right\}^m = \\ = 4Gr_1^{-1} \{ \Delta - [\delta(t) + \Delta] \cos \varphi \} \quad (|\varphi| \leq \alpha, 0 \leq t \leq T) \end{aligned} \quad (1.11)$$

Переходя в (1.11) к безразмерным переменным и учитывая обозначения  $ta_2^{1/m} Gr_1^{-1/m} = t'$ ,  $\alpha(t) = \alpha'(t')$ ,  $q(\varphi, t) G^{-1} = q'(\varphi', t')$ ,  $\Delta r_1^{-1} = \Delta'$ ,  $\delta(t) r_1^{-1} = \delta'(t')$ ,  $P(t) (Gr_1)^{-1} = P'(t')$  (штрихи в дальнейшем опустим), получим

$$\begin{aligned} \varepsilon A_0 q(\varphi, t) + \varepsilon \lambda_1 (2\pi)^{-1} P \cos \varphi - \left\{ \int_0^t [q(\varphi, \tau)]^n d\tau \right\}^m = \\ = 4 \{ \Delta - [\delta(t) + \Delta] \cos \varphi \} \quad (|\varphi| \leq \alpha, 0 \leq t \leq T) \end{aligned} \quad (1.12)$$

$$P(t) = \int_{-\alpha}^{\alpha} q(\varphi, t) \cos \varphi d\varphi \quad (1.13)$$

2. Пусть  $\gamma=1$  и  $P(t) \equiv P = \text{const}$ . Допустим, что в течение некоторого времени  $0 \leq t \leq T_1 \ll T$  происходит приработка рабочих поверхностей вала и втулки (доля этого режима изнашивания в общем ресурсе времени работы сопряжения мала). По прошествии времени  $T_1$  интенсивность изнашивания пары перестает зависеть от степени износа; процесс приработки переходит в режим установившегося во времени износа ( $T_1 \leq t \leq T$  и в (1.12) следует положить  $m=1$ ).

Рассмотрим случай, когда реализуется первый режим изнашивания. Предположим при этом, что жесткое перемещение вала вследствие изнашивания поверхности втулки изменяется во времени по закону [7]:

$$\delta_g(t) = \delta_0 + \delta_1 t^m + O(t^{2m}) \quad (t \rightarrow 0) \quad (2.1)$$

где  $\delta_0, \delta_1$  — постоянные. Будем искать решение интегродифференциального уравнения (1.12) при достаточно малых значениях переменной  $t \in [0, T_1]$  в виде

$$\begin{aligned} q_g(\varphi, t) = q_0(\varphi) + q_1(\varphi, t) + o[q_1(\varphi, t)] \\ (t \rightarrow 0) \quad q_0(\varphi) = q(\varphi, 0). \end{aligned} \quad (2.2)$$

Подставляя асимптотические разложения (2.1), (2.2) в уравнение (1.12), или, что эквивалентно, применяя повторно предел ( $t \rightarrow 0$ ,  $\varphi$  фиксировано), получаем следующую последовательность линейных задач, решаемых по порядку:

$$A_0 q_0(\varphi) + \lambda_1 (2\pi)^{-1} P \cos \varphi = 4\varepsilon^{-1} [\Delta - (\delta_0 + \Delta) \cos \varphi] \quad (2.3)$$

$$-\varepsilon A_0 q_1(\varphi, t) + t^m [q_0(\varphi)]^m = 4\delta_1 t^m \cos \varphi \quad (|\varphi| \leq \alpha, 0 \leq t \leq T_1) \quad (2.4)$$

Заметим, что поскольку в соотношение (1.12) не входит интегральный оператор по координате, то указанные преобразования будут справедли-

вы, так как  $\varphi$  не зависит от  $t$ , а зависимость  $\alpha$  от  $t$  находится после определения  $q_0(\varphi)$  и  $q_1(\varphi, t)$  из условия равенства нулю напряжений на краях области контакта. Кроме того, время приработки очень мало в общем ресурсе времени работы сопряжения ( $T_1 \ll T$ ), поэтому практически можно пренебречь изменением области контакта в этом режиме работы подшипника (для легко нагруженного подшипника скольжения [5]  $T_1 \leq 1 \cdot 10^{-4}$ ), записать  $\alpha(0) = \alpha_0 \approx \alpha(T_1)$  и поступить далее следующим образом.

Разрешая уравнение (2.3) относительно  $q_0(\varphi)$  и используя формулы работы [2], запишем

$$q_0(\varphi) = 4\Delta (A_0 \varepsilon)^{-1} [1 - (1 + \sigma) \cos \varphi] - \lambda_1 (2\pi A_0)^{-1} P \cos \varphi \quad (2.5)$$

$$P = 8\pi \Delta \varepsilon^{-1} [(1 + \sigma) x_1 - x_2], \quad \sigma = \delta_0 \Delta^{-1}$$

$$x_1 = -\frac{2\alpha_0 + \sin 2\alpha_0}{4\pi A_0 + \lambda_1 (2\alpha_0 + \sin 2\alpha_0)}, \quad x_2 = -\frac{4 \sin \alpha_0}{4\pi A_0 + \lambda_1 (2\alpha_0 + \sin 2\alpha_0)}$$

Найдем теперь величину  $\alpha_0 = \alpha(0)$  из условия обращения напряжения  $q_0(\varphi)$  в нуль при  $\varphi = \alpha_0$ . Из (2.5) получим

$$\sin 2\alpha_0 - 2\alpha_0 - 1/2 (P \varepsilon A_0 / \Delta) \cos \alpha_0 = 0 \quad (2.6)$$

Определяя  $q_1(\varphi, t)$  согласно (2.4), будем иметь

$$q_1(\varphi, t) = (A_0 \varepsilon)^{-1} \{ [q_0(\varphi)]^m - 4\delta_1 \cos \varphi \} t^m \quad (2.7)$$

Постоянную  $\delta_1$  в (2.7) найдем из условия статики (1.13)

$$P = \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} q_0(\varphi) \cos \varphi d\varphi, \quad \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} q_1(\varphi, t) \cos \varphi d\varphi = 0$$

или

$$2\delta_1 = (2\alpha_0 + \sin 2\alpha_0)^{-1} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} [q_0(\varphi)]^m \cos \varphi d\varphi \quad (2.8)$$

Подставляя (2.7) в (2.2) и выполняя необходимые преобразования, запишем

$$q_s(\varphi, t) = q_0(\varphi) + (A_0 \varepsilon)^{-1} \{ [q_0(\varphi)]^m - 4\delta_1 \cos \varphi \} t^m \quad (2.9)$$

$$q_0(\varphi) = \frac{4\Delta}{A_0 \varepsilon} \left[ 1 - \frac{\cos \varphi}{\cos \alpha_0} \right]$$

Рассмотрим режим установившегося во времени износа при  $T_1 \leq t \leq T$  (большое время) и перепишем исходное интегродифференциальное уравнение (1.12) следующим образом:

$$(2.10)$$

$$\varepsilon A_0 q(\varphi, t) + \varepsilon \lambda_1 (2\pi)^{-1} P \cos \varphi - \left[ \int_0^{T_1} q^*(\varphi, \tau) d\tau \right]^m - \int_{T_1}^t q(\varphi, \tau) d\tau =$$

$$= 4\{\Delta - [\delta(t) + \Delta] \cos \varphi\} \quad (|\varphi| \leq \alpha, T_1 \leq t \leq T)$$

$$\delta(t) = \delta_s(T_1) + \delta_\infty(t), \quad q^* = 0 \quad (\alpha_0 \leq |\varphi| \leq \alpha), \quad q^* = q_s(\varphi, t) \quad (|\varphi| < \alpha_0)$$

Заметим, что с учетом равенства  $q(\alpha, t) = 0$  из (2.10) найдем

$$\cos \alpha = \Delta [\varepsilon \lambda_1 (8\pi)^{-1} P + \Delta + \delta(t)]^{-1} \quad (2.11)$$

Выражение (2.11) устанавливает связь между жестким перемещением вала вследствие изнашивания поверхности втулки и неизвестной областью контакта шипа с подшипником.

Умножим теперь соотношение (2.10) на  $\cos \varphi$  и проинтегрируем в пределах от  $-\alpha$  до  $+\alpha$ ; в результате будем иметь

$$2(2\alpha + \sin 2\alpha) [\varepsilon \lambda_1 (8\pi)^{-1} P + \Delta + \delta(t)] - 8\Delta \sin \alpha = \\ = P(t + T_1 + x_3 - A_0 \varepsilon), \quad x_3 = P^{-1} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \left[ \int_0^{T_1} q_s(\varphi, \tau) d\tau \right]^m \cos \varphi d\varphi \quad (2.12)$$

Присоединяя к последнему равенству зависимость (2.11), определим из полученной алгебраической системы  $\delta(t)$  и  $\alpha(t)$ .

Если  $\sin \alpha \approx \alpha$  и  $\cos \alpha \approx 1 - \alpha^2/2$ , то формулы (2.11), (2.12) упрощаются и принимают вид

$$\alpha^2 = 2[\varepsilon \lambda_1 (8\pi \Delta)^{-1} P + \Delta^{-1} \delta(t)] / [1 + \varepsilon \lambda_1 (8\pi \Delta)^{-1} P + \Delta^{-1} \delta(t)] \quad (2.13) \\ 8\alpha [\varepsilon \lambda_1 (8\pi)^{-1} P + \delta(t)] = P(t - T_1 + x_3 - A_0 \varepsilon)$$

откуда будем иметь

$$\alpha^3 + H(t) \alpha^2 - 2H(t) = 0, \quad H(t) = (8\Delta)^{-1} P(t - T_1 + x_3 - A_0 \varepsilon) \quad (2.14) \\ \delta(t) = (8\alpha)^{-1} P(t - T_1 + x_3 - \varepsilon \lambda_1 \pi^{-1} \alpha - A_0 \varepsilon)$$

Отметим, что в силу теоремы Декарта [8] уравнение (2.14) имеет только один положительный корень, определив который, найдем функцию  $\delta(t)$  согласно второй формуле (2.14).

Продифференцировав обе части (2.10) по  $t$ , перепишем его в форме

$$\varepsilon A_0 q'(\varphi, t) - q(\varphi, t) = -4\delta_\infty(t) \cos \varphi \quad (|\varphi| \leq \alpha, T_1 \leq t \leq T) \quad (2.15)$$

учитывая, что координата  $\varphi$  не зависит от  $t$ , такое дифференцирование уравнения (2.10) по времени правомерно.

Решение дифференциального уравнения (2.15) имеет вид

$$q(\varphi, t) = q^*(\varphi, T_1) \exp[(A_0 \varepsilon)^{-1}(t - T_1)] - 4(A_0 \varepsilon)^{-1} \delta_\infty(t) \cos \varphi - \\ - 4(A_0 \varepsilon)^{-2} \cos \varphi \int_{T_1}^t \delta_\infty(\tau) \exp[-(A_0 \varepsilon)^{-1}\tau] d\tau \exp[(A_0 \varepsilon)^{-1}t] \quad (2.16)$$

где  $q^*(\varphi, T_1)$  — контактные напряжения, определяемые формулами (2.9), (2.10).

3. Общая схема расчета изнашивания сопряжения вал — втулка по предложенным формулам следующая: задавая величину силы  $P$ , находим дугу контакта шипа с подшипником по формуле (2.6); по найденному значению  $\alpha_0$  с учетом формул (2.5) определяются значения величин  $\sigma = \delta_0 \Delta^{-1}$  и контактных напряжений  $q(\varphi, 0)$ ; согласно (2.8) вычисляется  $\delta_1$ ; находится  $q_1(\varphi, t)$  и строится распределение контактных напряжений по формулам (2.8), (2.9) для режима приработки; решая совместно (2.11) и (2.12) либо (2.13), определяются  $\delta(t)$  и  $\alpha(t)$  как функции времени  $t$ ; согласно (2.16), находятся неизвестные контактные напряжения; задавая предельное значение величины  $\delta(T) = \delta^*$ , определяем ресурс сопряжения вал — втулка по формуле  $N = mT(r_1/4)^{1/m} / [2\pi k \rho(G\beta)^{1/2}]$ .

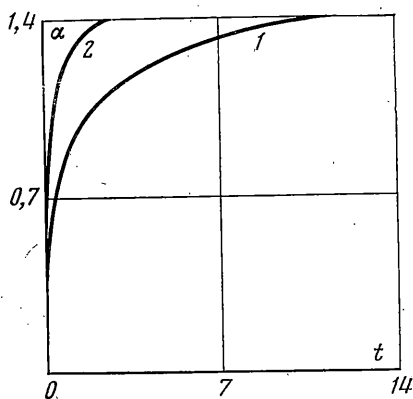
Пусть  $\nu = 0,4$ ;  $\Delta = 4 \cdot 10^{-3}$ ;  $\varepsilon = 0,05$ ;  $m = 0,5$ ;  $\beta = 0,2$ ;  $P = 5 \cdot 10^{-2}$ ;  $P = 1 \cdot 10^{-2}$ ;  $T_1 = 1 \cdot 10^{-4}$ ;  $\delta^* = 0,02$ ;  $k = 4,8 \cdot 10^{-12}$ . Тогда  $A_0 = -2/3$ ;  $\lambda_1 = 0,384$ .

Значения некоторых характерных величин при различных значениях приводятся ниже

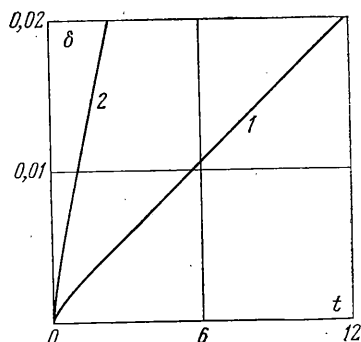
| $P \cdot 10^2$ | $\alpha_0$ | $\delta_0 \cdot 10^3$ | $\delta_1 \cdot 10$ | $x_3 \cdot 10$ | $T$   | $N \cdot 10^{-7}$ | $\alpha(T)$ |
|----------------|------------|-----------------------|---------------------|----------------|-------|-------------------|-------------|
| 5,0            | 0,523      | 0,655                 | 0,563               | 0,13           | 2,33  | 1,008             | 1,403       |
| 1,0            | 0,312      | 0,210                 | 0,0267              | 0,24           | 11,23 | 5,116             | 1,403       |

На графиках изображены зависимости между безразмерным временем  $t$  и величинами  $\alpha$  (фиг. 2),  $\delta$  (фиг. 3) при  $P = 5 \cdot 10^{-2}$  (кривые 1) и  $P = 1 \cdot 10^{-2}$  (кривые 2). Распределение контактных напряжений для указанных значений нагрузок приведено на фиг. 4 (кривые 1, 3, 4 соответствуют  $t = 0$ ;  $1 \cdot 10^{-4}$ ;  $1,16$  при  $P = 5 \cdot 10^{-2}$ , а кривые 2, 5, 6 —  $t = 0$ ;  $1 \cdot 10^{-4}$ ;  $7,89$  при  $P = 1 \cdot 10^{-2}$ ).

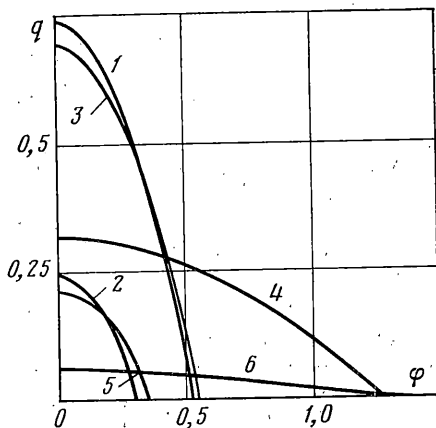
Из графиков видно, что: зависимость  $\delta$  от  $t$  почти линейная (нелинейность проявляется только в начале работы сопряжения) при постоянной силе, действующей



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

на шип; площадь контакта в конце эксплуатации подшипникового узла увеличивается в 2,7 раза при  $P=5 \cdot 10^{-2}$  и в 4,5 раза при  $P=1 \cdot 10^{-2}$ ; в то же время максимальное давление в 2,3 раза уменьшается при  $P=5 \cdot 10^{-2}$  (при  $P=1 \cdot 10^{-2}$  оно уменьшается в 3,8 раза).

Автор благодарит Н. Х. Арутюняна и В. М. Александрова за внимание к работе и советы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Коровчинский М. В. О некоторых вопросах эластореологии, имеющих приложение в теории трения. — В сб.: Трение и износ в машинах. Т. 15. Изд-во АН СССР, 1962, с. 121–162.
2. Александров В. М., Бабешко В. А., Белокопъ А. В., Ворович И. И., Устинов Ю. А. Контактная задача для кольцевого слоя малой толщины. — Изв. АН СССР. МТТ, 1966, № 1, с. 135–139.
3. Усов П. П., Дроздов Ю. Н., Николашев Ю. Н. Теоретическое исследование напряженного состояния пары вал — втулка с учетом износа. — Машиноведение, 1979, № 2, с. 80–87.
4. Демкин Н. Б., Расчет и экспериментальное исследование характеристик контакта шероховатых поверхностей. — В сб.: Контактные задачи и их инженерные приложения (докл. конф.). М.: НИИМАШ, 1969, с. 264–271.
5. Крагельский И. В., Добычин М. Н., Комбатов В. С. Основные расчетов на трение и износ. М.: Машиностроение, 1977. 526 с.
6. Кащеев В. Н. Процессы в зоне фрикционного контакта металлов. М.: Машиностроение, 1978. 216 с.
7. Александров В. М., Коваленко Е. В. Плоские контактные задачи теории упругости для неклассических областей при наличии износа. — ПМТФ, 1980, № 3, с. 163–172.
8. Корн Г. и Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1977. 832 с.

Москва

Поступила в редакцию  
18.V.1981