МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 6 • 1982

УДК 539.3

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ФОРМА ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ УПРУГОГО РАВНОВЕСИЯ В ОКРЕСТНОСТИ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ГОРНЫХ ВЫРАБОТОК НЕКРУГОВОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

КУЛИЕВ Г. Г., МАХМУДОВ Э. С.

Устойчивость горных выработок в рамках трехмерной линеаризированной теории впервые рассмотрена в [1]. Основы этой теории разработаны и изложены в [2]. В последующем, исходя из результатов этих работ, в [2–9] исследованы плоские и пространственные формы потери устойчивости горизонтальных и вертикальных выработок кругового поперечного сечения для изотропной и анизотропной моделей упругой среды. В упругопластической постановке такие задачи рассмотрены в [10, 11].

Исследованию плоских форм потери устойчивости горизонтальных выработок некругового поперечного сечения посвящены работы [12–14]. Пространственная форма потери устойчивости вертикальных выработок некругового поперечного сечения изучена в [15, 16]. Полученные результаты свидетельствуют о том, что величины критических нагрузок, соответствующих потере устойчивости состояния упругого равновесия в окрестности выработок некругового поперечного сечения существенно зависят от формы потери устойчивости. В связи с этим представляет интерес исследовать механизм пространственной формы потери устойчивости в окрестности горизонтальных выработок некругового поперечного сечения.

В публикуемой работе даны постановки таких задач, развит вариационный метод их решения и исследована пространственная форма потери устойчивости в окрестностях горизонтальных выработок эллиптического и квадратного поперечного сечения.

1. Рассматривается полупространство, где на достаточно большой глубине пройдена «бесконечно длинная» выработка произвольной формы поперечного сечения. Полупространство загружено силами собственного веса p, и в направлении, параллельном образующим, вдоль поверхности выработки (в рассматриваемом случае ось x_3) повсеместно действуют сжимающие напряжения $\sigma_{33}^\circ=-p$. При определении напряженно-деформированного состояния до потери устойчивости используется линейная теория упругости с учетом общепринятых предположений в трехмерной линеаризированной теории устойчивости горных выработок [2]. В рассматриваемом случае компоненты тензора напряжений в криволинейной системе координат (ρ, θ) можно представить в виде

$$\sigma_{11}^\circ=\frac{1}{\rho^2|z'|^4}(b+2\operatorname{Re}a)F^\circ,\qquad \sigma_{22}^\circ=\frac{1}{\rho^2|z'|^4}(b-2\operatorname{Re}a)F^\circ$$

$$\sigma_{12}^\circ=-\frac{2\operatorname{Im}aF^\circ}{\rho^2|z'|^4},\qquad a=\zeta^2z''\bar{z}'\frac{\partial}{\partial\zeta}-\zeta^2\frac{\partial^2}{\partial\zeta^2}$$

$$b=2\rho^2|z'|^2\frac{\partial^2}{\partial\zeta\,\partial\bar{\zeta}},\qquad \sigma_{13}^\circ=\sigma_{23}^\circ\equiv0 \tag{1.1}$$

где F° – функция напряжения Эри, $z(\zeta)$ – функция, конформно отображающая внешность поперечного сечения рассматриваемой выработки на внешность единичного круга в параметрической плоскости (ζ).

Криволинейные координаты ρ и θ связаны с декартовыми прямоугольными координатами x и y следующим соотношением:

$$x+iy=Rz_1(\zeta)=z(\zeta);\ \zeta=\rho e^{i\theta} \tag{1.2}$$

где R характеризует геометрию отверстий.

Предположим, что при достижении некоторых значений p_* в окрестности выработок возникают дополнительные перемещения, которые приводят к смене состояния равновесия (1.1), т. е. возле выработок происходит потеря устойчивости. Согласно [1, 2], исследование устойчивости проводим в рамках трехмерной линеаризированной теории. При этом основные уравнения и граничные условия на свободной поверхности s выработки в тензорной записи имеют вид

$$\nabla_i(\omega^{ij\alpha\beta}\nabla_\beta u_\alpha)=0,\ \ [N_i(\omega^{ij\alpha\beta}\nabla_\beta u_\alpha)]_s=0 \tag{1.3}$$

Здесь ∇ — символ ковариантной производной, N_i — ковариантные составляющие орта нормали, u_α — ковариантные составляющие вектора дополнительных перемещений, $\omega^{ij\alpha\beta}$ — тензор четвертого ранга, вид которого приводится в [2].

Поскольку процесс потери устойчивости носит локальный характер, дополнительные перемещения при удалении от поверхности выработки должны затухать, т. е. $u_\alpha\to 0$ при $\rho\to\infty$. В криволинейной системе координат (1.2) система уравнений (1.3) имеет следующий вид:

$$\begin{gathered} L_0u+L_1v+L_2w=0,\ L_3u+L_4v+L_5w=0 \\ L_6u+L_7v+L_8w=0 \end{gathered} \tag{1.4}$$

$$\begin{gathered} \{[(\lambda+2\mu)P_{22}+\lambda P_{23}]u+[(\lambda+2\mu)P_{24}+\lambda P_{25}]v+\lambda P_{26}w\}_s=0 \\ [(P_{25}-P_{24})u+(P_{22}-P_{23})v]_s=0 \\ (P_{26}u+P_{22}w)_s=0,\ \{u,\ v,\ w\}\to 0 \text{ при } \rho\to\infty \end{gathered} \tag{1.5}$$

$$L_0=(\lambda+2\mu)P_{01}+\mu(P_{02}+P_{03})+\sigma_{11}{}^\circ P_{04}+\sigma_{12}{}^\circ P_{05}+\sigma_{22}{}^\circ P_{05}+\sigma_{33}{}^\circ P_{03}$$

$$L_1=(\lambda+\mu)P_{08}+\mu P_{09}+\sigma_{11}{}^\circ P_{10}-\sigma_{12}{}^\circ P_{11}-\sigma_{22}{}^\circ P_{12},\qquad L_2={}^1/{}_2(\lambda+\mu)P_{13}$$

$$L_3=(\lambda+\mu)P_{14}-\mu P_{10}-\sigma_{11}{}^\circ P_{11}-\sigma_{12}{}^\circ P_{12}-\sigma_{22}{}^\circ P_{14},\qquad L_4=(\lambda+2\mu)P_{12}+\mu(P_{01}+P_{03})+$$

$$+\sigma_{11}{}^\circ P_{04}+\sigma_{12}{}^\circ P_{05}+\sigma_{22}{}^\circ P_{06}+\sigma_{33}{}^\circ P_{03},\qquad L_5={}^1/{}_2(\lambda+\mu)P_{15},\qquad L_6=(\lambda+\mu)P_{16}$$

$$L_7=(\lambda+\mu)P_{17},\qquad L_8=(\lambda+2\mu)P_{03}+\mu P_{18}+\sigma_{11}{}^\circ P_{19}+\sigma_{12}{}^\circ P_{20}+\sigma_{22}{}^\circ P_{21}+\sigma_{33}{}^\circ P_{03}$$

$$P_{01}=\frac{1}{H_1{}^2}\frac{\partial^2}{\partial\rho^2}-\frac{1}{2}\left(\frac{a_1}{H_1{}^4}-\frac{b_1}{H_1{}^2H_2{}^2}\right)\frac{\partial}{\partial\rho}+\frac{b_3}{2H_1{}^2H_2{}^2}-\frac{b_1{}^2}{2H_1{}^2H_2{}^4}-\frac{a_1b_1}{4H_1{}^4H_2{}^2}$$

$$P_{02}=\frac{1}{H_2{}^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}+\frac{1}{2}\left(\frac{a_2}{H_1{}^2H_2{}^2}-\frac{b_2}{H_2{}^4}\right)\frac{\partial}{\partial\theta}+\frac{a_4}{2H_1{}^2H_2{}^2}-\frac{a_2{}^2}{2H_1{}^4H_2{}^2}-\frac{a_2b_2}{4H_1{}^2H_2{}^4}$$

$$P_{03}=\frac{\partial^2}{\partial x_3{}^2},\qquad P_{04}=\frac{1}{H_1{}^2}\frac{\partial^2}{\partial\rho^2}-\frac{a_1}{2H_1{}^4}\frac{\partial}{\partial\rho}+\frac{a^2}{2H_1{}^2H_2{}^2}\frac{\partial}{\partial\theta}-\frac{a_2{}^2}{4H_1{}^4H_2{}^2}$$

$$P_{05}=\frac{2}{H_1H_2}\frac{\partial^2}{\partial\rho\,\partial\theta}-\frac{a_2}{H_2H_1{}^3}\frac{\partial}{\partial\rho}-\frac{b_1}{H_1H_2{}^3}\frac{\partial}{\partial\theta}+\frac{a_2b_1}{2H_1{}^3H_2{}^3}$$

$$P_{06}=\frac{1}{H_2{}^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}+\frac{b_1}{2H_1{}^2H_2{}^2}\frac{\partial}{\partial\rho}-\frac{b_2}{2H_2{}^4}\frac{\partial}{\partial\theta}-\frac{b_1{}^2}{4H_1{}^2H_2{}^4},\qquad P_{07}=\frac{a_2}{H_1{}^3H_2}\frac{\partial}{\partial\rho}+$$

$$+\frac{a_3}{2H_2H_1{}^3}-\frac{a_1a_2}{2H_2H_1{}^5},\qquad P_{08}=\frac{1}{2}P_{05}+\frac{a_2}{H_1{}^3H_2}\frac{\partial}{\partial\rho}+\frac{a_3}{2H_1{}^3H_2}-\frac{a_2b_1'}{2H_1{}^3H_2{}^3}-\frac{a_1a_2}{2H_1{}^5H_2}$$

$$P_{09}=P_{06}-\frac{b_1}{H_1H_2{}^3}\frac{\partial}{\partial\theta}-\frac{b_4}{2H_1H_2{}^3}+\frac{b_1b_2}{2H_1H_2{}^5},\qquad P_{10}=P_{07}-\frac{a_2b_1}{2H_1{}^3H_2{}^3}$$

$$P_{11}=-\frac{b_1}{H_1^2H_2^2}\frac{\partial}{\partial\rho}+\frac{a_2}{H_1^2H_2^2}\frac{\partial}{\partial\theta}-\frac{b_3}{2H_1^2H_2^2}+\frac{a_4}{2H_1^2H_2^2}+\frac{3}{4}\frac{b_1^2}{H_1^2H_2^4}-\frac{a_2b_2}{H_1^2H_2^4}-$$

$$-\frac{3}{4}\frac{a_2^2}{H_1^4H_2^2}+\frac{1}{4}\frac{a_1b_1}{H_1^4H_2^2}\qquad P_{12}=-\frac{b_1}{H_1H_2^3}\frac{\partial}{\partial\theta}-\frac{b_4}{2H_1H_2^3}+\frac{b_1b_2}{2H_1H_2^5}+\frac{a_2b_1}{2H_1^3H_2^3},$$

$$P_{13}=\frac{2}{H_1}\frac{\partial^2}{\partial\rho\,\partial x_3},\qquad P_{14}=\frac{1}{2}P_{05}+\frac{b_1}{H_1H_2^3}\frac{\partial}{\partial\theta}-\frac{a_2b_1}{2H_1^3H_2^3}-\frac{b_1b_2}{2H_1H_2^5},$$

$$P_{15}=\frac{2}{H_2}\frac{\partial^2}{\partial\theta\,\partial x_3},\qquad P_{16}=\frac{1}{2}P_{13}+\frac{1}{2H_1H_2^2}\frac{\partial}{\partial x_3},\qquad P_{17}=\frac{1}{H_2}\frac{\partial^2}{\partial\theta\,\partial x_3}+\frac{a_2}{2H_2H_1^2}\frac{\partial}{\partial x_3},$$

$$P_{18}=P_{01}+P_{12}+\frac{a_2^2}{4H_1^4H_2^2}+\frac{b_1^2}{4H_1^2H_2^4},\qquad P_{19}=P_{04}+\frac{a_2^2}{4H_1^4H_2^2},\qquad P_{20}=P_{05}-\frac{a_2b_1}{2H_1^3H_2^3},$$

$$P_{21}=P_{06}+\frac{b_1^2}{4H_1^2H_2^4}$$

$$a_1=\frac{\partial H_1^2}{\partial\rho},\quad a_2=\frac{\partial H_1^2}{\partial\theta},\quad a_3=\frac{\partial^2H_1^2}{\partial\rho\,\partial\theta},\quad a_4=\frac{\partial^2H_1^2}{\partial\theta^2},\quad b_1=\frac{\partial H_2^2}{\partial\rho},$$

$$b_2=\frac{\partial H_2^2}{\partial\theta},\qquad b_3=\frac{\partial^2H_2^2}{\partial\rho^2},\qquad b_4=\frac{\partial^2H_2^2}{\partial\rho\,\partial\theta}$$

Здесь H_1, H_2 — коэффициенты Ламе, λ и μ — упругие константы среды.

Предположим, что происходит периодическая по оси x_3 пространственная форма потери устойчивости с периодом $2l$. В этом случае дополнительные перемещения можно представить в виде

$$u=f_1(\rho,\theta)\cos\frac{2\pi}{l}x_3,\qquad v=f_2(\rho,\theta)\cos\frac{2\pi}{l}x_3,\qquad w=f_3(\rho,\theta)\sin\frac{2\pi}{l}x_3 \tag{1.6}$$

Рассмотрим случай, когда длина волны пространственной формы потери устойчивости l в невесомом полупространстве гораздо меньше, чем геометрические размеры отверстий R, т. е. $l\to0$. При этом граничные условия (1.5) удовлетворяются тождественно, а система уравнений (1.4) имеет вид

$$(\sigma_{33}^{\circ}+\mu)P_{03}u=0,\ (\sigma_{33}^{\circ}+\mu)P_{03}v=0,\ (\sigma_{33}^{\circ}+\lambda+2\mu)P_{03}w=0. \tag{1.7}$$

Обозначая $p_*=\min\{p_i\}$, из уравнений (1.7) получим $p_*=\mu$. Это значение критической нагрузки называется асимптотическим и не зависит от форм поперечного сечения выработок и форм потери устойчивости (осесимметричная или неосесимметричная). Асимптотическое значение критической нагрузки для вертикальной выработки кругового поперечного сечения получено в [2], а для некругового поперечного сечения — в [15].

Если выражения для дополнительных перемещений (1.6) разложить в ряд при $\alpha\to\infty$, то асимптотическое значение критической нагрузки соответствует случаю, когда в этих рядах для вычисления собственных значений задачи (1.3) сохраняются только первые слагаемые. Поскольку достижение асимптотического значения величины p_* не реально, то для уточнения значений минимального положительного собственного числа, которому соответствует критическая нагрузка, необходимо при вычислениях в рядах для дополнительных перемещений учитывать последующие члены.

2. Определение спектра собственных чисел для обобщенной внешней задачи (1.3) на собственные значения наталкивается на серьезные математические трудности. Поэтому для построения решения этой задачи целесообразно перейти к ее вариационной формулировке и использовать вариационные методы решения [2, 12, 17]. В рассматриваемом случае основное вариационное уравнение записывается так:

$$\int_0^{2\pi}\int_1^{\infty}\int_0^{l} [(L_0u+L_1v+L_2w)\delta u+(L_3u+L_4v+L_5w)\delta v +$$

$$+(L_6u+L_7v+L_8w)\delta w]H_1H_2\, d\rho\, d\theta\, dx_3 - \int_0^{2\pi}\int_0^{l} N_1\{\{[(\lambda+2\mu)P_{22}+$$

$$+\lambda P_{23}]u+[(\lambda+2\mu)P_{24}+\lambda P_{25}]v+\lambda P_{26}w\}\delta u+$$

$$+\mu\{[(P_{25}-P_{24})u+(P_{22}-P_{23})v)]\delta v+(P_{26}u+P_{22}w)\delta w\}\}H_2\, d\theta\, dx_3=0 \qquad (2.1)$$

Из уравнения (2.1) получаются основная система уравнений (1.3) и соответствующие граничные условия. Поэтому потребуем, чтобы дополнительные перемещения (1.6) образовывали полную систему, были дважды дифференцируемыми, удовлетворяли условию затухания, приращение удельной энергии при переходе из начального состояния в смежное было бы конечным [17, 18]. На основе этих требований можно положить, что

$$f_1(\rho,\theta)=|z'|^4\sum_{n=2}^{N}\sum_{m=0}^{M}\frac{A_{nm}}{\rho^n}\cos m\theta$$

$$f_2(\rho,\theta)=|z'|^4\sum_{n=2}^{N}\sum_{m=0}^{M}\frac{B_{nm}}{\rho^n}\sin m\theta, \qquad B_{n0}=0$$

$$f_3(\rho,\theta)=R^{-1}|z'|^5\sum_{n=2}^{N}\sum_{m=0}^{M}\frac{C_{nm}}{\rho^n}\cos m\theta \qquad (2.2)$$

При таком выборе функций f_i ($i=1, 2, 3$) дополнительные перемещения (1.6) удовлетворяют указанным выше условиям. Подставляя выражения (1.1) и (1.6) с учетом (2.2) в вариационное уравнение (2.1), для определения постоянных коэффициентов A_{nm}, B_{nm} и C_{nm} получаем систему линейных однородных алгебраических уравнений. При существовании нетривиальных решений этой системы для определения спектра собственных чисел $t_{nm}(\nu, \varepsilon, \alpha)$ будем иметь характеристическое уравнение типа

$$\|a_{nm}(n_1, m_1, \nu, \varepsilon, \alpha)-tb_{nm}(n_1, m_1, \nu, \varepsilon, \alpha)\|=0 \qquad (2.3)$$

где a_{nm} и b_{nm} — в каждом конкретном случае известные алгебраические выражения, ν — коэффициент Пуассона, ε — параметр, характеризующий геометрию выработок в поперечном сечении, $\alpha={}^1/{}_2(\pi R)/l$ — параметр волнообразования, $t={}^1/{}_2p/\mu$.

Решая уравнение (2.3) численными методами, находим спектр t_{nm} собственных чисел. Минимизируя $t_*(\nu, \varepsilon, \alpha_*)=\min\limits_{n,m,\alpha}\{t_{nm}(\nu, \varepsilon, \alpha)\}$, $t>0$, определим величину критической нагрузки

$$p_*=2\mu t_*(\nu, \varepsilon, \alpha_*) \qquad (2.4)$$

3. Исследуем пространственную форму потери устойчивости в окрестности горизонтальных выработок, когда в поперечном сечении выработки имеют эллиптическую и квадратную форму. В этих случаях [19, 20]:

для эллиптического поперечного сечения

$$F^\circ=-\frac{pR^2}{4}\Big\{(1+\eta)\rho^2+[2(1-\eta)+\varepsilon(1+\eta)]\frac{\varepsilon}{\rho^2}+2[2\varepsilon(1-\eta)+$$

$$+(1+\varepsilon^2)(1+\eta)\ln\rho+(1-\eta)\left(2-\rho^2-\frac{1}{\rho^2}\right)\cos 2\theta\Big\} \qquad (3.1)$$

$$z(\zeta)=R\left(\zeta+\frac{\varepsilon}{\zeta}\right), \qquad R=\frac{a-b}{2}, \qquad \varepsilon=\frac{a-b}{a+b}$$

где a и b — большая и маленькая полуось эллипса, $\eta=\nu(1-\nu)^{-1}$ — коэффициент бокового напора;

для квадратного поперечного сечения

$$F^\circ=-\frac{pR^2}{4}\left\{(1+\eta)\left[\rho^2+\frac{2}{3}(\varepsilon_1^2+3)\ln\rho-\frac{\varepsilon_1^2}{9\rho^2}\right]+\right.$$

$$\left.+\frac{1-\eta}{3-\varepsilon_1}\left[6-(3-\varepsilon_1)\rho^2-\frac{3(1+\varepsilon_1)}{\rho^2}+\frac{2\varepsilon_1}{\rho^4}\right]\cos 2\theta\right\} \qquad (3.2)$$

$$z(\zeta)=R\left(\zeta+\frac{\varepsilon_1}{3\zeta^3}\right),\quad R>0,\quad 0\leqslant\varepsilon_1\leqslant1$$

При использовании соотношений (1.1), (2.1), (2.2), (2.4) и (3.1) для определения собственных чисел были получены характеристические уравнения типа (2.3), составлен алгоритм их вычисления, который для некоторых частных случаев реализован на ЭВМ БЭСМ-6.

Задавая различные значения величины $(1+\eta)$ и $(1-\eta)$, можно рассматривать различные виды нагружения выработок. В таблицах приведенные результаты получены при всестороннем сжатии, т. е. при $\eta=1$.

Так, например, ниже в третьей и четвертой строках помещены минимальные положительные собственные числа для случаев (3.1) и (3.2), при учете в (2.2) различного количества координатных функций

N=M	2	4	6	8
Ω	5	24	55	98
$t_*^{(1)}$	0,0531	0,0119	0,0058	0,0067
$t_*^{(2)}$	0,0542	0,0125	0,0061	0,0055

При этом принималось, что $\nu=0,3$, $\varepsilon_1=-\varepsilon=0,5$. Результаты предварительно минимизировались по α и для $t_*^{(1)}$ и $t_*^{(2)}$ получено $\alpha_*=0,1;\ 0,2$.

В табл. 1, 2 приведены значения t_* при плоской форме потери устойчивости (верхние строки; докритическое напряженное состояние реализуется в рамках плоской деформации) и при пространственной форме (нижние строки; реализуется трехмерное напряженное состояние (1.1)), соответственно для случаев (3.1) и (3.2). Эти результаты получены для $\Omega=98$.

Таблица 1

ν	$\varepsilon=-0,9$	−0,7	−0,5	−0,3	−0,1	0
0,1	0,2890 0,0035	0,3224 0,0065	0,3041 0,0109	0,2543 0,0157	0,2105 0,0190	0,2027 0,0193
0,2	0,2696 0,0029	0,3057 0,0049	0,2893 0,0081	0,2431 0,0121	0,2020 0,0177	0,1959 0,0181
0,3	0,2470 0,0018	0,2931 0,0029	0,2771 0,0067	0,2371 0,0111	0,1974 0,0158	0,1898 0,0169
0,4	0,2113 0,0009	0,2848 0,0011	0,2692 0,0043	0,2279 0,0100	0,1826 0,0146	0,1760 0,0161

Таблица 2

ν	$\varepsilon_1=1,0$	0,7	0,5	0,3	0,1
0,1	0,2993 0,0021	0,2369 0,0048	0,2333 0,0091	0,2145 0,0135	0,1937 0,0188
0,2	0,2359 0,0013	0,2316 0,0037	0,2297 0,0073	0,2130 0,0119	0,1920 0,0172
0,3	0,2303 0,0009	0,2287 0,0022	0,2252 0,0055	0,2107 0,0101	0,1905 0,0156
0,4	0,2273 0,0003	0,2141 0,0009	0,2087 0,0039	0,1954 0,0091	0,1795 0,0139

Значения α, при которых t_* (значения в нижних строках) имеют минимумы, для эллиптического сечения равны: $\alpha_*=0{,}2$; 0,4; 0,1; 0,4; 1,0; 2,0 и для прямоугольного – $\alpha_*=0{,}1$; 0,1; 0,2; 0,4; 1,0.

В случае, когда докритическое напряженное состояние реализуется в пределах плоской деформации (дополнительно к (1.1) и (3.2) принимаем $\sigma_{33}{}^{\infty}=0$), результаты табл. 1, 2, приведенные во вторых строках, увеличиваются в 10 раз, т. е. величина критической нагрузки, соответствующей пространственнной форме потери устойчивости, растет на один порядок. Подобные результаты при наличии в полупространстве плоских трещин получены в [21, 22].

Ниже приводятся значения критической нагрузки p_* и критической глубины h_* ($p_*=\rho_0 h_*$, ρ_0 – удельный вес материала среды), полученные при пространственной форме потери устойчивости упругого равновесия в окрестности горизонтальной выработки квадратного поперечного сечения ($\varepsilon_1=1$) для шести типов породы: песчаник (шахта им. Ильича), песчано-глинистые сланцы (шахта им. XXII съезда КПСС), песчано-глинистые сланцы (шахта № 3-3-бис), песчаник (шахта № 3-3-бис), аргиллит, алевролит

$E\cdot 10^{-8}$,	Н/м^2	302	375	231	277	63	57
ν		0,13	0,13	0,24	0,11	0,20	0,10
$\rho_0\cdot 10^{-5}$,	Н/м^3	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
$p_*\cdot 10^{-8}$,	Н/м^2	0,58	0,72	0,26	0,53	0,07	0,11
h_*,	м	2332	2894	998	2136	267	437

Механические характеристики материалов, помещенные в этом выводе, взяты из [23].

Таким образом, пространственная форма потери устойчивости упругого равновесия в окрестности горизонтальных выработок некругового поперечного сечения происходит раньше, чем ее плоская форма в случае, когда докритическое напряженное состояние реализуется в пределах плоской деформации; при трехмерном начальном напряженном состоянии пространственная форма потери устойчивости происходит при значительно меньших критических нагрузках для реальных глубин прохождения выработок, чем в случае плоской деформации.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гузь А. Н.* О задачах устойчивости в механике горных пород.– В кн.: Проблемные вопросы механики горных пород. Алма-Ата: Наука, 1972, с. 27–34.
2. *Гузь А. Н.* Основы теории устойчивости горных выработок. К.: Наук. думка, 1977. 228 с.
3. *Акопян Ж. С., Бабич И. Ю., Гузь А. Н., Дериглазов Л. В.* О задачах устойчивости вертикальных горных выработок в анизотропном массиве.– Прикл. механика, 1978, т. 14, № 12, с. 23–29.
4. *Акопян Ж. С., Гузь А. Н., Навоян А. В.* О задачах устойчивости вертикальных горных выработок.– Прикл. механика, 1974, т. 10, вып. 5, с. 54–62.
5. *Бабич И. Ю., Навоян А. В.* К вопросу об устойчивости горизонтальной выработки кругового поперечного сечения.– Прикл. механика, 1977, т. 13, № 7, с. 110–113.
6. *Гузь О. М., Навоян А. В.* Дослідження стійкості горизонтальної гірської виробки поперечного кругового перерізу.– Доп. АН УРСР. Сер. А, 1973, № 7, с. 630–633.
7. *Дериглазов Л. В.* К устойчивости горизонтальной выработки в ортотропном массиве при неравномерном сжатии.– Прикл. механика, 1979, т. 15, № 2, с. 99–102.
8. *Дериглазов Л. В.* Устойчивость горных выработок в трансверсально-изотропном массиве.– Прикл. механика, 1977, т. 13, № 5, с. 27–33.
9. *Кулиев Г. Г., Асамидинов Ф. М.* Устойчивости горизонтальных горных выработок кругового поперечного сечения при двухосном сжатии массива.– Прикл. механика, 1977, т. 13, № 4, с. 122–124.
10. *Бабич И. Ю., Бакланова Г. Н., Гузь А. Н.* Плоская упругопластическая задача устойчивости горизонтальных горных выработок.– Прикл. механика, 1978, т. 14, № 13, с. 68–73.
11. *Бакланова Г. Н.* Пространственная задача об устойчивости горных выработок при упругопластических деформациях.– Прикл. механика, 1980, т. 16, № 7, с. 35–40.
12. *Асамидинов Ф. М., Гузь А. Н., Кулиев Г. Г.* Об устойчивости горизонтальных горных выработок некруговой формы.– Прикл. механика, 1977, т. 13, № 6, с. 112–115.
13. *Асамидинов Ф. М., Кулиев Г. Г.* Устойчивость горного массива возле квадратной горизонтальной выработки.– Прикл. механика, 1980, т. 16, № 4, с. 125–128.
14. *Кулиев Г. Г.* Влияние двухосности внешних сил и кривизны контура горизонтальной выработки на устойчивость горного массива.– Изв. АН АзССР. Сер. физ.-матем. техн. наук, 1977, № 5, с. 131–135.
15. *Кулиев Г. Г., Махмудов Э. С.* Исследование устойчивости состояния равновесия горного массива возле вертикальных выработок произвольного поперечного сечения.– Изв. АН АзССР. Сер. физ.-матем. техн. наук, 1980, № 3, с. 27–31.

16. *Кулиев Г. Г., Махмудов Э. С.* Устойчивость состояния упругого равновесия горного массива в окрестности вертикальной выработке эллиптического поперечного сечения.– Прикл. механика, 1982, т. 18, № 6, с. 81–85.
17. *Cuz A. N., Kuliev G. G., Tsurpal I. A.* On Fracture of Brittle materials from loss of stability near a crack.– Engng Fract. Mech., 1978, v. 10, No 2, p. 401–408.
18. *Кулиев Г. Г.* К теории устойчивости тел с трещиной в случае плоской деформации.– Прикл. механика, 1977, т. 13, № 12, с. 73–79.
19. *Мусхелишвили Н. И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966. 707 с.
20. *Савин Г. Н.* Распределение напряжений около отверстий. К.: Наук. думка, 1968. 887 с.
21. *Кулиев Г. Г.* О разрушении деформируемых тел с центральной вертикальной трещиной в однородном силовом поле.– Докл. АН УССР. Сер. А, 1978, № 8, с. 714–718.
22. *Кулиев Г. Г.* О предшествовании процесса потери устойчивости возле трещин процессу хрупкого разрушения.– Докл. АН УССР, Сер. А, 1979, № 5, с. 357–359.
23. *Глушко В. Т.* Проявление горного давления в глубоких шахтах. К.: Наук. думка, 1971. 196 с.

Баку

Поступила в редакцию
17.II.1981