

УДК 539.375

ДЕФОРМИРОВАНИЕ ДЕФЕКТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

БЕРЕЗИН А. В.

Поведение тел с имеющимися и образующимися под действием нагрузок и воздействием внешней среды дефектами в настоящее время является предметом пристального изучения, так как такой подход позволяет объяснить многие эффекты, в частности существенное снижение прочности реальных тел по сравнению с идеальными бездефектными. Учет дефектности дает возможность выяснить влияние ее на деформационные характеристики материала. Важность этого явления нашла отражение, например, при оценке срока службы композиционных материалов в условиях циклических нагрузок [1], когда условием разрушения является определенное снижение упругих характеристик композиционного материала.

Впервые учет влияния дефектности на деформационные характеристики был исследован Ю. Н. Работновым в теории ползучести материалов [2–8]. В теории пластичности В. В. Новожиловым в условие текучести вводился первый инвариант тензора напряжений [9], для учета разрыхляемости, связанной с образующимися дефектами. Один из вариантов теории пластичности тел, содержащих поры, построен в [10].

Образование в теле дефектов, а также изменение их размеров под действием нагрузок приводит к тому, что тело имеет различные деформационные характеристики при различных напряженных состояниях [11]. Этот факт был подтвержден экспериментально при деформировании пористых материалов [12, 13]. В публикуемой работе устанавливается зависимость деформационных характеристик от условий роста микротрещин при различных напряженных состояниях.

1. Рассмотрим пластическое тело, при деформировании которого происходит образование и изменение размеров микротрещин. Аналогично [11] примем, что: при достижении напряженно-деформированным состоянием условий зарождения микротрещин в системе скольжения образуется k_0 дефектов размера R_0 на единицу площади; при дальнейшем деформировании оставшаяся не разрушенной часть плоскости скольжения деформируется сдвигом, величина которого зависит только от эффективного касательного напряжения, большего своих предыдущих значений; изменение размеров микротрещин определяется условием их роста.

Для установления зависимостей деформационных характеристик от вида функции роста микротрещин опустим изменение объема материала, т. е. предположим тело несжимаемым. В этом случае можно воспользоваться моделью плоского тела [14, 15] для вывода соотношений между девиаторами напряжений и деформаций при сложном напряженном состоянии. Компоненты девиаторов напряжений и деформаций будут $S_x = 1/2(\sigma_x - \sigma_y)$, $S_y = 1/2(\sigma_y - \sigma_x)$, $S_{xy} = S_{yx} = \sigma_{xy}$, $e_x = 1/2(\epsilon_x - \epsilon_y)$, $e_y = 1/2(\epsilon_y - \epsilon_x)$, $e_{xy} = e_{yx} = 1/2\epsilon_{xy}$, $S_x + S_y = 0$, $e_x + e_y = 0$, где σ_x , σ_y , σ_{xy} — компоненты тензора напряжений в плоскости приложения нагрузки, ϵ_x , ϵ_y , ϵ_{xy} — компоненты тензора деформаций, S_x , S_y , S_{xy} и e_x , e_y , e_{xy} — соответствующие компоненты девиаторов. Если тело находится в однородном деформированном состоянии, то под углом θ к оси x происходит сдвиг

$$\gamma = 1/2(\epsilon_x - \epsilon_y) \sin 2\theta + 1/2\epsilon_{xy} \cos 2\theta \quad (1.1)$$

Если касательное напряжение τ не превышает условия зарождения микротрещин, то $\sigma_x = \sigma_0 + \tau \sin 2\theta$, $\sigma_{xy} = \tau \cos 2\theta$, $\sigma_y = \sigma_0 - \tau \sin 2\theta$, $S_x =$

$=\tau \sin 2\theta$, $S_{xy}=\tau \cos 2\theta$, $S_y=-S_x$, где σ_0 — гидростатическая составляющая тензора напряжений.

Если от деформационной формулировки теории скольжения в модели плоского тела [14] перейти к формулировке в напряжениях [15], то девиатор тензора напряжений найдем суммированием по всем углам

$$S = \sqrt{2} \int \tau (i \sin 2\theta + j \cos 2\theta) d\theta \quad (1.2)$$

Здесь i, j — векторы ортонормированного базиса плоскости девиатора и интегрирование распространяется по области Ω , где превышает условие текучести и $\tau = F(\gamma)$, γ определяется выражением (1.1).

Когда касательное напряжение τ превосходит условие зарождения микротрещин, согласно второму предположению

$$S_x = \tau_1 (1 - R/a) \sin 2\theta, \quad S_{xy} = \tau_1 (1 - R/a) \cos 2\theta, \quad S_y = -S_x \quad (1.3)$$

где τ_1 — эффективное касательное напряжение, R — размер микротрещин в данной системе скольжения, a — среднее расстояние между двумя соседними микротрещинами в этой плоскости скольжения, $\tau_1 = \tau (1 - R/a)^{-1}$. Тогда

$$S = \sqrt{2} \int_{\Omega_1} \tau_1 \left(1 - \frac{R}{a}\right) (i \sin 2\theta + j \cos 2\theta) d\theta + \sqrt{2} \int_{\Omega - \Omega_1} \tau (i \sin 2\theta + j \cos 2\theta) d\theta \quad (1.4)$$

где Ω_1 — область, в которой превышает условие зарождения микротрещин, $\tau_1 = F_1(\gamma)$.

Если перейти к координатам, связанным с путем деформирования [14], то для случая пропорционального деформирования под углом β к оси e_x выражение (1.2) будет иметь вид

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{\Omega_1} F_1(\gamma) \left(1 - \frac{R}{a}\right) \times \\ \times (\rho \cos \lambda - q \sin \lambda) d\lambda + \frac{1}{2} \int_{\Omega - \Omega_1} F(\gamma) (\rho \cos \lambda - q \sin \lambda) d\lambda \quad (1.5)$$

В предположении, что $F_1(\gamma)$ — экстраполяция $F(\gamma)$ на область значений τ, γ , превышающих условие зарождения микротрещин, из (1.5) получим

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{\Omega} F(\gamma) (\rho \cos \lambda - q \sin \lambda) d\lambda - \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{\Omega_1} F(\gamma) \frac{R}{a} (\rho \cos \lambda - q \sin \lambda) d\lambda \quad (1.6)$$

При условии чисто пластического роста микротрещин [16]:

$$\frac{R}{a} = \frac{R_0}{a} \exp \left[\frac{\gamma - \gamma_0}{2(1-n)} \operatorname{sh} \frac{(1-n)\sigma_0}{\sigma_i} \right] = \frac{1}{a} R(\gamma, u) \quad (1.7)$$

где $u = \sigma_0/\sigma_i$, σ_i — интенсивность напряжений.

В этом случае (1.6) можно записать в виде

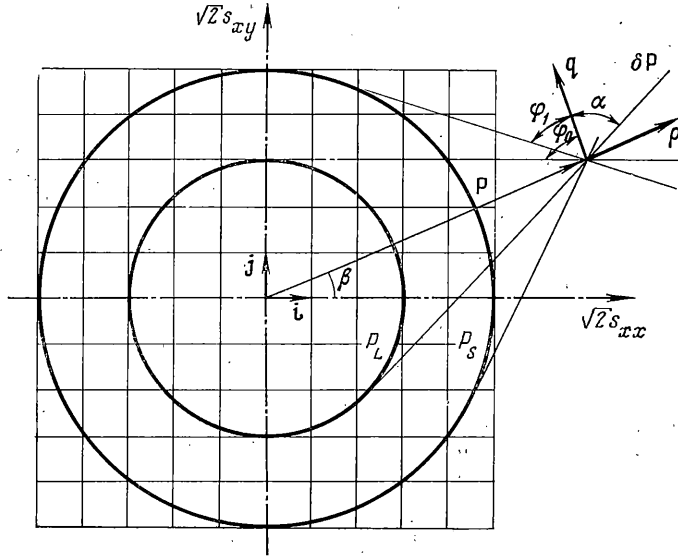
$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{\Omega} F(\gamma) (\rho \cos \lambda - q \sin \lambda) d\lambda - \frac{1}{\sqrt{2}a} \int_{\Omega_1} F(\gamma) R(\gamma, u) (\rho \cos \lambda - q \sin \lambda) d\lambda \quad (1.8)$$

Таким образом, учитывая, что $\gamma = e \cos \lambda / \sqrt{2}$ и $u = \sigma_0/\sigma_i = \text{const}$ при пропорциональном деформировании и предполагая, что условием образования микротрещин является механизм Стро [17], связь между девиаторами

напряжений и деформаций будет иметь вид

$$S = [1 - (1/a)\Sigma(e, u)]\psi(e) \quad (1.9)$$

Отсюда следует, что наряду с изменением касательного модуля при образовании и росте микротрещин приобретает также и зависимость деформационных характеристик от вида напряженного состояния. Вывод о зависимости деформационных характеристик от вида напряженного состояния сохранится и в том случае, если отказаться от предположения, что $F_1(\gamma)$ — экстраполяция $F(\gamma)$ на область значений τ, γ , превышающих условие зарождения микротрещин.



2. Рассмотрим случай непропорциональных путей нагружения. Для догрузки, составляющей угол α с ортом \mathbf{q} , будем иметь [14] (см. фигуру):

$$\begin{aligned} \delta S_x &= \frac{\delta \sigma}{\sqrt{2}} \sin(\alpha - \beta), & \delta S_{xy} &= \frac{\delta \sigma}{\sqrt{2}} \cos(\alpha - \beta) \\ \delta \tau &= \frac{\delta \sigma}{\sqrt{2}} \cos(\alpha - \beta - 2\theta) = \frac{\delta \sigma}{\sqrt{2}} \sin(\alpha - \lambda) \\ \delta \sigma &= |\delta \mathbf{P}| = \sqrt{2} \sqrt{\delta S_x^2 + \delta S_y^2} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Тогда приращение пластической деформации определяется соотношением

$$\begin{aligned} \delta e^p &= \sqrt{2} \int F_1' \left(\frac{\tau}{1-R/a} \right) \delta \tau_1 (i \sin 2\theta + j \cos 2\theta) d\theta + \\ &+ \sqrt{2} \int F'(\tau) \delta \tau (i \sin 2\theta + j \cos 2\theta) d\theta \end{aligned} \quad (2.2)$$

Если перейти к ортам ρ, \mathbf{q} , связанным с предварительным пропорциональным путем деформирования, то (2.2) запишется в виде

$$\delta e^p = \sqrt{2} \int F_1'(\tau_1) \delta \tau_1 (\rho \cos \lambda - \mathbf{q} \sin \lambda) d\lambda + \sqrt{2} \int F'(\tau) \delta \tau (\rho \cos \lambda - \mathbf{q} \sin \lambda) d\lambda \quad (2.3)$$

$$\delta \tau_1 = \frac{\delta \tau}{1-R/a} + \frac{\tau}{(1-R/a)^2} \frac{\delta R}{a} = \frac{\delta \tau}{1-R/a} + \frac{\tau_1}{1-R/a} \frac{\delta R}{a} \quad (2.4)$$

Пусть непропорциональная догрузка из предшествующего состояния с значением $\sigma_0/\sigma_i = u$ осуществляется со значением $\sigma_0/\sigma_i = u + \delta u = u_2$. Здесь δu легко вычисляется и равно

$$\delta u = \delta(\sigma_0/\sigma_i) = (\delta\sigma/P) u (u_1/u - 1) \sin \alpha \quad (2.5)$$

где $u_1 = \delta\sigma_0/\delta\sigma_i$ — отношение приращений шаровой части и интенсивности девиатора тензора напряжений. В предположении чисто пластического роста микродефектов [16] условие роста можно записать в виде (1.7). В этом случае

$$\frac{\delta R}{a} = \frac{R_1'(\gamma, u_2)}{a} F_1'(\tau_1) \delta\tau_1, \quad R_1'(\gamma, u_2) = \frac{\partial R(\gamma, u_2)}{\partial \gamma} \quad (2.6)$$

Подставляя $\delta R/a$ в (2.4), получим

$$\delta\tau_1 = \delta\tau \{1 - (R/a) [1 + R_1'(\gamma, u_2) F_1'(\tau_1) \tau_1/R]\}^{-1} \quad (2.7)$$

Тогда, используя (2.1), (2.7) и учитывая, что $\tau_1 = 2^{-1/2} P \cos \lambda [(1 - R/a)]^{-1}$ приращение пластической деформации можно выразить следующим образом:

$$\begin{aligned} \delta e^p = & \frac{1}{2} \int F_1'(\tau_1) \frac{\delta\sigma \sin(\alpha - \lambda) (\rho \cos \lambda - q \sin \lambda) d\lambda}{1 - (R/a) \{1 + (R_1'(\gamma, u_2)/R F_1'(\tau_1) \tau_1)\}} + \\ & + \frac{1}{2} \int F_1' \left(\frac{P \cos \lambda}{\sqrt{\sigma}} \right) \delta\sigma \sin(\alpha - \lambda) (\rho \cos \lambda - q \sin \lambda) d\lambda \quad (2.8) \end{aligned}$$

В выражении (2.8) следует определить пределы интегрирования. Пластические деформации возникают, когда $\tau = P \cos \lambda / \sqrt{2}$ достигнет предельного значения $\tau_L = P_L / \sqrt{2}$, т. е. пластические сдвиги происходят в плоскостях, для которых $-\varphi_0 \leq \lambda \leq \varphi_0$, $\cos \varphi_0 = P_L / P = \tau_L / \tau$. Начальная кривая текучести является окружностью радиуса P_L в плоскости нагружения.

При превышении напряженно-деформированным состоянием условия зарождения дефектов, в качестве которого возьмем механизм Стро и который сводится к выполнению условия $\tau = \tau_s$, получим, что микродефекты образуются в плоскостях $-\varphi_1 \leq \lambda \leq \varphi_1$, где угол φ_1 определяется из условия $\cos \varphi_1 = P_s / P = \tau_s / \tau$. В этом случае кривой начала образования микродефектов в плоскости нагружения является окружность радиуса P_s и, так как $P_s > P_L$, то $\varphi_1 < \varphi_0$ (фигура).

Дополнительные сдвиги происходят только в тех плоскостях, где они были при предварительном деформировании. Поэтому, если путь догрузки такой, что для всей области $-\varphi_1 \leq \lambda \leq \varphi_1$ выражение

$$1 - (R/a) [1 + (R_1'(\gamma, u_2)/R) F_1'(\tau_1) (\tau_1)] > 0 \quad (2.9)$$

больше нуля, то $\delta\tau_1 > 0$ при $\alpha \geq \lambda$. При $\alpha \geq \varphi_0$ пластические деформации будут во всех плоскостях и λ в первом интеграле (2.8) будет изменяться в пределах $-\varphi_1 \leq \lambda \leq \varphi_1$, во втором интеграле (2.8) значение λ будет изменяться в пределах $-\varphi_0 \leq \lambda \leq -\varphi_1$ и $\varphi_1 \leq \lambda \leq \varphi_0$.

Если $\varphi_1 < \alpha < \varphi_0$, то интегрирование в первом интеграле (2.8) распространяется на все плоскости, для которых $-\varphi_1 \leq \lambda \leq \varphi_1$, интегрирование во втором интеграле производится в пределах $\varphi_1 \leq \lambda \leq \alpha$ и $-\varphi_0 \leq \lambda \leq -\varphi_1$. Когда $-\varphi_1 < \alpha < \varphi_1$, то λ в первом интеграле изменяется на отрезке $[-\varphi_1, \alpha]$, во втором интеграле на отрезке $[-\varphi_0, \varphi_1]$. При $-\varphi_0 < \alpha < -\varphi_1$ первый интеграл равен нулю, во втором интеграле λ изменяется в пределах $-\varphi_0 \leq \lambda \leq \alpha$. Если $\alpha < -\varphi_0$, то происходит упругая разгрузка.

Рассмотрим случай пропорциональной догрузки. При превышении напряженно-деформированным состоянием условия зарождения микродефектов с увеличением напряжений придем в состояние, когда

$$\delta\tau = \left\{ 1 - \frac{R}{a} \left[1 + \frac{R_1'(\gamma, u_2)}{R} F_1'(\tau_1) \right] \right\} \delta\tau_1 = \delta\sigma \sin(\alpha - \lambda) = 0$$

Такому состоянию соответствует равенство выражения (2.9) нулю при $u_2 = u$, и оно при пропорциональной догрузке первоначально достигается на плоскости, для которой $\lambda = 0$, $\alpha = \pi/2$. При дальнейшем деформировании пластические сдвиги в этой плоскости будут происходить при $\alpha = -\pi/2$ и убывающем приложенном напряжении. На тех плоскостях, где $\lambda \neq 0$, пластических сдвигов не будет, поскольку на них при $u_2 = u$ выражение (2.9) меньше нуля, а также $\sin(-\pi/2 - \lambda) < 0$ и $\delta\tau_1 < 0$. Таким образом происходит потеря устойчивости пластического деформирования, возникает локальный сдвиг в плоскости $\lambda = 0$ и условие неустойчивости при пропорциональном нагружении можно записать в виде:

$$\Phi = 1 - \frac{R}{a} \left\{ 1 + \frac{R_1'(\gamma, u)}{R} R_1' \left[\frac{P}{\sqrt{2}(1-R/a)} \right] \frac{P}{\sqrt{2}(1-R/a)} \right\} = 0 \quad (2.10)$$

При непропорциональной догрузке после пропорционального нагружения в зависимости от величины u_1/u и величины $\delta\sigma$ также можно прийти к состоянию, когда выражение (2.9) будет равно нулю. Найдя минимальное значение выражения (2.9), вычисленного с учетом приращений R , τ_1 и u_2 , которые определяются по формулам (2.4), (2.5) и (2.6), получим значение угла λ_2 , определяющего плоскость, по которой происходит локальный сдвиг. В частности, можно найти значение угла догрузки $\alpha > 0$ в зависимости от u_1/u , когда равенство выражения (2.9) нулю выполняется при $\lambda = 0$.

Если $\alpha < 0$, $u_1 < u$ и соответственно $u_2 > u$ и приращение размера дефектов (2.6) таково, что равенство нулю выражения (2.9) первоначально достигается при неизменных размерах дефектов в плоскости $\lambda = 0$, то локальный сдвиг произойдет в плоскости $\lambda = 0$. В противном случае локализация пластического деформирования произойдет в плоскости $\lambda = \lambda_2$, где $-\varphi_1 < \lambda_2 < \alpha$.

Таким образом, из равенства нулю выражения (2.9) следует, что выбором напряженного состояния можно как отдалить момент возникновения неустойчивости пластического деформирования, так и ускорить его. Для предлагаемой в [16] функции $f(u) = A \operatorname{sh}(B\sigma_0/\sigma_i)$ увеличение σ_0/σ_i ускорит момент неустойчивости, уменьшение — отдалит, а при отрицательных значениях $u = \sigma_0/\sigma_i$ состояние неустойчивости не достигается. В этом случае происходит закрытие дефектов.

Рассмотрим случай догрузки на падающем участке кривой деформирования. Тогда $\lambda = 0$ и

$$\delta e^p = F'(\tau_1) \delta\sigma \sin \alpha \rho / \Phi \quad (2.11)$$

На падающем участке кривой деформирования выражение, стоящее в знаменателе (2.11), меньше нуля, соответственно меньше нуля и его начальные значения при изменении u_2 .

Дополнительное деформирование происходит при $-\pi/2 \leq \alpha < 0$ в плоскости скользяния $\lambda = 0$ при убывающих приложенных напряжениях, в остальных плоскостях дополнительных пластических сдвигов не происходит (только упругая разгрузка). Когда знаменатель Φ в правой части равенства (2.11) начинает возрастать от значения, принимаемого при $u_2 = u$, касательный модуль на падающем участке кривой деформирования начинает убывать на абсолютной величине. При равенстве нулю знаменателя Φ в правой части (2.11) кривая деформирования имеет касательный модуль, равный нулю, при дальнейшем увеличении этого выражения пластическое деформирование происходит только в плоскости $\lambda = 0$ при $0 < \alpha \leq \pi/2$, т. е. при возрастающем приложенном напряжении. В этом случае происходит закрытие микродефектов в этой плоскости.

Условие локализации пластической деформации (2.10) при пропорциональной догрузке также следует из анализа модели [11], основанной на теории Батдорфа — Будянского. Связь между приращениями пластических

деформаций и приращениями напряжений в этом случае имеет вид

$$\begin{aligned} \delta \varepsilon_{ij}^p = & \frac{1}{2} \int_{\Omega_1} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (n_i \beta_j + n_j \beta_i) F_1' \left(\frac{\tau_{12}}{1-R/a} \right) \delta \left(\frac{\tau_{12}}{1-R/a} \right) d\Omega d\beta + \\ & + \int_{\Omega_1} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \beta_{ki} \beta_{sj} \delta \varepsilon_{ks}^p d\Omega d\beta + \frac{1}{2} \int_{\Omega_1} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (n_i \beta_j + n_j \beta_i) F_1' (\tau_{12}) \delta \tau_{12} d\Omega d\beta \end{aligned} \quad (2.12)$$

При бесконечно малой догрузке пластические сдвиги происходят только в тех системах скольжения, где они были при предварительном нагружении, и поэтому при пропорциональной догрузке область интегрирования не меняется. В выражении (2.12) приращение эффективного касательного напряжения будет равно

$$\delta \left(\frac{\tau_{12}}{1-R/a} \right) = \frac{\delta \tau_{12}}{\Phi_1}, \quad \Phi_1 = 1 - \frac{R}{a} \left[1 + \frac{R_1'(\gamma, u)}{R} F_1' \left(\frac{\tau_{12}}{1-R/a} \right) \frac{\tau_{12}}{1-R/a} \right] \quad (2.13)$$

где $\delta \tau_{12}$ выражается через приращения приложенных к телу напряжений, изменяющихся пропорционально одному параметру. Из (2.13) следует, что условие локализации пластического деформирования имеет вид (2.10). При непропорциональной догрузке в общем случае изменение границ интегрирования в (2.12) исследовать затруднительно, но плоская модель достаточно полно отражает суть явления.

Необходимо заметить, что условия образования и плоскости локального сдвига зависят от условий роста микродефектов. Результаты, полученные выше, выведены при условии зависимости изменения размера дефектов от отношения σ_0/σ_i . Когда условия изменения размера дефектов зависят от других переменных, результат, естественно, изменится. В частности, при пропорциональном нагружении и зависимости условий роста дефектов от отношения σ_n/τ , где σ_n — нормальное напряжение и τ — касательное напряжение к плоскости скольжения, локальный сдвиг не будет происходить по плоскости $\lambda=0$ к направлению нагружения. В этом случае значение угла λ , определяющего направление локального сдвига, следует вычислять из равенства $1 - (R/a) [1 + (R_1'(\gamma, v)/R) F_1'(\tau_1)(\tau_1)] = 0$, где $v = \sigma_n/\tau = \sqrt{2}u/\cos \lambda - \text{tg } \lambda$ в модели плоского тела и $-\varphi_1 \leq \lambda \leq \varphi_1$. Аналогично предыдущему может быть рассмотрена и непропорциональная догрузка.

ЛИТЕРАТУРА

1. Композиционные материалы. Т. 5. Разрушение и усталость / Под ред. Л. Браутман. М.: Мир, 1975. 484 с.
2. Работнов Ю. Н. О механизме длительного разрушения. — В кн.: Вопросы прочностных материалов и конструкций. М.: Изд-во АН СССР, 1959, с. 5–7.
3. Работнов Ю. Н. О разрушении вследствие ползучести. — ПМТФ, 1963, № 2, с. 113–123.
4. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 752 с.
5. Rabotnov Y. N. Creep rupture. — In: Proc. 12 Internat. Congr. Appl. Meth., Stanford Univ., 1968. Berlin: Springer, 1969, p. 342–349.
6. Работнов Ю. Н. О разрушении твердых тел. — В кн.: Проблемы механики деформируемого твердого тела. Л.: Судостроение, 1970, с. 353–357.
7. Rabotnov Y. N. Kinetics of creep and creep rupture. — In: Irreversible aspects of continuum mechanics. IUTAM Symposium. Vienna, 1966. Wien — New York: Springer, 1966, p. 326–334.
8. Rabotnov Y. N. Some aspects of fracture mechanics in the URSS. — In: Fracture Mechanics. 10th Symposium in Naval Structural Mechanics. Washington, 1978, p. 173–190.
9. Новожилов В. В. О пластическом разрыхлении. — ПММ, 1965, т. 29, вып. 4, с. 681–689.

10. *Garson A. L.* Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth. Pt 1. Yield criteria and flow rules for porous ductile media.—*Trans. ASME. J. Engng Mater. and Technol.*, 1977, v. 99, No. 1, p. 2–15.
11. *Березин А. В.* Одноосное деформирование пластического тела с учетом образования и роста микротрещин.—*Изв. АН СССР. МТТ*, 1977, № 5, с. 69–75.
12. *Березин А. В., Строков В. И., Барабанов В. Н.* Деформируемость и разрушение изотропных графитовых материалов.— В кн.: *Конструкционные материалы на основе углерода*. Вып. 11. М.: *Металлургия*, 1976, с. 184–188.
13. *Березин А. В., Ломакин Е. В., Строков В. И., Барабанов В. Н.* Сопротивление деформированию и разрушению изотропных графитовых материалов в условиях сложного напряженного состояния.— *Проблемы прочности*, 1979, № 2, с. 60–65.
14. *Клюшников В. Д.* Новые представления в пластичности и деформационная теория.— *ПММ*, 1959, т. 23, вып. 4, с. 722–731.
15. *Ибрагимов В. А.* Некоторые вопросы теории разупрочняющихся сред.— *Изв. АН СССР. МТТ*, 1972, № 4, с. 55–63.
16. *McClintock F. A.* A criterion ductile fracture by the growth of holes.— *Trans. ASME. Ser. E. J. Appl. Mech.*, 1968, v. 35, No. 2, p. 363–371.
17. *Stroh A. N.* The formation of cracs as a results of plastic flow.— *Proc. Roy. Soc. Ser. A*, 1954, v. 223, No. 1154, p. 404–414.

Москва

Поступила в редакцию
13.X.1980