МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 6 · 1982

УДК 539.376

О ХРУПКОМ РАЗРУШЕНИИ ПРИ ПОЛЗУЧЕСТИ

ВАКУЛЕНКО А. А. (мл.)

Известно, что непосредственно наблюдаемому разрушению твердого тела обычно предшествует стадия скрытого разрушения, в ходе которой накапливаются изменения микроструктуры, подготавливающие макроразрушение. Во многих случаях стадия скрытого разрушения начинается практически с началом процесса деформирования тела.

Для описания этой стадии в условиях ползучести обычно используется скалярный параметр — «сплошность» [1] или «повреждаемость» [2], подчиняющийся подходящему определяющему уравнению. Однако в этих основополагающих работах никакой конкретной физической интерпретации параметру поврежденности не дается, а определяющее уравнение для него берется на основе чисто интуитивных соображений.

Вместе с тем сейчас есть существенные основания считать, что важнейшим элементом в накоплении микроповреждений является «разрыхление» микроструктуры тела — появление и развитие в теле при необратимой его деформации сети микропор различной природы. По современным представлениям необратимая деформация реального твердого тела неизбежно связана с разрыхлением и именно оно дает зародыши макротрещин. На макроуровне разрыхление проявляется в виде остаточного изменения объема и, следовательно, плотности образца. Для пластичных металлов этот эффект сравнительно невелик, но в таких случаях, как циклические процессы и ползучесть, должен быть заметным и для металлов [1].

По данным многочисленных опытов, проведенных в последние годы, изменение плотности металлических образцов при ползучести часто достигает 1 – 2% [4, 5]. С учетом этого в [5] предлагается в качестве параметра поврежденности использовать относительное изменение плотности [2] $(\rho-\rho_0)/\rho_0$. Очевидно, поскольку $\rho=\rho_0(1+\varepsilon_v)^{-1}$, где ε_v — относительное изменение объема, что с тем же успехом в роли параметра поврежденности можно использовать ε_v или подходящую функцию этой величины. Как будет показано далее, при этом вся характерная картина зависимости долговечности от уровня напряжения при ползучести стержня под действием фиксированной растягивающей силы вытекает из одного несомненного экспериментального факта. Еще более важно, что при указанном выборе параметра поврежденности удается достаточно просто развить основы статистического подхода к квазихрупкому разрушению при ползучести.

1. Пусть $\mathbf{J}$ — якобиан преобразования, сопоставляющего начальным положениям точек деформируемой сплошной среды их положения в текущий момент процесса. Тогда $\mathbf{J}=1+\varepsilon_v$, где $\varepsilon_v=(d\mathbf{v}-d\mathbf{v}_0)/d\mathbf{v}_0$ — относительное изменение объема элемента среды, в силу известной формулы Эйлера $d\mathbf{J}/dt=\mathbf{J}\operatorname{div}\mathbf{V}$ ($\mathbf{V}$ — вектор скорости точек среды) и в результате

$$\frac{d}{dt}\ln(1+\varepsilon_v)=\operatorname{div}\mathbf{V} \qquad (1.1)$$

Рассмотрим ползучесть цилиндрического стержня под действием фиксированной растягивающей силы. Пусть σ_x — напряжение в поперечном

[1] На особую в этом отношении роль указанных процессов обратил внимание В. В. Новожилов [3].

[2] Р. А. Арутюнян показал, что при таком выборе параметра поврежденности можно естественным образом получить удовлетворительное соотношение для долговечности при ползучести (*Р. А. Арутюнян, А. А. Вакуленко.* Роль разрыхления материала при разрушении в условиях ползучести. Докл. на V Всес. съезде по теорет. и прикл. механике, Алма-Ата, 1981).

сечении стержня, ξ_x — соответствующая компонента тензора скорости деформации (так что $\sigma_x\xi_x$ — мощность напряжений на единицу объема стержня в текущем его состоянии). При установившейся ползучести

$$\xi_x = f(\sigma_x) \tag{1.2}$$

Если, далее, ε_v^* — значение ε_v в момент начала макроразрушения и $\omega = \ln(1+\varepsilon_v)/\ln(1+\varepsilon_v^*)$, то $0 \leqslant \omega \leqslant 1$, причем $\omega = 0$ в начальном состоянии, т. е. так определенный параметр ω обладает всеми свойствами, которые обычно приписывают параметру поврежденности [2, 6]. Из (1.1) и (1.2) имеем, учитывая, что $\operatorname{div} V = \xi_x + \xi_y + \xi_z$ и вводя обозначение $\nu = -\xi_y/\xi_x$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1-2\nu}{\ln(1+\varepsilon_v^*)} f(\sigma_x) \tag{1.3}$$

Заметим, что поскольку скорости ξ_x, ξ_y — функции напряжения σ_x, при установившейся ползучести не зависящие от других параметров, то и коэффициент $\nu = -\xi_y/\xi_x$, аналогичный коэффициенту Пуассона, является функцией σ_x. Должно быть функцией σ_x и предельное значение объемной деформации ε_v^*.

Действительно, учтем, во-первых, что основной вклад в изменение объема при ползучести у реального образца дает разрыхление, изменение ε_v из-за которого, как уже отмечалось, может достигать 1–2% и более, в то время как упругая часть ε имеет, в лучшем случае, порядок 0,01%. Но разрыхление подготавливает появление трещины (или трещин) и, соответственно, проявляется в большей мере тогда, когда более хрупким является макроразрушение (для реального образца фактически всегда вязкохрупкое) и, наоборот, проявляется в меньшей мере, когда макроразрушение является более вязким. Это и значит, что $\varepsilon_v^* = \varepsilon_v^*(\sigma_x)$, ибо характер разрушения образца в процессах ползучести при постоянной растягивающей силе определяется уровнем напряжения: в серии испытаний металлических образцов на ползучесть при разных напряжениях и прочих одинаковых условиях с уменьшением напряжения разрушение становится более хрупким (хотя время до разрушения увеличивается), в то время как для вычисления времени до разрушения при достаточно высоких напряжениях оказывается подходящей схема идеально вязкого разрушения (схема Хоффа) [6, 7]. С физической точки зрения это связано с тем, что при достаточно высоких напряжениях, близких к пределу текучести образца при данной температуре, внутризеренные скольжения с участием термофлуктуаций происходят сравнительно легко, обусловливая быстрое нарастание остаточной деформации. С уменьшением же внешних сил разница между определяемыми ими напряжениями и критическими напряжениями сдвига по площадкам скольжения в зернах увеличивается и преодолевается при помощи термофлуктуаций реже, а в механизме ползучести все большее значение начинают иметь взаимные смещения зерен по их границам, всегда сопровождающиеся появлением большого числа микропор и микротрещин [8].

Таким образом, если отношение $(1-2\nu)/\ln(1+\varepsilon_v^*)$, входящее в уравнение (1.3), обозначить через h, то $h = h(\sigma_x)$, а само это уравнение можно записать так:

$$d\omega/dt = h(\sigma_x) f(\sigma_x) \tag{1.4}$$

На основании изложенного $h(\sigma_x)$ имеет наибольшее значение при $\sigma_x = 0$ и убывает с ростом σ_x. Допустим, что вблизи $\sigma_x = 0$ это убывание происходит достаточно медленно для того, чтобы, изучая процессы при малых σ_x, функцию $h(\sigma_x)$ в (1.4) можно было заменить постоянной $h_0 = h(0)$. Тогда, пренебрегая также малым при малых деформациях различием между $\sigma_x = \sigma_0\psi^{-1}$ и «условным» напряжением σ_0 ($\psi = F/F_0$, где F — площадь поперечного сечения стержня в текущий момент процесса), из (1.4) имеем $\omega = h_0 f(\sigma_0) t$, откуда для времени до разрушения (точнее, до появления макротрещин) $t_* = 1/h_0 f(\sigma_0)$. При обычной (и, как правило, обоснованной) аппроксимации $f(\sigma_x) = B\sigma_x^m$ из предыдущего соотношения $\sigma_0^{-m} = h_0 B t_*$, что на плоскости в координатах $\ln \sigma_0$, $\ln t_*$ соответствует прямой с угловым коэффициентом $-1/m$. С другой стороны, при достаточно высоких напряжениях разрушение в процессе ползучести происходит при больших деформациях и, как уже отмечалось, применима схема Хоффа, дающая на плоскости в координатах $\ln \sigma_0$, $\ln t_*$ прямую с тем же угловым коэффициентом $-1/\mathbf{m}$. Действительно, здесь материал считается несжимаемым, так что $\psi\lambda=1$ (где $\lambda=l/l_0$) и $2\xi_x=d(\lambda^2-1)/dt=-2\psi^{-3}d\psi/dt$, из (1.2) при этом и при прежней степенной аппроксимации функции $f(\sigma_x)$ имеем — $\psi^{m-3}(d\psi/dt)=\mathbf{B}\sigma_0^m$, откуда, интегрируя и используя в качестве условия разрушения, как предписывается этой схемой, условие $\psi=0$, получим $\sigma_0^{-m}=(\mathbf{m}-2)\mathbf{B}t_*$.

Следовательно, при принятом выше предположении о слабом изменении $\mathbf{h}(\sigma_x)$ вблизи $\sigma_x=0$, на плоскости в координатах $\ln\sigma_0$, $\ln\mathbf{t}_*$ малым значениям σ_0 соответствует отрезок прямой, которая параллельна прямой, получающейся по схеме Хоффа для достаточно больших σ_0. Другими словами, связь $\ln\sigma_0$ с $\ln\mathbf{t}_*$ на упомянутой плоскости предстает в виде отрезков двух непересекающихся одна с другой прямых и потому не является непрерывной, что противоречит не только опыту, но и простым логическим соображениям. Так как сомневаться в схеме Хоффа нет оснований — все другие достаточно обоснованные схемы вязкого разрушения при ползучести дают близкие результаты, причиной этого противоречия может быть только исходное предположение о поведении функции $\mathbf{h}(\sigma_x)$ вблизи $\sigma_x=0$. Откажемся поэтому от предположения, что функция $\mathbf{h}(\sigma_x)$ достаточно медленно убывает с ростом σ_x вблизи точки $\sigma_x=0$, и допустим, наоборот, что вблизи этой точки $\mathbf{h}(\sigma_x)$ убывает быстро. Подходящая аппроксимация, если исключить чрезмерно близкие к нулю значения σ_x, выглядит так: $\mathbf{h}(\sigma_x)=\mathbf{a}\sigma_x^{-\alpha}$, $0<\alpha<\mathbf{m}$, и, внося это в (1.4) вместе с прежней степенной аппроксимацией функции $\mathbf{f}(\sigma_x)$, для малодеформационного разрушения теперь получим $\sigma_0^{\alpha-m}=\mathbf{aBt}_*$. Соответствующая прямая на плоскости, отнесенной к прямоугольным координатам $\ln\sigma_0$, $\ln\mathbf{t}_*$, имеет угловой коэффициент $-1/(\mathbf{m}-\alpha)$ и наклонена к оси $\ln\mathbf{t}_*$ круче, чем прямая для больших значений σ_0, как это всегда получается и в эксперименте [9].

Уравнение (1.4) можно уточнить за счет использования более точного, чем (1.2), уравнения ползучести, введения эффективного напряжения, и в некоторых других деталях. Но все это сводится к сравнительно небольшим поправкам. Более трудную задачу представляет учет неравномерности распределения разрыхления в реальных образцах. Эта неравномерность, как показывают данные опытов [10], может быть весьма значительной и случайным образом меняется от образца к образцу, обусловливая разброс значений времени до разрушения при испытании макроскопически идентичных образцов. Во многих случаях величина этого разброса имеет порядок самого среднего значения, и поэтому естественно, что на проблему основ статистической теории долговечности при ползучести уже обращали внимание, хотя работ в этой области известно пока еще мало. Среди них выделяется работа [11], в которой тщательно анализируются многие вопросы такой теории. Однако, как и в почти всех других работах по основам статистической теории прочности, природа рассматриваемых микродефектов в [11] не уточняется, что затрудняет интерпретацию и проверку деталей теории на основе экспериментальных данных. Попытаемся использовать возможность обоснованной конкретизации параметра поврежденности для конкретизации статистического описания накопления повреждений при ползучести.

2. Пусть $\mathbf{v}$ — область, которую занимает в пространстве исследуемое тело в текущий момент процесса, и пусть эту область можно разбить на подобласти $\Delta\mathbf{v}_1, \Delta\mathbf{v}_2, \ldots, \Delta\mathbf{v}_N$ (этими же символами $\Delta\mathbf{v}_k$ будем обозначать также объем подобластей), достаточно малые для возможности пренебречь изменением основных полей в пределах подобласти, и в то же время такие, накопление повреждений внутри каждой из которых можно считать процессом, не зависящим от аналогичных процессов в других подобластях. Это обычное предположение точно не выполняется, строго говоря, никогда, но отказ от него связан с чрезвычайным усложнением теории.

Будем считать, кроме того, что подобластям можно сопоставить такую функцию состояния материала в подобласти $\chi=\chi(\sigma_k, \omega_k)$ (где σ_k и ω_k —

напряжение и параметр поврежденности для k-й подобласти), что $\chi(\sigma_k, \omega_k)\Delta \mathbf{v}_k$ есть вероятность разрушения части тела, заключенной в $\Delta \mathbf{v}_k$, при данном напряжении σ_k и уровне поврежденности $\geqslant \omega_k$. Это так же обычное предположение, с тем лишь отличием, что подобного рода локальная функция распределения обычно считается функцией только напряжения (и, соответственно, $\chi(\sigma_k)\Delta \mathbf{v}_k$ трактуется как вероятность разрушения k-го элемента при напряжении $\leqslant \sigma_k$ [12]). Но в такой форме это предположение содержит условие о том, что уровень поврежденности элемента полностью определяется его напряженным состоянием, что для процессов ползучести заведомо неверно.

Если $\chi(\sigma_k, \omega_k)\Delta \mathbf{v}_k$ — вероятность разрушения k-го элемента при указанных выше условиях, то $1-\chi(\sigma_k, \omega_k)\Delta \mathbf{v}_k$ — вероятность того, что при этих условиях элемент не разрушится. С учетом первого предположения для тела в целом имеем

$$1-\mathbf{Q}(\mathbf{P}, t)=\prod_{\mathbf{k}=1}^{\mathbf{N}}(1-\chi(\sigma_k, \omega_k)\Delta \mathbf{v}_k) \tag{2.1}$$

Здесь $\mathbf{Q}(\mathbf{P}, t)$ — вероятность того, что при заданной внешней нагрузке $\mathbf{P}$ макроразрушение тела начнется в момент времени $\leqslant \mathbf{t}$. Очевидно, что в процессе ползучести тела заданной начальной конфигурации под действием заданных постоянных (не меняющихся со временем) сил $\mathbf{P}$ величины σ_k и ω_k для каждого элемента $\Delta \mathbf{v}_k$ суть функции P и t, а потому и $\mathbf{Q}=\mathbf{Q}(\mathbf{P}, \mathbf{t})$.

Логарифмируя обе части (2.1) и принимая во внимание, что при достаточно малом $\Delta \mathbf{v}_k$ с достаточной точностью $\ln(1-\chi\Delta \mathbf{v}_k)=-\chi\Delta \mathbf{v}_k$, получим

$$\ln(1-\mathbf{Q}(\mathbf{P}, \mathbf{t}))=-\sum_{\mathbf{k}=1}^{\mathbf{N}}\chi(\sigma_k, \omega_k)\Delta \mathbf{v}_k$$

откуда с очевидными оговорками

$$\mathbf{Q}(\mathbf{P}, \mathbf{t})=1-\exp\left(-\int_{(\mathbf{v})}\chi(\sigma_x, \omega)\,d\mathbf{v}\right) \tag{2.2}$$

Из определения функции $\mathbf{Q}$ следует, что $\mathbf{Q}(\mathbf{P}, \mathbf{t})$ при каждом фиксированном $\mathbf{P}$ есть функция распределения времен до разрушения (точнее, значений $\mathbf{t}$ в момент начала макроразрушения тела), а $\partial \mathbf{Q}/\partial \mathbf{t}$, соответственно,— плотность этого распределения, используя которую можно получить среднее время до разрушения, стандартное отклонение от этого среднего и другие статистические характеристики процесса.

3. Вернемся к случаю ползучести цилиндрического образца под действием фиксированной растягивающей силы. Заметим, что вследствие осевой симметрии задачи напряженное состояние и малых объемов должно быть близко к осесимметричному, так что можно положить $\xi_y=\xi_z$ и потому, как и ранее, $\operatorname{div}\mathbf{V}=(1-2\nu)\xi_x$, где $\nu=-\xi_y/\xi_x$ (с тем отличием, что теперь ξ_x, ξ_y, ξ_z — компоненты не среднего для образца в целом, а более детального поля тензора скорости деформации). Вместо соотношения $\omega=\ln(1+\varepsilon_\mathrm{v})/\ln(1+\varepsilon_\mathrm{v}^*)$, использовавшегося в п. 1, параметр поврежденности теперь удобнее определить соотношением $\omega=\ln(1+\varepsilon_\mathrm{v})$. Если допустить, кроме того, что при установившейся ползучести образца и для сравнительно малых его объемов справедливо уравнение вида (1.2) при надлежащем истолковании σ_x, то из (1.1) будем иметь

$$d\omega/d\mathbf{t}=(1-2\nu)\,\mathbf{f}(\sigma_x) \tag{3.1}$$

причем, в соответствии с изложенным в п. 1 ν — также функция напряжения σ_x.

При рассмотрении в п. 1 малодеформационных (хрупких) разрушений не учитывалось не только изменение напряжения в поперечном сечении образца из-за сужения сечения, но и влияние на напряжение разрыхления, ибо при предельных значениях изменения плотности образца порядка 1—2% влияние разрыхления на величину среднего по сечению образца напряжения пренебрежимо мало. Вследствие неравномерного распределения разрыхления по образцу, при указанных значениях изменения средней плотности образца изменение плотности достаточно малых его частей могут быть заметно бóльшими. Принимая это во внимание, будем рассматривать σ_x в (3.1) как эффективное напряжение, определяемое соотношением $\sigma_x=(1-\omega)^{-1}\sigma$, где σ — напряжение, вычисляемое без учета микропористости. Тогда, при пренебрежении членами разложения со степенями ω выше первой, $\mathbf{f}(\sigma_x)=\mathbf{f}(\sigma)+\mathbf{f}'(\sigma)\sigma\omega$, $\nu(\sigma_x)=\nu(\sigma)+\nu'(\sigma)\sigma\omega$, а отсюда и из (3.1) имеем

$$d\omega/dt+(2\nu'\mathbf{f}-(1-2\nu)\mathbf{f}')\sigma\omega=(1-2\nu)\mathbf{f} \tag{3.2}$$

При установившейся ползучести все коэффициенты и правая часть этого уравнения — постоянные числа и потому

$$\omega=\int_0^t(1-2\nu)\exp\{-(t-\tau)(2\nu'\mathbf{f}-(1-2\nu)\mathbf{f})\sigma\}\,d\tau \tag{3.3}$$

На основании изложенного в п. 1 $h(\sigma_x)=(1-2\nu)/\ln(1+\varepsilon_v{}^*)$ — монотонно убывающая функция, причем особенно быстро убывающая вблизи $\sigma_x=0$. Поэтому $\nu(\sigma_x)$ — монотонно возрастающая функция, быстро растущая вблизи точки $\sigma_x=0$, в которой обычно $\nu\simeq0{,}20-0{,}25$, и асимптотически приближающаяся к значению 0,50 с ростом σ_x. Отсюда следует, что $\nu'(\sigma_x)$ подобно $h(\sigma_x)$ — монотонно убывающая функция, особенно быстро убывающая вблизи $\sigma_x=0$ и асимптотически приближающаяся к нулю с ростом σ_x. Существенно, что значение $\nu'(0)$ может быть очень большим; при уже упоминавшейся степенной аппроксимации функции $\mathbf{f}(\sigma_x)$ должно быть $\nu'(0)=\infty$.

Действительно, в силу очевидных фактов ядро в (3.3) должно быть убывающей функцией от $\theta=t-\tau$, поэтому $2\nu'\mathbf{f}-(1-2\nu)\mathbf{f}>0$ при любом $\sigma>0$, когда $\mathbf{f}(\sigma)=\mathbf{B}\sigma^m$, отсюда $2\sigma\nu'>(1-2\nu)\mathbf{m}$, и так как $\nu(0)<0{,}50$, то при $\sigma\to0$ необходимо $\nu'\to\infty$.

Таким образом, значения функции $\nu'(\sigma)$ при изменении ее аргумента в конечном промежутке изменяются в пределах $0\leqslant\nu'\leqslant\infty$, причем $\nu'(\sigma)$ наиболее чувствительна к изменениям аргумента вблизи $\sigma=0$, т. е. в области, которой в процессах ползучести соответствуют хрупкие разрушения. Поэтому ν' наилучшим образом по сравнению со всеми другими входящими в уравнения (3.1) и (3.2) параметрами подходит для определения вероятностной меры в рассматриваемой задаче.

Допустим, что существует такая функция φ на полуоси $[0,\infty)$, что $\varphi(\mathbf{x})\Delta\mathbf{x}$ для любого $\mathbf{x}\geqslant0$ и $\Delta\mathbf{x}>0$ есть мера множества точек области, занимаемой образцом, для которых $\mathbf{x}\leqslant\nu'\leqslant\mathbf{x}+\Delta\mathbf{x}$. Функция φ должна удовлетворять известным требованиям и условию

$$\int_0^\infty\varphi(\mathbf{x})\,d\mathbf{x}=\mathbf{v} \tag{3.4}$$

где $\mathbf{v}$ — объем образца. При перечисленных свойствах ν' существование такой φ почти очевидно, хотя для строгого доказательства потребовалось бы немало усилий. Если допустить также справедливость эргодической гипотезы, то осреднение по объему сводится к осреднению по мере $\varphi(\mathbf{x})d\mathbf{x}$, и с учетом (3.4)

$$\int_{(\mathbf{v})}\chi(\sigma_x,\omega)\,d\mathbf{v}=\int_0^\infty\chi(\sigma_x,\omega)\varphi(\nu')\,d\nu' \tag{3.5}$$

Функция χ должна быть возрастающей по каждому из аргументов при любом значении другого. Простейшая допустимая аппроксимация дается соотношением $\chi=b(\sigma_x)\omega$. Поскольку $\sigma_x=(1-\omega)^{-1}\sigma$, с сохранением по-прежнему лишь членов с ω в степени не выше первой, будет $b(\sigma_x)=b(\sigma)+b'(\sigma)\sigma\omega$ и $\chi=b(\sigma)\omega$. Внося (3.3) в последнее соотношение и используя затем (3.5) и (2.2), получим

$$\mathbf{Q}(\mathbf{P},\mathbf{t})=1-\exp\left(-\int_0^{\mathbf{t}}\mathbf{K}(\mathbf{t}-\tau,\sigma)\mathbf{f}(\sigma)\,d\tau\right) \tag{3.6}$$

$$\mathbf{K}(\theta,\sigma)=\mathbf{b}(1-2\nu)\int_0^{\infty}\exp\{-\theta(2\mathbf{x}\mathbf{f}-(1-2\nu)\mathbf{f}')\sigma\}\varphi(\mathbf{x})\,d\mathbf{x} \tag{3.7}$$

где $\mathbf{b}(\sigma)$, $\nu(\sigma)$, $\mathbf{f}(\sigma)=\mathbf{B}\sigma^{m}$ — монотонные функции напряжения $\sigma=\mathbf{P}/\mathbf{F}$. При конкретизации функции φ следует учитывать, во-первых, что ядро (3.7) должно быть убывающей функцией θ при любом $\sigma\geqslant 0$. Определенные выводы относительно φ можно сделать также из рассмотрения предельных случаев: когда $\varphi=\mathrm{const}$ (постоянную можно принять равной единице), и когда $\varphi(\mathbf{x})=\mathbf{C}\delta(\nu_0'-\mathbf{x})$, где ν_0' — значение $\nu'(\sigma)$ при некотором фиксированном, достаточно малом σ (и где можно принять $\mathbf{C}=1$). Первому условию с физической точки зрения соответствует равномерное по объему образца распределение опасных подобъемов, что заведомо неверно для разрушений при относительно небольших σ, когда $\nu(\sigma)$ заметно меньше 0,5 и разрушение происходит при малой деформации. То же самое относительно первого условия вытекает и из (3,7): нетрудно проверить, что при $\nu<0{,}5$ и $\varphi=1$ ядро $\mathbf{K}(\theta,\sigma)$ не удовлетворяет условию убывания по первому аргументу.

Условие $\varphi(\mathbf{x})=\delta(\nu_0'-\mathbf{x})$ соответствует концепции «наислабейшего звена», т. е. предельно узкой локализации зародышей макротрещин. Из (3.7) при этом условии имеем

$$\mathbf{K}(\theta,\sigma)=\mathbf{b}(1-2\nu)\exp\{-\theta(2\nu_0'\mathbf{f}_0-(1-2\nu_0)\mathbf{f}_0')\sigma_0\} \tag{3.8}$$

а из (3.6) далее $\mathbf{Q}=1-\exp(-(1-2\nu_0)\mathbf{b}\mathbf{f}_0\mathbf{t})$. Для $\bar{\mathbf{t}}_*$ — среднего времени до начала макроразрушения и для дисперсии, соответственно, получим

$$\bar{\mathbf{t}}_*=\int_0^{\infty}\mathbf{t}\frac{\partial\mathbf{Q}}{\partial\mathbf{t}}dt=\frac{1}{(1-2\nu_0)\mathbf{b}\mathbf{f}}$$

$$\mathbf{D}=\int_0^{\infty}(\mathbf{t}-\bar{\mathbf{t}}_*)^2\frac{\partial\mathbf{Q}}{\partial\mathbf{t}}dt=\frac{1}{(1-2\nu_0)^2\mathbf{b}^2\mathbf{f}^2} \tag{3.9}$$

Очевидно, что все изложенное в п. 1 по поводу различия наклона диаграммы на плоскости $\ln\sigma_0$, $\ln\mathbf{t}_*$ при малых и больших σ_0 справедливо, строго говоря, именно для связи $\ln\sigma_0$ с $\ln\bar{\mathbf{t}}_*$. Поэтому, в соответствии с изложенным в п. 1 $\mathbf{b}=\mathbf{b}_0\sigma_0^{-\alpha}$ и $\mathbf{b}\mathbf{f}_0=\mathbf{B}\mathbf{b}_0\sigma_0^{m-\alpha}$, причем $0<\alpha<\mathbf{m}$. В результате из (3.9) не только следует надлежащая связь $\ln\sigma_0$ с $\ln\bar{\mathbf{t}}_*$ — угловой коэффициент $1/(\mathbf{m}-\alpha)>1/\mathbf{m}$ (см. п. 1), но и дисперсия $\mathbf{D}$ быстро убывает с ростом напряжения, как это и получается в экспериментах [13, 14] (последнее связано с тем, что с ростом напряжения возрастает вязкость разрушения при ползучести). Такого рода качественное соответствие эксперименту не следует, конечно, переоценивать, ибо несомненно, что концепция наислабейшего звена не может давать вполне удовлетворительного приближения. Однако анализ приведенных предельных конкретизаций функции φ позволяет понять, какой должна быть эта функция. Так, есть основания считать, что заведомо более точным все описание будет при задании φ в виде $\varphi(x) = (2\pi c^2)^{-1/2} \exp(-x^2/c^2)$, ибо такая конструкция φ является в известном смысле промежуточной между двумя приведенными выше, которые получаются из нее переходом к пределу (одна — при $c \to \infty$, другая — при $c \to 0$).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Качанов Л. М.* О времени разрушения в условиях ползучести.— Изв. АН СССР ОТН, 1958, № 8, с. 26—31.
2. *Работнов Ю. Н.* Механизм длительного разрушения.— В кн.: Вопросы прочности материалов и конструкций. М.: Изд-во АН СССР, 1959, с. 5—7.
3. *Новожилов В. В.* О пластическом разрыхлении.— ПММ, 1965, т. 29, вып. 4, с. 681—689.
4. *Shin-ya N., Keown S. R.* Correlation between rupture ductility and cavitation in Cr-M-V steels.— Metal Sci., 1979, v. 13, No. 2, p. 89—93.
5. *Belloni G., Bernasconi G., Piatti G.* Creep damage and rupture in AISI 310 austenitic steel.— Meccanica, 1977, v. 12, No. 2, p. 84—96.
6. *Качанов Л. М.* Основы механики разрушения. М.: Наука, 1974. 311 с.
7. *Hoff N. J.* The necking and the rupture of roads subjected to constante tensile loads.— J. Appl. Mech., 1953, v. 20, No. 1, p. 105—108.
8. *Грант Н.* Разрушение в условиях высокотемпературной ползучести.— В кн.: Разрушение. Т. 3. М.: Мир, 1976, с. 528—578.
9. *Работнов Ю. Н.* Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 752 с.
10. *Кадомцев А. Г., Петров А. И., Бетехтин В. И.* Особенности микроразрушения металлов в области малых напряжений и повышенных температур.— ФММ, 1978, т. 46, вып. 6, с. 1321—1324.
11. *Болотин В. В.* К теории замедленного разрушения.— Изв. АН СССР. МТТ, 1981, № 1, с. 137—146.
12. *Аргон А.* Статистические аспекты разрушения.— В кн.: Разрушение и усталость. Т. 5. М.: Мир, 1978, с. 166—205.
13. *Phillips C. W., Sinnott M. J.* A statistical study of the stress-rupture test.— Trans. Amer. Soc. Metals, 1954, v. 46, p. 63—73.
14. *Yokobori T., Ohara H.* Statistical aspect in accelerating creep and creep fracture of OFHG copper.— J. Phys. Soc., Japan, 1958, v. 13, № 3, p. 305—312.

Ленинград

Поступила в редакцию
20.VII.1981