

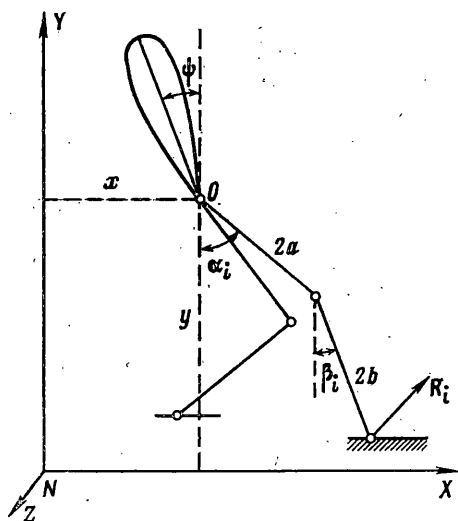
УДК 531.8

ПРОГРАММНЫЙ УРОВЕНЬ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ
ШАГАЮЩЕГО
АППАРАТА ПРИ ДВИЖЕНИИ С ЗАДАННОЙ СКОРОСТЬЮ

БЕРБЮК В. Е.

Задачам, связанным с передвижением двуногих шагающих механизмов, посвящен ряд публикаций [1-9 и др.]. Данная работа является продолжением и развитием исследований по организации энергетически оптимального передвижения двуножного шагающего аппарата, снабженного активно управляемыми стопами [2]. В отличие от [2, 5] изучаются динамические режимы ходьбы при заданной скорости и при наличии двухопорной фазы движения.

1. Рассматривается плоская семизвенная модель двуножного шагающего аппарата (фиг. 1). Уравнения движения механизма по горизонтальной



Фиг. 1

поверхности, выписанные в форме уравнений Лагранжа второго рода, имеют вид [2]:

$$\begin{aligned}
 R_{1x}(t) + R_{2x}(t) &= f_1(t) - K_r(\psi'' \cos \psi - \psi'^2 \sin \psi) \\
 R_{1y}(t) + R_{2y}(t) &= f_2(t) - K_r(\psi'' \sin \psi + \psi'^2 \cos \psi) \\
 q_i - u_i + 2a(R_{ix} \cos \alpha_i + R_{iy} \sin \alpha_i) &= f_{3i}(t) \\
 u_i - p_i + 2b(R_{ix} \cos \beta_i + R_{iy} \sin \beta_i) &= f_{4i}(t) \\
 -q_1 - q_2 &= f_5(t) \quad (i=1, 2)
 \end{aligned}
 \tag{1.1}$$

$$f_1(t) = Mx'' + \sum_{i=1}^2 [K_a(\alpha_i'' \cos \alpha_i - \alpha_i'^2 \sin \alpha_i) + K_b(\beta_i'' \cos \beta_i - \beta_i'^2 \sin \beta_i)]$$

$$f_2(t) = M(y'' + g) + \sum_{i=1}^2 [K_a(\alpha_i'' \sin \alpha_i + \alpha_i'^2 \cos \alpha_i) + K_b(\beta_i'' \sin \beta_i + \beta_i'^2 \cos \beta_i)]$$

$$f_{3i}(t) = I_i \alpha_i'' + K_a [x'' \cos \alpha_i + (y'' + g) \sin \alpha_i] + I_2 [\beta_i'' \cos(\alpha_i - \beta_i) + \beta_i'^2 \sin(\alpha_i - \beta_i)] \quad (1.2)$$

$$f_{4i}(t) = I_b \beta_i'' + K_b [x'' \cos \beta_i + (y'' + g) \sin \beta_i] + I_2 [\alpha_i'' \cos(\alpha_i - \beta_i) - \alpha_i'^2 \sin(\alpha_i - \beta_i)]$$

$$f_5(t) = I\psi'' - gK_r \sin \psi - K_r(x'' \cos \psi + y'' \sin \psi)$$

$$M = m + 2(m_a + m_b), \quad K_r = rm$$

$$K_a = a(m_a + 2m_b), \quad K_b = b m_b$$

$$I_1 = I_a + 4a^2 m_b, \quad I_2 = 2ab m_b \quad (1.3)$$

В (1.1)–(1.3) приняты обозначения: $(x, y, \psi, \alpha_i, \beta_i, \alpha_2, \beta_2)$ – набор обобщенных координат Лагранжа (смысл каждой координаты ясен из фиг. 1), m – масса корпуса, r – расстояние от точки подвеса ног O до центра масс корпуса, I – момент инерции корпуса относительно оси Z в точке O , m_a – масса бедра, $2a$ – длина бедра, I_a – момент инерции бедра относительно оси Z в точке O , m_b – масса голени, $2b$ – длина голени, I_b – момент инерции голени относительно оси Z в точке колена, g – ускорение силы тяжести, q_i, u_i – управляющие моменты, действующие соответственно в бедренном и коленном шарнире i -й ноги, $R_{ix}(t), R_{iy}(t)$ – горизонтальная и вертикальная составляющие главного вектора плоской системы сил реакций опоры, приведенной к точке стопного шарнира i -й ноги, $p_i(t)$ – главный момент этой же системы сил относительно того же шарнира.

Звенья, моделирующие стопы механизма, предполагаются невесомыми и безынерционными.

Помимо уравнений (1.1) обобщенные координаты подчинены кинематическим связям (фиг. 1)

$$x(t) = x_i - 2(a \sin \alpha_i + b \sin \beta_i)$$

$$y(t) = y_i + 2(a \cos \alpha_i + b \cos \beta_i) \quad (1.4)$$

где x_i, y_i – декартовы координаты стопного шарнира i -й ноги.

2. Примем следующую ритмику ходьбы. Пусть t_v – момент начала произвольного v -го одиночного шага, $1/2 T$ – длительность одиночного шага, так что $t_{v+1} = t_v + 1/2 T$, τ – длительность двухопорной фазы (фазы опоры на обе ноги одновременно). Тогда на отрезке времени $t_v \leq t < t_{v+1} - \tau$ движение аппарата происходит при опоре только на одну из своих ног, а на отрезке времени $t_{v+1} - \tau \leq t \leq t_{v+1}$ – при опоре на обе ноги одновременно.

Под ходьбой аппарата будем понимать циклическое повторение одиночных шагов, вызываемое действием управляющих моментов в шарнирах и силами реакции опоры.

Пусть полностью задан закон движения аппарата. С заданием закона движения определению подлежат десять величин:

$$R_{1x}, R_{1y}, R_{2x}, R_{2y}, q_1, q_2, u_1, u_2, p_1, p_2 \quad (2.1)$$

Сложим почленно в (1.1) пять последних уравнений. Тогда получим

$$p_1(t) = \sum_{i=1}^2 [(y - y_i) R_{ix} + (x_i - x) R_{iy} - f_{3i}(t) - f_{4i}(t)] - f_5(t) - p_2(t) \quad (2.2)$$

где $(x_i - x), (y - y_i)$ вычисляются по (1.4).

В силу (1.1) для управляющих моментов в коленных и бедренных шарнирах имеем выражения

$$u_i(t) = f_{4i}(t) + p_i(t) - 2b(R_{ix} \cos \beta_i + R_{iy} \sin \beta_i) \quad (2.3)$$

$$q_i(t) = f_{3i}(t) + u_i(t) - 2a(R_{ix} \cos \alpha_i + R_{iy} \sin \alpha_i) \quad (i=1, 2)$$

Условимся, что $i=1$ – индекс опорной ноги на v -м одиночном шаге, а $i=2$ – индекс ноги, находящейся при $t_v \leq t < t_{v+1} - \tau$ в фазе переноса и при $t_{v+1} - \tau \leq t \leq t_{v+1}$ в фазе опоры. Ниже для простоты считаем $t_v = 0$.

Рассмотрим сначала одноопорную фазу движения, т. е. движение аппарата при $0 \leq t < 1/2 T - \tau$. Тогда в силу невесомости стоп и естественного доопределения реакций опоры переносимой ноги имеем

$$p_2(t) = 0, \quad R_{2x}(t) = 0, \quad R_{2y}(t) = 0 \quad (2.4)$$

С учетом (2.4) оставшиеся семь неизвестных динамических величин $R_{1x}(t)$, $R_{1y}(t)$, $p_1(t)$, $u_1(t)$, $u_2(t)$, $q_1(t)$, $q_2(t)$ последовательно определяем согласно первым двум уравнениям (1.1) и соотношениям (2.2), (2.3).

Рассмотрим двухопорную фазу, т. е. движение аппарата при $1/2 T - \tau \leq t \leq 1/2 T$. Для определения десяти неизвестных (2.1) в распоряжении только семь уравнений (1.1), т. е. имеется статическая неопределенность. Необходимо доопределять часть неизвестных. Доопределение можно провести различными способами. Например, можно задать компоненты реакции опоры и момент в стопном шарнире конечности, готовящейся стать опорной в очередном одиночном шаге. В публикуемой работе доопределение указанных величин при $1/2 T - \tau \leq t \leq 1/2 T$ проведем следующим образом:

$$\begin{aligned} R_{2x}(t) &= a_1 + a_2 t + a_3 t^2, & R_{2y}(t) &= b_1 + b_2 t + b_3 t^2 \\ p_2(t) &= d_1 + d_2 t + d_3 t^2 \end{aligned} \quad (2.5)$$

При $0 \leq t < 1/2 T - \tau$ R_{2x} , R_{2y} и p_2 доопределяются, как и ранее, формулами (2.4). В (2.5) коэффициенты a_j , b_j , d_j ($j=1, 2, 3$) — параметры, выбор которых подчинен соответственно следующим условиям:

$$\begin{aligned} R_{2x}(T/2 - \tau) &= 0, & R_{2x}(T/2) &= R_{1x}(0) \\ R_{2y}(T/2 - \tau) &= 0, & R_{2y}(T/2) &= R_{1y}(0) \\ p_2(T/2 - \tau) &= 0, & p_2(T/2) &= p_1(0) \end{aligned} \quad (2.6)$$

Доопределение неизвестных величин в виде (2.4) — (2.6) означает, что в двухопорной фазе нога, готовящаяся стать опорной в очередном $v+1$ -м одиночном шаге, непрерывно «нагружается» до соответствующих значений реакции опоры и управления в стопе опорной ноги в момент начала предыдущего v -го одиночного шага. В силу (2.5), (2.6) имеем

$$\begin{aligned} a_2 &= T_3 \{ a_1 T_1^2 - T_2^2 [a_1 - R_{1x}(0)] \}, & a_3 &= T_3 [T_2 R_{1x}(0) - a_1 \tau] \\ b_2 &= T_3 \{ b_1 T_1^2 - T_2^2 [b_1 - R_{1y}(0)] \}, & b_3 &= T_3 [T_2 R_{1y}(0) - b_1 \tau] \\ d_2 &= T_3 \{ d_1 T_1^2 - T_2^2 [d_1 - p_1(0)] \}, & d_3 &= T_3 [T_2 p_1(0) - d_1 \tau] \end{aligned} \quad (2.7)$$

где $T_1 = 1/2 T$, $T_2 = \tau - T_1$, $T_3 = 1/(\tau T_1 T_2)$, a_1 , b_1 , d_1 — свободные параметры. Придавая конкретные значения параметрам a_1 , b_1 , d_1 , можем с учетом (2.7) по соотношениям (2.5) определить реакции опоры $R_{2x}(t)$, $R_{2y}(t)$ и момент $p_2(t)$ в двухопорной фазе движения аппарата. Далее из первых уравнений системы (1.1) находим $R_{1x}(t)$ и $R_{1y}(t)$. Управляющие моменты в оставшихся шарнирах механизма последовательно определяем из (2.2), (2.3).

Таким образом, в случае передвижения аппарата, имеющего как одноопорную, так и двухопорную фазы движения, при доопределении части неизвестных, например в виде (2.4) — (2.7), получен последовательный алгоритм в конечных формулах для вычисления управляющих моментов в шарнирах ног и сил реакций опоры, под действием которых возможно заданное движение аппарата.

3. Учитывая кинематические и динамические требования, предъявляемые к организации циклического процесса двуногой ходьбы [2, 3], семейство возможных законов движения аппарата с наличием двухопорной фазы на произвольном одиночном шаге $t_v \leq t \leq t_v + 1/2 T$ зададим функ-

$$\begin{aligned} x_1(t) &= x_0 + vL, & y_1(t) &= y_0, \\ x(t) &= x_1(t) + V(t-t_v) + S + B_1 \sin [2\omega(t-t_v) + \theta_1] \\ y(t) &= y_0 + h + B_2 \sin [2\omega(t-t_v) + \theta_2], & \omega &= 2\pi/T \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\psi(t) = \sum_{k=0}^7 C_k (t-t_v)^k \quad (3.2)$$

При этом в фазе одноопорного движения $t_v \leq t < t_{v+1} - \tau$

$$x_2(t) = x_1(t) - L \cos [\omega_1(t-t_v)], \quad y_2(t) = y_0 + a^* \sin^2 [\omega_1(t-t_v)] \quad (3.3)$$

В двухопорной фазе $t_{v+1} - \tau \leq t \leq t_{v+1}$:

$$x_2(t) = x_1(t) + L, \quad y_2(t) = y_0 \quad (3.4)$$

В (3.1)–(3.4) (x_0, y_0) – заданные постоянные, $L = T_1 V$ – длина шага (расстояние между стопными шарнирами ног при $t = t_v$), a^* – максимальная высота подъема переносимой ноги над поверхностью шагания, V, h – соответственно скорость движения точки подвеса ног O вдоль оси NX и ее высота относительно поверхности шагания в случае отсутствия колебаний, т. е. при $B_1 = B_2 = 0$ (случай комфортабельных передвижений аппарата [1, 2]), S – расстояние от стопного шарнира опорной ноги до проекции на поверхность шагания точки подвеса ног O при $t = t_v$, B_i, θ_i – амплитуды и фазы колебания точки O , $\omega_1 = 2\pi(T - 2\tau)$, C_k – произвольные постоянные, удовлетворяющие условиям периодичности

$$\psi(t_v) = \psi(t_{v+1}), \quad \psi'(t_v) = \psi'(t_{v+1}) \quad (3.5)$$

Зная $x(t), y(t), x_i(t), y_i(t)$, из (1.4) можно по конечным формулам определить $\alpha_i(t), \beta_i(t)$ и их производные. Энергозатраты при двуногой ходьбе будем оценивать по формуле [3, 6–10]:

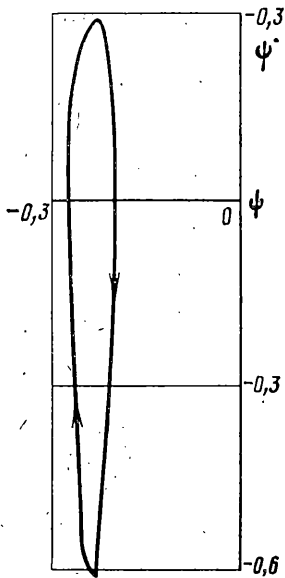
$$A = \frac{1}{L} \int_{t_v}^{t_{v+1}} \left\{ \sum_{i=1}^2 [|q_i(\dot{\psi} - \dot{\alpha}_i)| + |u_i(\dot{\alpha}_i - \dot{\beta}_i)| + |p_i \dot{\beta}_i|] \right\} dt$$

Возможна постановка следующей задачи. Пусть заданы скорость передвижения аппарата $V = V_0$ и максимальная высота подъема переносимой ноги над поверхностью шагания $a^* = a_0^*$. Требуется среди семейства некомфортабельных походок [2] с двухопорной фазой (3.1), (3.3), (3.4) и возможных движений корпуса (3.2), (3.5) найти оптимальный, в смысле минимума необходимых энергозатрат закон движения аппарата.

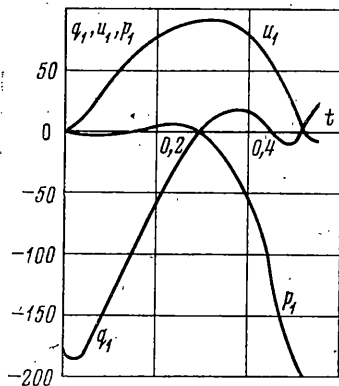
Решение сформулированной задачи сводится к поиску минимума функции A в семнадцатимерном пространстве свободных параметров: $C_0, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, B_1, \theta_1, B_2, \theta_2, h, L, S, a_1, b_1, d_1, \tau$.

В результате решения поставленной задачи параметрической оптимизации можно построить программный уровень системы управления аппаратом при движении с заданной скоростью в семействе походок с двухопорной фазой, а также найти оптимальное значение длительности двухопорной фазы τ и оптимальный способ доопределения реакций опоры и момента в классе выбранных функций.

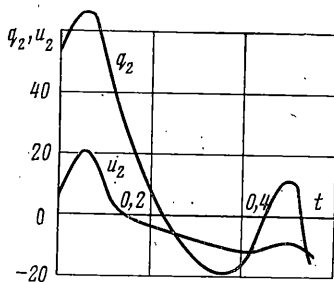
В таблице приведены результаты решения ряда вариантов. Численные расчеты проводились при следующих массоинерционных характеристиках аппарата: $m = 50$ кг, $m_a = m_b = 5$ кг, $r = 2a = 2b = 0,425$ м, $I_a = I_b = 0,301$ кг·м², $I = 9,633$ кг·м². Максимальная высота подъема переносимой ноги над поверхностью шагания принята равной 0,03 м. Из анализа зависимости $A = A(V)$ следует, что существует крейсерская скорость V_* , т. е. такая скорость, при которой обеспечивается энергетически оптимальная ходьба на заданное расстояние. Для рассматриваемых характеристик аппарата и выбранного функционала A величина крейсерской скорости (км/ч) лежит в пределах $0,54 < V_* < 0,72$.



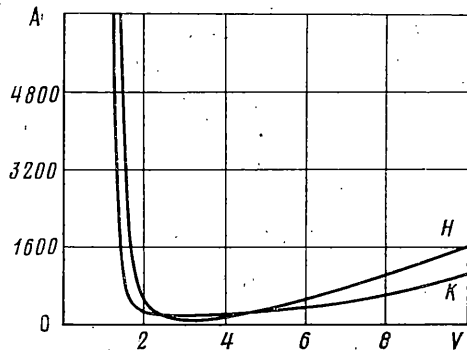
Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

Вопрос о влиянии двухопорной фазы на энергозатраты при передвижении без наличия стоп исследовался ранее в [3]. Было показано, что при средних и больших скоростях увеличение длительности двухопорной фазы ведет к росту необходимых энергозатрат. Случай малых скоростей ранее не исследовался. Как следует из таблицы, найденные оптимальные законы движения при $V \geq 0,36$ км/ч характеризуются отсутствием двухопорной фазы ($\tau=0$). Таким образом, как и в случае бесстопной локомоции, при средних и больших скоростях одноопорная ходьба аппарата с управляемыми стопами энергетически экономней соответствующей двухопорной ходьбы. Однако при малых скоростях движения со стопами $V < 0,36$ км/ч ходьба с двухопорной фазой становится экономней соответствующей одноопорной ходьбы.

Из таблицы следует, что с увеличением скорости передвижения растет среднее значение угла наклона корпуса по направлению движения. Амплитуда колебаний корпуса относительно среднего во всех вариантах не превосходит $2,5^\circ$. Степень некомфортности найденных оптимальных законов движения незначительна. Амплитуды колебаний точки подвеса ног не превосходят 2 см. Найденные оптимальные законы движения аппарата со стопами кинематически и энергетически более выгодны по сравнению с оптимизированной ходьбой того же аппарата, но без наличия стоп [3]. Выигрыш в энергозатратах в данных расчетных примерах составляет 12%. Более подробное исследование влияния наличия управляемых стоп на энергозатраты рассмотрено в [2].

На фиг. 2-4 представлены фазовый портрет периодического колебания корпуса (ψ в рад., ψ' в рад/с) и графики управляющих моментов в шарнирах ног при найденном энергетически оптимальном передвижении с $V=4$ км/ч и $a^*=0,03$ м (кривые 1, 2, 3, 4, 5 отвечают моментам q_1, u_1, p_1, q_2, u_2 в Н·м). Аппарат шагает, в среднем наклонив корпус вперед по направлению движения. Моменты в шарнирах опорной ноги одного порядка и на порядок больше моментов в шарнирах переноси-

V , км/ч	0,036	0,18	0,36	0,54	0,72	0,9	4
C_0	0,076	0,028	0,003	-0,032	-0,034	-0,039	-0,235
C_3	-2,148	-3,071	-3,051	-3,415	-3,474	-3,513	-5,451
C_4	0,986	1,916	2,266	2,500	2,233	2,269	3,394
C_5	0,205	0,092	0,340	0,164	0,583	0,148	-2,187
C_6	0,227	0,150	0,083	0,112	0,109	0,107	0,059
C_7	-0,300	-0,383	-0,580	-0,475	0,654	0,472	0,618
B_1 , м	0,002	0,009	0,006	0,011	0,006	0,011	0,009
θ_1 , рад	3,939	4,756	5,359	4,738	4,392	4,401	1,354
B_2 , м	0	0	0,001	0,001	0,001	0,001	0,043
θ_2 , рад	0,030	-0,066	1,294	0,459	0,463	0,459	-1,715
h , м	0,589	0,789	0,840	0,839	0,839	0,813	0,764
L , м	0,01	0,01	0,09	0,13	0,13	0,22	0,62
S , м	-0,002	-0,019	0	-0,01	-0,01	-0,012	-0,320
a_1	$2,2 \cdot 10^{11}$	$2,3 \cdot 10^{11}$	-	-	-	-	-
b_1	$-5 \cdot 10^8$	$2,6 \cdot 10^9$	-	-	-	-	-
d_1	$9,9 \cdot 10^5$	$1,4 \cdot 10^4$	-	-	-	-	-
τ , с	0,02	0,01	0	0	0	0	0
A , Дж/м	248	79	61	56	69	70	143
$\langle \psi \rangle$, град	5,7	2,8	1,2	-0,6	-1,2	-1,2	-13,8
$ \psi_{\max} $, град	6,9	4,0	2,3	1,7	2,3	2,3	15,5

мой ноги (фиг. 3, 4). Максимальный по абсолютной величине управляющий момент развивается в стопном шарнире опорной ноги в фазе отталкивания аппарата от поверхности шагания (фиг. 3).

На фиг. 5 представлены зависимости энергозатрат A (Дж/м) от скорости передвижения аппарата V в км/ч при $L=0,7$ м, $a^2=0,03$ м и фиксированных параметрах оптимального некомфортабельного закона движения (кривая H) и фиксированных параметрах оптимального комфортабельного закона движения ($B_1=B_2=0$, кривая K). Из анализа фиг. 5 следует, что минимум энергозатрат одного и того же аппарата при некомфортабельной ходьбе достигается в области больших скоростей по сравнению с аналогичной комфортабельной ходьбой. При этом в диапазоне средних скоростей (км/ч) $2 < V < 6$ некомфортабельная ходьба двуногого механизма энергетически экономней соответствующей комфортабельной.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белецкий В. В. Динамика двуногой ходьбы. I, II. — Изв. АН СССР. МТТ, 1975, № 3, с. 3–14; 1975, № 4, с. 3–13.
2. Белецкий В. В., Бербюк В. Е., Самсонов В. А. Параметрическая оптимизация движений двуногого шагающего аппарата. — Изв. АН СССР. МТТ, 1982, № 1, с. 28–40.
3. Белецкий В. В., Чудинов П. С. Параметрическая оптимизация в задаче двуногой ходьбы. — Изв. АН СССР. МТТ, 1977, № 1, с. 25–35.
4. Бербюк В. Е. Плоская модель двуногого стопоходящего аппарата. — В кн.: Некоторые вопросы механики роботов и биомеханики. М.: Изд-во МГУ, 1978, с. 52–62.
5. Велерштейн Р. А., Формальский А. М. Передвижение антропоморфного механизма со стопами при импульсных воздействиях. Одноопорная фаза. I. — Изв. АН СССР. МТТ, 1979, № 5, с. 24–33.
6. Вукобратович М. Шагающие роботы и антропоморфные механизмы. — М.: Мир, 1976. 541 с.
7. Карпинский Ф. Г. Выбор программы движения двуногого шагающего аппарата. — В кн.: Физико-технические приложения краевых задач. Киев: Наук. думка, 1978, с. 201–216.
8. Лавровский Э. К. Ударные явления в задачах управления двуногой ходьбой. — Изв. АН СССР. МТТ, 1979, № 5, с. 41–47.
9. Ларин В. В. Управление шагающими аппаратами. Киев: Наук. думка, 1980. 168 с.
10. Beckett R., Chang K. An evaluation of the kinematics of gait by minimum energy. — J. Biomech., 1968, v. 1, No. 2, p. 147–159.

Львов

Поступила в редакцию
21.X.1980