

возможные значения величины нормальной составляющей силы давления твердых круглых дисков на вертикальную опорную стенку заключены в диапазоне, определяемом экстремальными значениями этой силы;

границы и длина диапазона возможных значений нормальной силы давления дисков на опорную стенку при $m \geq 2$ и $f = \text{const}$ — линейная функция количества подвижных дисков n . С увеличением f увеличивается длина этого диапазона;

при $f \geq 1/\sqrt{3}$ наибольшее давление на стенку может быть сколь угодно большим. При $f \geq 0,7$ наименьшее давление на стенку постоянно и не зависит от количества горизонтальных рядов дисков.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Jenkin C. F.*, The pressure exerted by granular material: an application of the principle of dilatancy.— Proc. Roy. Soc. London. Ser. A, 1931, v. 131, p. 53—89.
2. *Гасс С. И.* Линейное программирование (методы и приложения). М.: Физматгиз, 1961. 303 с.

Днепропетровск

Поступила в редакцию
22.VII.1980

УДК 539.3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СРЕДЫ МЕТОДОМ ДИНАМИЧЕСКОГО ВНЕДРЕНИЯ

БИВИН Ю. К., КОЛЕСНИКОВ В. А., ФЛИТМАН Л. М.

Для определения механических свойств глинистой среды (пластилин) были проделаны опыты по внедрению в нее по нормали конусов различного раствора со скоростями до 350 м/с. В расчетах [1, 2] для малых скоростей внедрения и для тонких конусов при скорости порядка 100 м/с отмечено, что распределение касательных напряжений близко к равномерному при скорости внедрения, большей ~ 3 м/с, и величина этих напряжений не меняется с ростом скорости. Указанный результат дает основание утверждать, что среда вблизи тела может рассматриваться как пластическая и удовлетворяющая условию Мизеса.

Для проверки этого вывода и дальнейших исследований были проделаны опыты с более тупыми телами и с большими скоростями соударения. При этом для интерпретации результатов возникла необходимость учитывать вклад нормального давления в силу сопротивления. Важно также выяснить влияние давления на пластические свойства среды. Влияние давления в [1, 2] не изучалось.

Обнаружено качественное и количественное сходство явлений, сопровождающих внедрение конусов в глинистую среду и идеальную жидкость.

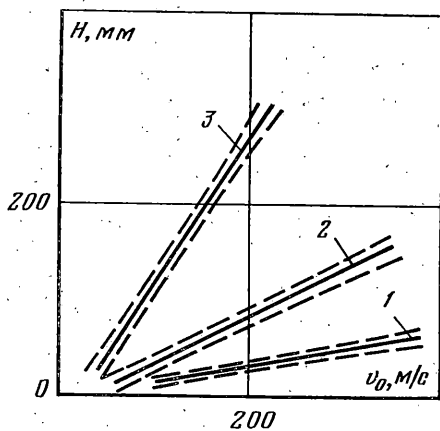
1. Опыты проводились по методике, изложенной в [2]. Рабочей средой был пластилин, в который по инерции внедрялись цилиндрические тела, имеющие конические наконечники с углами раствора $2\alpha = 30, 60, 90, 180^\circ$. Разгон тел осуществляли пневмоустановкой, описанной в [3]. Диапазон скоростей соударений был 50—400 м/с.

Результаты опытов приведены на фиг. 1—4 в виде зависимостей глубины проникновения H в мм от скорости соударения v_0 в м/с для тел различной геометрии и массы. Статистическая обработка экспериментальных данных показала, что в исследованном диапазоне скоростей связь между глубиной H и скоростью v_0 может быть представлена линейной зависимостью (сплошные линии на фигурах), так как коэффициент корреляции между этими параметрами для всех тел оказался не ниже 0,98. Пунктирные линии на графиках отмечают 90%-ный доверительный интервал отклонения теоретической прямой регрессии от эмпирической.

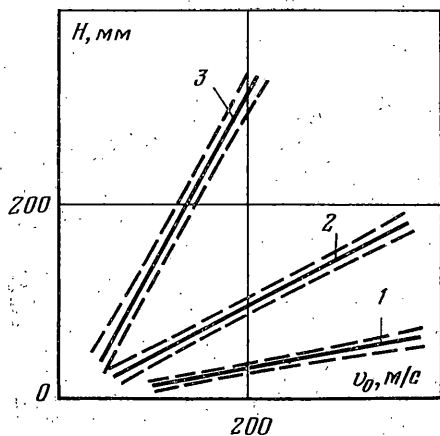
Фиг. 1 относится к результатам опытов для тела с углом $2\alpha = 180^\circ$ (линия 1 соответствует телу массой $m_1 = 2,1$ г, линия 2 — $m_2 = 5$ г, линия 3 — $m_3 = 16,7$ г); фиг. 2 — $2\alpha = 90^\circ$ (линия 1 — $m_1 = 1,3$ г, линия 2 — $m_2 = 5$ г, линия 3 — $m_3 = 16,8$ г); фиг. 3 — $2\alpha = 60^\circ$ (линия 1 — $m_1 = 1,5$ г, линия 2 — $m_2 = 5$ г, линия 3 — $m_3 = 17,2$ г); фиг. 4 — $2\alpha = 30^\circ$ (линия 1 — $m_1 = 1,9$ г, линия 2 — $m_2 = 5$ г, линия 3 — $m_3 = 16,5$ г).

2. Для интерпретации результатов опытов примем, что при внедрении на глубину, значительно большую длины наконечника, сила сопротивления F зависит лишь от мгновенных значений скорости v , ускорения v' и постоянных параметров задачи

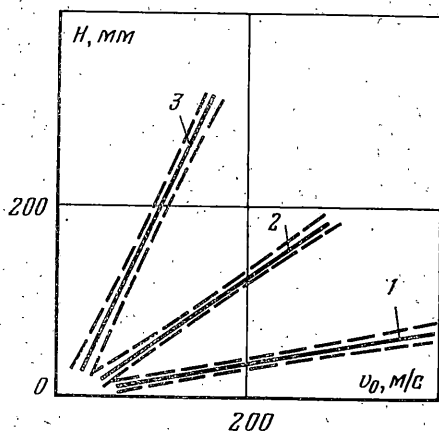
$$-F = m'v' + F_0(v) \quad (2.1)$$



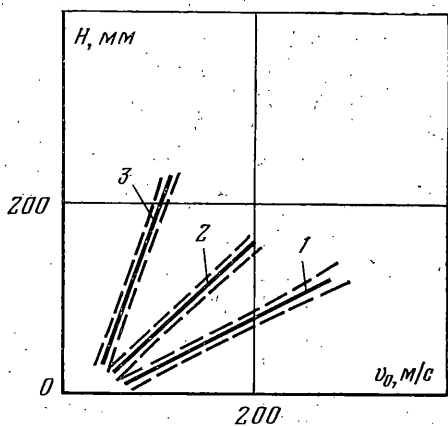
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

Присоединенная масса m' и $F_0(v)$ должны быть определены из опытных данных. Пусть v_0 и v_1 — соответственно начальная скорость и скорость, которую имеет тело после погружения наконечника, имеющего длину l_0 . Тогда, пользуясь законом изменения импульса и (2.1); для глубины внедрения H имеем

$$H = l_0 + (m + m') \int_0^{v_1} \frac{v \, dv}{F_0(v)} \quad (2.2)$$

Опыты показывают, что потеря скорости за время погружения наконечника в рассматриваемом диапазоне параметров пренебрежительно мала. Поэтому $v_1 = v_0$.

Введение присоединенной массы в (2.1) диктуется следующими соображениями. Если $m' = 0$, то из (2.2) следует, что $H - l_0$ пропорционально массе тела m . В то же время из экспериментальных данных на фиг. 1–4 видно, что отношение масс больше отношения глубин во всем диапазоне скоростей и для всех форм. Поэтому m' определялись из опытных данных таким образом, чтобы при одинаковых v_0 для тел одинаковой формы, но при разных m_i было

$$(H_i - l_0) / (m_i + m') = \text{const} \quad (2.3)$$

Оказалось, что можно подобрать m' , не зависящее от v_0 так, что для каждой формы равенства (2.3) выполняются во всем рассматриваемом диапазоне v_0 с точностью, соответствующей точности опытных данных. В силу этого можно говорить, что m' является параметром задачи. Ниже приведены найденные значения m' и коэффициента присоединенной массы $\nu = m' / (\rho l r^3)$ для конических наконечников различного полураствора α (r — радиус миделя, ρ — плотность среды)

α°	15	30	45	90
m'	0.45	0.10	0.20	0.35
ν	0.64	0.15	0.30	0.51

После введения m' каждые три кривые $H(v_0)$, соответствующие трем различным массам (форма фиксирована), во всем диапазоне скоростей заменим одной $H_1(v_0)$, выражающей опытную зависимость безразмерного отношения

$$S\rho(H-l_0)/(m+m')=H_1 \quad (2.4)$$

от v_0 и других параметров (S — площадь миделя).

3. Определим далее $F_0(v)$ из (2.1) по опытным данным. Экспериментальные зависимости $H_1(v_0)$ в средней части диапазона изменения v_0 с хорошей точностью аппроксимируются линейными функциями

$$H_1=\lambda(v_0-\mu) \quad (3.1)$$

при этом λ и μ зависят от формы и размеров. Если принять (3.1) в качестве истинной зависимости $H_1(v_0)$, то из (2.2) и (2.4) следует $F_0=v/\lambda$. Это приводит к (3.1) лишь при $\mu=0$, а опытные данные этому условию не удовлетворяют. Поэтому соотношение $F_0=v/\lambda$ не приемлемо. Кроме того, опытные зависимости $H_1(v_0)$ вблизи краев интервала изменения v_0 сильно отличаются от (3.1). При v_0 , стремящемся к нулю, $H_1(v_0)$ стремится к нулю, оставаясь положительной, а при относительно больших v_0 функция $H_1(v_0)$ растет медленнее, чем в (3.1).

Для более подходящей аппроксимации опытных данных заметим, что функция $f(x)=\ln(1+x^2)$ на интервале $0,40 < x < 2,50$ с большой точностью может быть приближена линейной

$$f_1(x)=0,40(x-0,25) \quad (3.2)$$

а при $x < 0,40$ и $x > 2,50$ ведет себя так, как было сказано выше. Это дает основание аппроксимировать опытную зависимость $H_1(v_0)$ следующим образом:

$$H_1(v_0)=\ln(1+1/2c\rho v_0^2/b)/c \quad (3.3)$$

Тогда из (2.2) и (2.4), учитывая, что $v_1=v_0$, получаем

$$F_0(v)=S(1/2c\rho v_0^2+b) \quad (3.4)$$

Это известное выражение, предложенное Понселе [4] для определения глубины внедрения твердых тел в грунт, широко применяется для описания подобных явлений. В [5, 6] показано, что (3.4) хорошо описывает внедрение тел в металлы. В (3.4), как известно, первое слагаемое (скоростной напор) выражает зависимость сопротивления от сил инерции, а второе — связано с прочностью среды.

Постоянные s и b , входящие в (3.4), определены по опытным данным (фиг. 1 — 4) таким образом, чтобы (3.2) и (3.1) совпадали при соответствующей нормировке. Результаты обработки для конусов полураствора α приведены ниже

α°	15	30	45	90
b , кПа	48,7	47,5	51,5	50,5
c	0,20	0,38	0,52	0,82
c_x	0,20	0,38	0,52	0,80
c_x	0,18	0,36	0,51	0,80

В третьей строке приведены значения коэффициента удельного сопротивления c_x при установившемся обтекании соответствующих тел несжимаемой жидкостью в режиме развитой кавитации (данные взяты из [7]). В четвертой строке приведены значения, взятые из [8] (получены экспериментально при стационарном режиме обтекания жидкостью для числа кавитации, равного нулю).

Экспериментальные зависимости на фиг. 1 — 4 близки к прямым почти на всем исследуемом диапазоне v_0 . Чтобы убедиться в отсутствии противоречия в принятой схеме обработки, следует проверить: обладает ли этим свойством зависимость (3.3). Для этой цели достаточно найти интервалы v_0 , для которых выполнено условие $0,40 < x < 2,50$, если иметь в виду $x=1/2c\rho v_0^2/b$, а параметры b и c взять из приведенных данных. Указанным способом получаем, что при $90 \text{ м/с} < v < 275 \text{ м/с}$ для всех данных зависимость (3.3) близка к прямой. Такой диапазон v_0 согласуется с обследованным экспериментально и, следовательно, противоречия нет.

Подчеркнем, что указанный интервал v_0 не является условием применимости формул (3.3) и (3.4).

4. Таким образом, найденные из опыта зависимости $H(v_0)$ для указанных выше тел во всем исследованном диапазоне v_0 удалось описать при помощи предположений о силе сопротивления (2.1), (3.4). Эти формулы содержат три параметра, зависящих от свойств среды и формы наконечника: v , b , c . Выше было отмечено, что эти формулы известны давно и широко применялись на практике. Цель публикуемой работы — выяснить возможность их применения в данных условиях и в определении констант.

Отметим, что первое слагаемое в (3.4) аналогично сопротивлению при установившемся кавитационном обтекании твердых тел безграничным потоком несжимаемой идеальной жидкости.

В приведенных выше результатах для конусов полураствора α (вторая, третья, четвертая строки) указаны значения постоянной s , определенные в опытах по внедрению конусов в пластилин, и значения коэффициента лобового сопротивления c_x ,

вычисленные в [7] и экспериментальные [8], для течений с развитой кавитацией в жидкости. Видно, что эти коэффициенты довольно близки. Этот результат нельзя считать неожиданным.

В публикуемых опытах режим обтекания нестационарный, но за телом образовывался канал, заполненный воздухом, который не захлопывался, так как пластилин обладает прочностью. Поэтому определяющим фактором, влияющим на величину c_x , является сходство в развитии каверны.

Чтобы сделать отмеченную аналогию более ясной, рассмотрим установившееся движение. Исследуемую среду будем считать упругоэластической, характеризующейся плотностью ρ , скоростями продольных и поперечных волн a_1 и a_2 , условием пластичности Мизеса с константой τ_s [2]. Тогда для силы сопротивления из соображений размерности можно получить представление

$$F_0 = S \frac{\rho v^2}{2} f(\xi, \eta, \zeta), \quad \xi = \frac{2\tau_s}{\rho v^2}, \quad \eta = \frac{1}{a_1} \sqrt{\frac{\tau_s}{\rho}}, \quad \zeta = \frac{1}{a_2} \sqrt{\frac{\tau_s}{\rho}} \quad (4.1)$$

Как и раньше S — площадь мишеля; параметры формы обтекаемого тела в аргументах f не отмечены. Для пластилина [2]: $\tau_s \sim 2-3$ кПа, $a_1 \sim 600$ м/с, a_2 несколько меньше ($\eta \sim 0,02$, $\zeta \sim 0,03-0,04$).

Положим $\eta = \zeta = 0$. Тогда единственным безразмерным параметром, определяющим F_0 , является ξ . Если, кроме того, будет $\xi \ll 1$, то получаем процесс в идеальной несжимаемой жидкости и $c = f(0, 0, 0)$. Отметим, что c близко к c_x для безграничного потока.

Если в (4.1) удержать еще один член в разложении около $\xi = 0$, то получим (3.4) и $b = \partial f(0, 0, 0) / \partial \xi$.

5. Рассмотрим теперь значения b в приведенных выше данных по внедрению конусов. В [2] для малых скоростей внедрения или для острых конусов для больших скоростей было обнаружено равномерное распределение касательных напряжений и независимость их величины от нормального напряжения. Таким образом, исследуемая среда может рассматриваться как пластическая с условием Мизеса. При этом на поверхности тела действуют максимальные касательные напряжения, допускаемые условием пластичности: $\tau = \tau_s$.

В (3.4) от прочностных свойств среды, характеризуемых величиной τ_s , зависит лишь второе слагаемое b . Для фиксированной формы оно не меняется во всем диапазоне скоростей соударения, когда давление меняется сильно. Отсюда можно сделать вывод, что τ_s не зависит от давления в диапазоне его изменения от 500 до 10^4 кПа. Значит, τ_s может быть взято из [2]. Важно подчеркнуть, что в данном случае постоянная b зависит не только от касательных напряжений на поверхности тела. Ее величина определяется ростом уровня давления в окрестности тела, связанным с торможением потока, действующими в нем касательными напряжениями. Предположение о равномерном распределении касательных напряжений, подтвержденное в [2], дает, что их вклад в значения прочностного параметра есть $\tau_s \operatorname{tg} \alpha$. Опыты для конусов с $\alpha = 15^\circ$ показывают, что вклад, обусловленный давлением, превышает эту величину в 3-4 раза. Тогда при $b = 50$ кПа получаем для τ_s оценку $\tau_s \sim 2-3$ кПа. Этот результат согласуется с [2]. Подчеркнем, что приведенные данные о величине b в совокупности с оценкой для τ_s позволяют сделать выводы о вкладе прочностных свойств среды в величину нормального давления на поверхности внедряющегося тела.

Авторы благодарят Н. В. Зволинского за обсуждения результатов и ценные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бивин Ю. К., Викторов В. В., Степанов Л. П. Исследование движения твердого тела в глинистой среде. — Изв. АН СССР. МТТ, 1978, № 2, с. 159-165.
2. Бивин Ю. К., Викторов В. В., Коваленко Б. Я. Определение динамических характеристик грунтов методом пенетрации. — Изв. АН СССР. МТТ, 1980, № 3, с. 105-110.
3. Бивин Ю. К., Викторов В. В., Чурсин А. С. Пневматическое устройство для скоростного метания тел. — Прикладные проблемы прочности и пластичности: Сб. статей. Горьковский ун-т, 1978, вып. 9, с. 140-145.
4. Poncelet J. V. Rapport sur un Mémoire de MM Piobert et Morin, concernant les expériences faites à Metz en 1834, sur la pénétration des projectiles dans divers milieux résistants et sur la rupture de corps par le choc. 1835. — Mém. Acad. sci., Paris, 1838, t. 15, p. 55-91.
5. Витман Ф. Ф., Степанов В. А. Влияние скорости деформирования на сопротивление деформированию металлов при скоростях удара 10^2-10^3 м/с². — В кн.: Некоторые проблемы прочности твердого тела. М.—Л.: Изд-во АН СССР, 1959, с. 207-221.
6. Злагин Н. А., Красильщиков А. П., Мишин Г. И., Попов Н. Н. Баллистические установки и их применение в экспериментальных исследованиях. М.: Наука, 1974. 344 с.

7. Гуревич М. И. Теория струй идеальной жидкости. М.: Наука, 1979. 536 с.
8. Батчелор Дж. Введение в динамику жидкости. М.: Мир, 1973. 758 с.

Москва

Поступила в редакцию
9.VI.1980

УДК 539.374

ОБРАЗ ПРОЦЕССА НАГРУЖЕНИЯ ДЛЯ ДВУХЗВЕННЫХ ЛОМАНЫХ ТРАЕКТОРИЙ ДЕФОРМАЦИИ С УГЛОМ ИЗЛОМА БОЛЕЕ 90°

ПИШМАРЕВ О. А., ЩЕРБО А. Г.

Как известно, целый ряд практически важных инженерных задач, связанных с пластическим деформированием металла, успешно решается методами теории упруго-пластических процессов [1], в частности применением теории двухзвенных процессов, которая неоднократно подвергалась экспериментальной проверке [2-4] и подтвердила удовлетворительное совпадение с опытом. Почти все испытания по проверке этой теории проводились в условиях, когда угол излома траектории деформации не превышал 90°. Между тем весьма существенное значение имеют случаи, когда излом происходит на больший угол, т. е. после излома траектории возникают разрывки. Однако результатов таких испытаний опубликовано мало.

Цель данной работы — экспериментальное исследование процесса нагружения для траекторий деформации в виде двухзвенных ломаных с изменением угла в точке излома от 90 до 180°. На трубчатых образцах нержавеющей стали исследовалось запаздывание векторных и скалярных свойств. Получены графики зависимости углов сближения от приращения длины траектории, отсчитываемого от точки излома. Установлено, что с ростом угла излома длина следа запаздывания векторных свойств уменьшается, а длина следа запаздывания скалярных свойств увеличивается и для углов излома, превышающих 140°, становится равной бесконечности.

1. Все испытания проводились в условиях плоского напряженного состояния, создававшегося растяжением и закручиванием тонкостенных трубчатых образцов на специальной установке, аналогичной описанной в [5]; в которой нагружение осуществлялось гириями точного веса. Деформации измерялись при помощи зеркальных тензометров Мартенса, что давало возможность регистрировать абсолютные продольные деформации 1 мк, а это при примененных базах приборов составляло относительную деформацию 0,005%. Минимальные относительные деформации сдвига, измеряемые при помощи тензометров Мартенса, составляли 0,003%. Каждая из гирь, которыми производилось нагружение прикладывалась так, что ее вес передавался на образец не сразу, а постепенно. В большинстве испытаний скорость нагружения составляла примерно 2-3 Мпа/с. Деформации регистрировались лишь после того, как их скорость снижалась до $0,17 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}$. Необходимые для этого выдержки во времени были достаточно длительными (и не одинаковыми на разных этапах нагружения). Следующая порция нагрузки (гири) прикладывалась только по истечении указанной выдержки.

Образцы — цельнотянутые трубки из нержавеющей стали 1X18H10T с наружным диаметром 12 мм и толщиной стенки 0,4 мм — предварительно подвергались рекристаллизационному отжигу и испытаниям на отсутствие начальной анизотропии. Для этого из образцов перпендикулярно их оси вырезались кольца, которые после разреза по образующей выпрямлялись и вместе с другими трубчатыми образцами отжигались. После отжига трубки и пластины, полученные из колец, подвергались на установке простому растяжению, затем строились диаграммы $\sigma - \epsilon$. Сравнение этих диаграмм показало, что анизотропия образцов в продольном и поперечном направлениях не превосходила 2%, что было меньше разброса экспериментально полученных точек для образцов, испытывавшихся в каждом направлении (последний составлял 3%). Кроме того, наличие начальной изотропии подтвердил и микроскопический анализ отожженных образцов.

Методика испытаний состояла в следующем. В образцах, путем их закручивания, создавалась примерно одинаковая (отклонения не превосходили $\pm 0,05\%$) начальная деформация с интенсивностью $\epsilon_1 = 1,9\%$. Затем после часовой выдержки под нагрузкой, необходимой для полного прекращения ползучести, осуществлялись под различными углами к начальным стадиям деформирования вторичные, близкие к прямолинейным траектории деформации. Установка позволяла задавать пути нагружения лишь в напряжениях, поэтому траектории деформации являлись не прямыми, а кривыми малой кривизны. Углы между направлениями начальной деформации, одинаковой для всех образцов, и вторичными стадиями деформирования составляли примерно: 90, 110, 125, 145, 160, 180°. При определении деформаций, по которым строились вторичные траектории (после излома), вычислялись и напряжения, соответствующие различным точкам этих траекторий, что позволило строить в этих точках векторы напряжений (точнее, показать их направление).