МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 5 · 1982

УДК 533.6.013.42

О ГАШЕНИИ УПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ КОНСТРУКЦИЙ С ЖИДКОСТЬЮ

БУЖИНСКИЙ В. А., МИКИШЕВ Г. Н.

На основе предложенных гидродинамических гасителей рассматривается задача об ограничении амплитуд поперечных и продольных колебаний тонкостенных конструкций с жидкостью. Показано, что предложенные устройства обладают высокой эффективностью. Некоторые сведения о гидродинамических гасителях осесимметричных колебаний оболочек с жидкостью содержатся в [1]. Простейшей моделью этих гасителей является газовый пузырь, расположенный в жидкости. Колебания оболочек с жидкостью, внутри которых имеется газовый пузырь, изучались, например, в [1, 2]. Продольные колебания конструкции, включающей оболочку, заполненную жидкостью, при наличии в ней гидродинамического гасителя рассматривались в [3].

1. Гидродинамические гасители. Рассмотрим устройства для гашения поперечных и продольных колебаний конструкций с жидкостью, которые схематично изображены на фиг. 1. 2.

Гидродинамический гаситель поперечных колебаний выполнен в виде жесткой цилиндрической обечайки *1*, которая посредством упругих связей (на фигуре не показаны) крепится к стенкам отсека *2*, содержащего жидкость. Упругие связи таковы, что допускают перемещение обечайки в радиальном направлении. По торцам обечайка соединена со стенками отсека тонкими эластичными диафрагмами. Образованная таким образом кольцевая полость *3* герметична и заполнена газом.

При поперечных колебаниях отсека жидкость взаимодействует с обечайкой гасителя. В результате обечайка совершает относительные поперечные колебания. Существенно, что при этом в движение вовлекается значительная часть жидкости. В остальном действие такого устройства аналогично действию динамического гасителя колебаний в механических системах [4].

Собственная частота гасителя зависит от величины присоединенной массы жидкости и жесткости упругих связей. Диссипация энергии колебаний гасителя в основном создается диссипативными элементами, расположенными внутри кольцевой полости.

Гидродинамический гаситель продольных колебаний выполнен в виде двух соосно расположенных упругих гофрированных оболочек (сильфонов) *1*, *2* с общей жесткой крышкой *3* по торцам и установлен на днище *4* отсека с жидкостью. Кольцевая полость *5*, образованная стенками сильфонов крышки и днища, герметична и заполнена газом. Полость, образованная стенками внутреннего сильфона, днища и крышки, соединена с основной массой жидкости посредством перфорации в крышке.

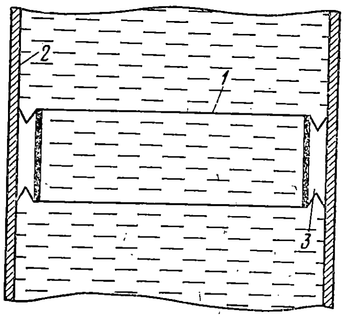
При продольных колебаниях отсека вследствие взаимодействия с жидкостью происходит периодическое изменение объема полостей гасителя. При этом, как и в предыдущем устройстве, в относительное колебательное движение вовлекается значительная часть жидкости, содержащейся в отсеке.

Собственная частота гасителя зависит от присоединенной массы жидкости, продольной жесткости сильфонов и упругости газа в кольцевой полости. Диссипация энергии колебаний гасителя происходит при протекании жидкости через перфорацию. Величина диссипации зависит от площади перфорации и может регулироваться.

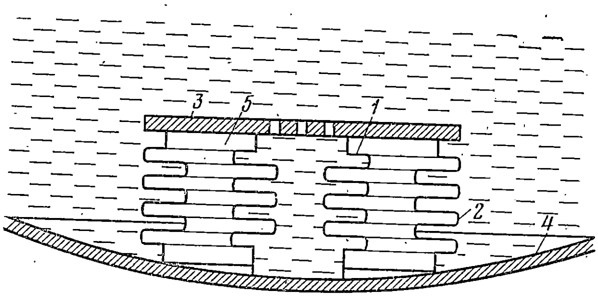
Описанное устройство предназначено для гашения продольных колебаний конструкций, включая осесимметричные колебания оболочек, заполненных жидкостью.

Гидродинамические гасители колебаний имеют малый вес, так как в качестве подвижной массы в них используется жидкость.

2. Уравнения колебаний конструкций с гидродинамическими гасителями. Рассмотрим удлиненную осесимметричную конструкцию, включающую тонкостенную оболочку, частично заполненную идеальной несжимаемой



Фиг. 1



Фиг. 2

жидкостью, внутри которой установлен гидродинамический гаситель колебаний.

Составим уравнения поперечных колебаний такой конструкции. Обозначим через l длину конструкции, $EJ(x)$ — поперечную жесткость, $\mu(x)$ — погонную массу сухой конструкции. Массой гасителя пренебрегаем. Примем, что свободная поверхность жидкости в оболочке перпендикулярна продольной оси конструкции Ox, направление которой противоположно вектору поля массовых сил. Начало декартовой системы координат $Oxyz$ совместим с центром масс конструкции.

Пусть собственные формы η_j и частоты σ_j поперечных колебаний свободной конструкции без гасителя определены при решении задачи гидроупругости [5]:

$$(EJ\eta'')''-\sigma^2\left\{\mu\eta+\rho\oint_\Gamma \Phi\cos(z,\nu)\,d\Gamma+\left[\rho\oint_\Gamma \Phi z\cos(x,\nu)\,d\Gamma\right]'\right\}=0$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\nu}=\eta\cos(z,\nu)-\eta' z\cos(x,\nu)\ \text{на}\ S,\qquad \Phi=0\ \text{на}\ \Sigma \tag{2.1}$$

$$\eta''=(EJ\eta'')'=0\ \text{при}\ x=l_1,\ x=l_2$$

Здесь η — смещение упругой оси конструкции; Φ — потенциал смещений жидкости в оболочке; Γ — контур поперечного сечения оболочки; ρ — плотность жидкости; S и Σ — смоченная поверхность оболочки и свободная поверхность жидкости; ν — единичный вектор внешней нормали к поверхности $S+\Sigma$; l_1, l_2 — координаты концов конструкции. Штрихом обозначена производная по x.

Условия ортогональности собственных форм колебаний имеют вид [6]

$$\int_{l_1}^{l_2} \mu\eta_i\eta_j\,dx+\rho\int_\tau \nabla\Phi_i\nabla\Phi_j\,d\tau=\begin{cases} 0 & (i\neq j) \\ a_j & (i=j)\end{cases}$$

$$\int_{l_1}^{l_2} EJ\eta_i''\eta_j''\,dx=\begin{cases} 0 & (i\neq j) \\ \sigma_j^2 a_j & (i\neq j)\end{cases} \tag{2.2}$$

где τ — объем, занятый жидкостью.

Перемещение упругой оси конструкции и потенциал смещений жидкости в оболочке с гасителем представим в виде

$$\eta(x,t)=\sum_{j=1}^{\infty}\eta_j q_j(t), \qquad \chi(x,y,z)=\sum_{j=1}^{\infty}\Phi_j q_j(t)+V\zeta(t) \tag{2.3}$$

где ζ — смещение обечайки гасителя относительно оболочки вдоль оси Oz. Функция V гармоническая в τ и удовлетворяет граничным условиям

$$V=0 \text{ на } \Sigma, \qquad \frac{\partial V}{\partial\nu}=0 \text{ на } S-S_0, \qquad \frac{\partial V}{\partial\nu}=\cos(z,\nu) \text{ на } S_0 \tag{2.4}$$

где S_0 — смоченная поверхность обечайки гасителя.

Примем $q_j (j=1, 2, \ldots)$ и ζ за обобщенные координаты системы. Используя соотношения (2.3), граничные условия (2.1), (2.4) и условия ортогональности (2.2), запишем функцию Лагранжа системы в виде

$$L=\sum_{j=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}a_j\dot{q}_j^{2}+\varepsilon_j\dot{\zeta}\dot{q}_j+\frac{1}{2}\sigma_j^2 a_j q_j^2\right)+\frac{1}{2}b\dot{\zeta}^2+\frac{1}{2}\sigma^2 b\zeta^2$$

$$b=\rho\int_\tau(\nabla V)^2\,d\tau, \qquad \varepsilon_j=\rho\int_\tau\nabla\Phi_j\nabla V\,d\tau \tag{2.5}$$

Располагая функцией Лагранжа, нетрудно составить уравнения движения (Q_j — обобщенные силы):

$$a_j(\ddot{q}_j+\sigma_j^2 q_j)+\varepsilon_j\ddot{\zeta}=Q_j \quad (j=1,2,\ldots)$$

$$b(\ddot{\zeta}+\sigma^2\zeta)+\sum_{j=1}^{\infty}\varepsilon_j\ddot{q}_j=0 \tag{2.6}$$

Пусть x° — координата центра приложения главного вектора гидродинамических сил, действующих на обечайку гасителя. Применяя к выражению для ε_j в (2.5) формулу Грина и используя граничные условия (2.1), (2.4), находим

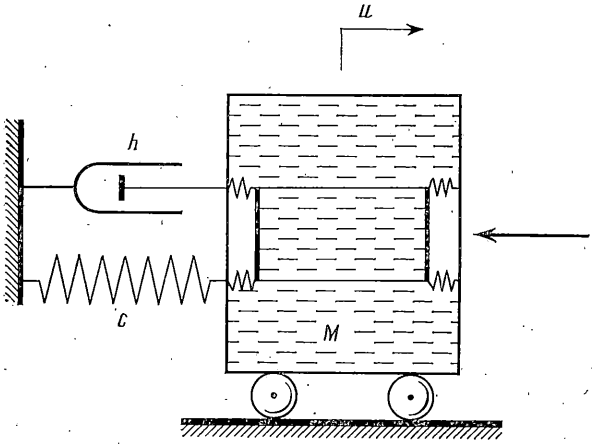
$$\varepsilon_j=\eta_j(x^\circ)\int_S V\cos(z,\nu)\,dS=\eta_j(x^\circ)\,\varepsilon \tag{2.7}$$

Подставляя (2.7) в (2.6) и переходя к новой обобщенной координате $q=\zeta b/\varepsilon$, а также учитывая диссипацию энергии колебаний, получим

$$a_j(\ddot{q}_j+\beta_j\dot{q}_j+\sigma_j^2 q_j)+\eta_j(x^\circ)m\ddot{q}=Q_j \quad (j=1, 2, \ldots)$$

$$q^{\cdot\cdot}+\beta q^{\cdot}+\sigma^2 q+\sum_{j=1}^{\infty}\eta_j(x^\circ)\,q_j^{\cdot\cdot}=0 \tag{2.8}$$

Полученная система уравнений является наиболее удобной для исследования поперечных колебаний конструкции с гидродинамическим гасителем. Она допускает введение простого механического аналога системы, включающего неоднородный упругий стержень и присоединенный к нему в сечении $x=x^\circ$ осциллятор с массой $m=\varepsilon^2/b$, собственной частотой колебаний σ и коэффициентом демпфирования β. Коэффициенты m, σ и β не зависят от выбора обобщенных координат, т. е. являются инвариантными параметрами. Так как динамические характеристики конструкции без гасителя



Фиг. 3

предполагаются заданными, то в уравнениях (2.8) только эти три параметра являются неизвестными и подлежат определению.

В частном случае, при рассмотрении поперечных колебаний жесткого отсека с гидродинамическим гасителем на подвесе (фиг. 3), уравнения существенно упрощаются:

$$M(u^{\cdot\cdot}+\beta_0 u^{\cdot}+\Omega^2 u)+mq^{\cdot\cdot}=F\cos\omega t$$

$$q^{\cdot\cdot}+\beta q^{\cdot}+\sigma^2 q+u^{\cdot\cdot}=0,\quad \Omega^2=c/M,\quad \beta_0=h/M \tag{2.9}$$

В эти уравнения входят те же инвариантные параметры m, σ и β. Они могут быть положены в основу их экспериментального определения.

Уравнения продольных колебаний удлиненной тонкостенной конструкции с жидкостью при наличии гидродинамического гасителя получены в [3]. С учетом диссипации энергии колебаний они имеют вид

$$a_j(q_j^{\cdot\cdot}+\beta_j q_j^{\cdot}+\sigma_j^2 q_j)+\varepsilon_j\zeta^{\cdot\cdot}=Q_j \qquad (j=0,1,2,\ldots)$$

$$b(\zeta^{\cdot\cdot}+\beta\zeta^{\cdot}+\sigma^2\zeta)+\sum_{j=0}^{\infty}\varepsilon_j q_j^{\cdot\cdot}=0 \tag{2.10}$$

($j=0$ соответствует форма колебаний конструкции как твердого тела, т. е. $\sigma_0=0$, $\beta_0=0$). Динамические свойства гасителя и его взаимодействие с конструкцией в этих уравнениях характеризуют коэффициенты

$$b=\rho\int_\tau(\nabla V)^2\,d\tau,\qquad \varepsilon_0=\rho\int_\tau\nabla x\nabla V\,d\tau,\qquad \varepsilon_{n0}=\rho\int_\tau\nabla V\nabla\Phi_n\,d\tau, \tag{2.11}$$

$$\varepsilon_j=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\lambda_{n0}\varepsilon_{n0}}{\mu_{n0}}g_{nj}$$

а также коэффициент демпфирования β. Через g_{nj} здесь обозначены коэффициенты форм колебаний, эквивалентных оболочке с жидкостью осцилляторов, через λ_{n0}, μ_{n0} — присоединенные массы жидкости [7]. Функции Φ_n и V — гармонические в τ и удовлетворяют граничным условиям

$$\Phi_n=0 \text{ на } \Sigma,\quad \frac{\partial\Phi_n}{\partial\nu}=w_n \text{ на } S,\quad V=0 \text{ на } \Sigma,\quad \frac{\partial V}{\partial\nu}=0 \text{ на } S,$$
$$\frac{\partial V}{\partial\nu}=-1 \text{ на } S_0 \tag{2.12}$$

где S_0 — смоченная поверхность подвижной крышки сильфонов, w_n — собственные формы осесимметричных колебаний оболочки с жидкостью, в которой установлен гаситель.

3. Определение коэффициентов уравнений. При известных динамических характеристиках конструкции определению подлежат лишь коэффициенты, характеризующие динамические свойства гасителя и его взаимодействие с конструкцией. Для их определения могут использоваться как теоретические, так и экспериментальные методы. Однако использование теоретических методов ограничено сравнительно простыми конфигурациями оболочек. Коэффициенты демпфирования могут быть определены только экспериментально.

Искомыми коэффициентами уравнений поперечных колебаний являются m, σ и β или b, ε и β. Определим коэффициенты b, ε и m для цилиндрической оболочки с плоским днищем.

Введем цилиндрическую систему координат $Oxr\theta$ с началом в центре днища. Краевую задачу для потенциала V сформулируем в виде

$$\begin{gathered}\frac{\partial^2V}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2V}{\partial\theta^2}+\frac{\partial^2V}{\partial x^2}=0 \text{ в } \tau\\ V=0,\ x=H;\ \partial V/\partial x=0,\ x=0\\ \partial V/\partial r=\cos\theta\ (r=R,\ l_0-a\leqslant x\leqslant l_0+a)\\ \partial V/\partial r=0\ (r=R,\ l_0+a<x\leqslant H,\ 0\leqslant x<l_0-a)\end{gathered}\tag{3.1}$$

Здесь H — высота жидкости, R — радиус оболочки, a — полувысота обечайки гасителя, l_0 — расстояние от днища до средней линии обечайки.

Применяя к задаче (3.1) метод Фурье, получим

$$V=\frac{4R^2\cos\theta}{H}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin p_na^{\vee}\cos p_nl_0^{\vee}}{p_n[p_nI_0(p_n)-I_1(p_n)]}I_1\left(\frac{p_nr}{R}\right)\cos\frac{p_nx}{R} \tag{3.2}$$

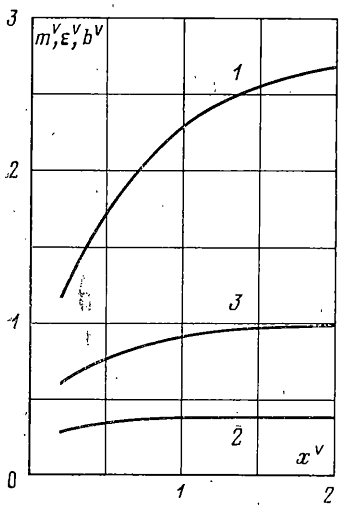
$$p_n=\pi R(2n-1)/2H,\ a^{\vee}=a/R,\ l_0^{\vee}=l_0/R$$

где I_0, I_1 — модифицированные функции Бесселя 1-го рода нулевого и первого порядка.

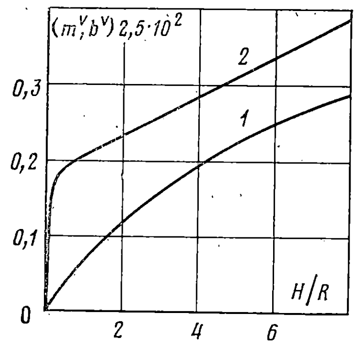
Учитывая (2.7) и граничные условия (3.1), из (2.5) находим

$$\begin{gathered}b=\frac{8\pi\rho R^4}{H}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin^2 p_na^{\vee}\cos^2 p_nl_0}{p_n^2[p_nI_0(p_n)/I_1(p_n)-1]}\\ \varepsilon=\frac{4\pi\rho R^4}{H}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{\sin p_na^{\vee}\cos p_nl_0^{\vee}}{p_n^2[p_nI_0(p_n)/I_1(p_n)-1]}\end{gathered}\tag{3.3}$$

На фиг. 4 приведены зависимости безразмерных коэффициентов $m^{\vee}=m/m^{\circ}$ (кривая *1*), $b^{\vee}=b/m^{\circ}$ (кривая *2*) и $\varepsilon^{\vee}=\varepsilon/m^{\circ}$ (кривая *3*) от относительной высоты жидкости над гасителем $x^{\vee}=(H-l_0-a)/R$ при $a=0{,}2\ R$, $l_0=2R$ $(m^{\circ}=2\pi\rho R^2 a)$. Как видно, масса эквивалентного осциллятора m может значительно превышать массу жидкости m°, заключенную в объеме, образованном обечайкой гасителя и плоскостями по ее торцам. Присоединенная масса гасителя b существенно зависит от x только при его малых значениях $(x<0{,}5\ R)$. Коэффициент ε с увеличением x стремится к m°. Если по торцам обечайки гасителя установить жесткие диафрагмы, то все три коэффициента будут равны m°.



Фиг. 4



Фиг. 5

Определим коэффициенты ε_0, ε_{n0} и b уравнений продольных колебаний для гидродинамического гасителя, показанного на фиг. 2.

Введем следующие обозначения: R_+, r_+ — внешние радиусы сильфонов, R_-, r_- — внутренние радиусы, N — число гофр. Предполагая, что нормальные прогибы v_1, v_2 поверхностей гофр сильфонов линейно зависят от r, и учитывая, что $\partial V/\partial\nu=-1$ на S_0, находим

$$v_1=\frac{1}{2N}\frac{R_+-r}{R_+-R_-},\qquad v_2=\frac{1}{2N}\frac{r_+-r}{r_+-r_-} \tag{3.4}$$

Тем самым производная $\partial V/\partial\nu$ определена на всей смоченной поверхности гасителя.

Применяя к выражениям для ε_0 и ε_{n0} в (2.11) формулу Грина, учитывая граничные условия (2.12), соотношения (3.4) и условие неразрывности $\int\limits_{S+\Sigma}\frac{\partial V}{\partial\nu}dS=0$, а также принимая во внимание небольшие размеры гасителя, получим

$$\varepsilon_0=-\rho HS^{\circ},\ \varepsilon_{n0}=-\rho\Phi_n S^{\circ}$$
$$S^{\circ}=\frac{\pi}{3}\left[(R_+^2+R_+R_-+R_-^2)-(r_+^2+r_+r_-+r_-^2)\right] \tag{3.5}$$

Коэффициент присоединенной массы для цилиндрической оболочки с пологим днищем, в полюсе которого установлен гидродинамический гаситель, приближенно можно определить по формуле [3]:

$$b=\pi\rho\frac{R_+^4 H}{R^2}+4\pi\rho RR_+^2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\mathrm{th}(\xi_n H/R)}{\xi_n^3}\frac{J_1^2(\xi_n R_+/R)}{J_0^2(\xi_n)} \tag{3.6}$$

Здесь J_0, J_1 — функции Бесселя 1-го рода нулевого и первого порядка, ξ_n — корни уравнения $J_1(\xi)=0$.

Отметим, что из [2] следует простая зависимость

$$b=\pi\rho R_+^3[{}^8/_3\pi+(R_+/R)(H/R-{}^9/_8)\tag{3.7}$$

которую можно использовать при $H>0{,}5\,R$.

На фиг. 5 приведены зависимости безразмерных коэффициентов $m^\vee=\varepsilon_0^2/(\pi\rho R^2Hb)$ (кривая *1*) и $b^\vee=b/(\pi\rho R^3)$ (кривая *2*) от H/R, рассчитанные по формулам (3.5), (3.6) при $R_+=0{,}1R$, $R_-=0{,}75R_+$, $r_+=0{,}24R_+$, $r_-=0{,}12R_+$.

Сравнение с результатами [3] показывает, что при определении ε_0 и m необходимо учитывать влияние гофр.

4. Выбор параметров и эффективность гасителей. Рассмотрим задачу оптимизации параметров гасителей, основываясь на уравнениях

$$u^{\cdot\cdot}+\Omega^2u+\varkappa q^{\cdot\cdot}=F_0e^{i\omega t},\quad q^{\cdot\cdot}+\beta q^{\cdot}+\sigma^2q+u^{\cdot\cdot}=0\tag{4.1}$$

К виду (4.1) в первом приближении могут быть приведены уравнения как поперечных, так и продольных колебаний конструкций в силу настройки гасителей на определенный тон колебаний. Демпфирование колебаний самой конструкции считаем слабым, и поэтому не учитываем [8].

Введем безразмерное ускорение $j=u^{\cdot\cdot}/F_0$, амплитуду которого A в силу (4.1), следуя [8], представим в виде

$$\begin{gathered}A=\sqrt{(a_1^2+p^2g^2a_2^2)/(b_1^2+p^2g^2b_2^2)}\\ a_1=p^2(n^2-p^2),\ a_2=p^2,\ b_1=(1-p^2)(n^2-p^2)-\varkappa p^4\\ b_2=1-p^2,\ p=\omega/\Omega,\ n=\sigma/\Omega,\ g=\beta/\Omega\end{gathered}\tag{4.2}$$

Пусть при фиксированных σ, Ω и $\varkappa$ требуется найти минимальное значение A_* максимальной амплитуды ускорений

$$A_*=\min_{p,g}\max A(p,n,g,\varkappa)\tag{4.3}$$

Воспользуемся свойством резонансных кривых (4.2) проходить через две инвариантные точки, ординаты которых $A_{1,2}$ не зависят от величины демпфирования [4]. Пусть $A_1\neq A_2$. Тогда можно найти такой оптимальный относительный коэффициент демпфирования гасителя g°, что касательная к резонансной кривой в инвариантной точке с большей ординатой будет горизонтальна, т. е. в этой точке $\partial A/\partial p^2=0$. Если амплитуда второго резонансного пика (4.2) при этом окажется меньше, чем эта большая из ординат, что выполняется при значениях n, не слишком близких к единице, то $A_*=\max\{A_{1,2}\}$.

Частоты, соответствующие инвариантным точкам, находятся из уравнения $a_1/b_1=-a_2/b_2$, решая которое, получим

$$p_{1,2}^2=(1+n^2\pm\sqrt{(1-n^2)^2+2\varkappa n^2})/(2-\varkappa)\tag{4.4}$$

Используя (4.4), ординаты инвариантных точек удобно определить из (4.2) при $g=\infty$ по формуле $A_{1,2}=p_{1,2}^2/|1-p_{1,2}^2|$.

Безразмерная резонансная амплитуда ускорений конструкции без гасителя, как известно, обратно пропорциональна относительному коэффициенту демпфирования. Поэтому обратную A_* величину

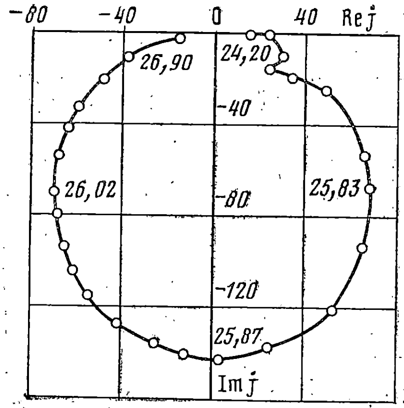
$$g_*=\min\left\{\left|1-\frac{2-\varkappa}{1+n^2\pm\sqrt{(1-n^2)^2+2\varkappa n^2}}\right|\right\}\tag{4.5}$$

естественно определить как эквивалентный действию гасителя оптимальный относительный коэффициент демпфирования конструкции.

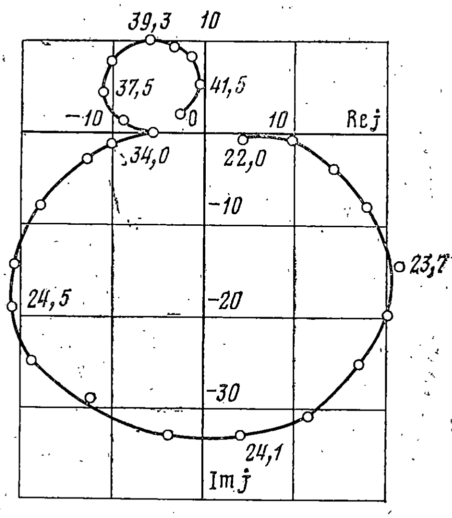
Пусть при фиксированных значениях только Ω и $\varkappa$ требуется найти

$$A_{**}=\min_{p,g,n}\max A(p,g,n,\varkappa)\tag{4.6}$$

Условие оптимальности может быть выполнено лишь при равенстве ординат инвариантных точек [4]. Из $A_1=A_2$ находим оптимальную настройку



Фиг. 6



Фиг. 7

гасителя по частоте $n=1$. Подставляя $n=1$ в выражения для A_* и g_*, получим

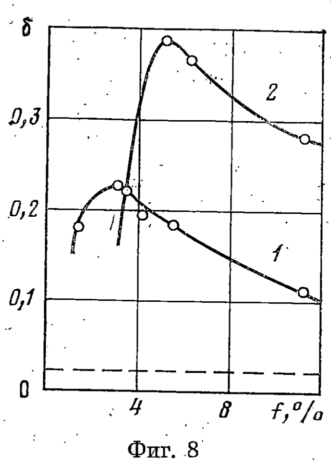
$$A_{**}=\sqrt{2/\varkappa},\quad g_{**}=\sqrt{\varkappa/2} \tag{4.7}$$

Из (4.4), учитывая (4.7), нетрудно определить оптимальное значение g для каждой из инвариантных точек.

$$g_{1,2}=[{}^3/_2\varkappa(1\mp\sqrt{{}^1/_2\varkappa})/(1-{}^1/_2\varkappa)]^{1/2} \tag{4.8}$$

При малых $\varkappa$ вместо (4.8) можно принять $g^*=\sqrt{3\varkappa/2}$.

5. Некоторые результаты экспериментальных исследований. Исследовались вынужденные осесимметричные колебания цилиндрической оболочки с гидродинамическим гасителем, показанным на фиг. 2. Для испытаний использовалась подкрепленная поперечным силовым набором цилиндрическая оболочка с пологим сферическим днищем, изготовленная из сплава АМг6, имеющая следующие размеры: высота обечайки 1000 мм, радиус 350 мм, радиус днища 1000 мм, толщина обечайки 0,8 мм, толщина днища 0,5 мм. Гаситель колебаний устанавливался в полюсе днища и имел следующие размеры: высота сильфонов 80 мм, $R_+=50$ мм, $R_-=38$ мм, $r_+=19$ мм, $r_-=12$ мм. Он был снабжен простым устройством для регулирования площади перфорации f. Оболочка жестко защемлялась по верхнему силовому шпангоуту и заполнялась водой до верхнего среза цилиндрической части. Колебания оболочке задавались электродинамическим силовозбудителем, тяга которого присоединялась к полюсу днища. Динамические характеристики определялись известными методами с использованием многоканальной вибрационной установки [7].



Фиг. 8

На фиг. 6 и 7 представлены амплитудно-фазовые частотные характеристики оболочки по ускорению без гасителя и с гасителем ($f=11,3\%$) при силе возбуждения $F=20\,H$. Вдоль кривых нанесены значения частоты. Собственная частота основного тона колебаний оболочки $\nu=25,87$ Гц, а соответствующий логарифмический декремент колебаний $\delta=\pi g=0,022$. Амплитудно-фазовая характеристика оболочки с гасителем имеет две петли, соответствующие двум собственным частотам системы, одна из которых близка к парциальной частоте колебаний оболочки, другая – к парциальной частоте колебаний гасителя. Значения собственных частот системы равны 24,1 и 39,3 Гц, декрементов – 0,104 и 0,314 соответственно. Амплитуда ускорений уменьшилась более чем в 4 раза.

Для определения параметра $\varkappa$ и собственной частоты колебаний гасителя ν воспользуемся частотным уравнением системы (4.1) $(1-p^2)(n^2-p^2)-\varkappa p^4=0$. Подставляя в него экспериментальные значения парциальной частоты колебаний оболочки и собственных частот системы, придем к двум уравнениям, из которых получим $\varkappa=0{,}144$, $n=1{,}31$ и $\nu=34{,}0$ Гц.

Теоретическое значение параметра $\varkappa=\varepsilon_{10}^2/b\mu_{10}$ нетрудно получить, если принять во внимание, что для цилиндрической оболочки с пологим днищем присоединенная масса μ_{10} близка к полной массе жидкости [7] и $\varepsilon_{10}\approx\varepsilon_0$ [3]. Учитывая это и используя (3.5), (3.6), находим $\varkappa=0{,}150$. Таким образом, экспериментально определенное значение $\varkappa$ всего на 7% ниже теоретического.

Далее экспериментально определялась зависимость эквивалентного действию гасителя декремента колебаний оболочки от величины площади перфорации. Эквивалентный декремент вычислялся по уменьшению диаметра петель амплитудно-фазовых характеристик. Результаты приведены на фиг. 8. Штриховой линией показан декремент колебаний оболочки без гасителя. Кривая *1* соответствует случаю, когда газовая полость гасителя герметична. Максимальный эквивалентный декремент $\delta_*=\pi g_*=0{,}22$ был получен при $f=3\%$ (от площади πr_-^2). Амплитуда колебаний оболочки в этом случае уменьшилась в 10 раз. По формуле (4.5) при $\varkappa=0{,}144$, $n=1{,}31$ находим $\delta_*=0{,}25$, что на 14% выше значения, определенного экспериментально.

Кривая *2* соответствует случаю, когда газовая полость гасителя соединена с атмосферой. Эффективность гасителя здесь значительно выше. Это обусловлено сближением парциальных частот системы. При $f=5{,}3\%$ был получен максимальный эквивалентный декремент $\delta_*=0{,}39$, что почти в 18 раз выше, чем для оболочки без гасителя. Оптимальная настройка гасителя по частоте здесь также отсутствовала. При оптимальной настройке по частоте и демпфированию можно получить, как это следует из (4.7) при $\varkappa=0{,}144$, максимально возможный при данных размерах гасителя эквивалентный декремент $\delta_{**}=\pi g_{**}=0{,}85$. Отметим, что столь интенсивное гашение колебаний оболочки с жидкостью обеспечивается применением устройства, объем которого составляет около 0,1% от объема, занятого жидкостью.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Колесников К. С., Рыбак С. А., Самойлов Е. А.* Динамика топливных систем ЖРД. М.: Машиностроение, 1975. 171 с.
2. *Шклярчук Ф. Н.* Колебания упругой оболочки, содержащей жидкость с источником.— Изв. АН СССР. МТТ, 1977, № 6, с. 153—166.
3. *Бужинский В. А.* О колебаниях тонкостенной конструкции с жидкостью при наличии гидродинамического гасителя.— ПММ, 1979, т. 43, вып. 6, с. 1095—1101.
4. *Ден-Гартог Дж. П.* Теория колебаний. М.– Л.: Гостехиздат, 1942. 464 с.
5. *Моисеев Н. Н.* К теории колебаний упругих тел, имеющих жидкие полости.— ПММ, т. 23, вып. 5, с. 862—878.
6. *Григолюк Э. И., Шклярчук Ф. Н.* Уравнения возмущенного движения тела с тонкостенной упругой оболочкой, частично заполненной жидкостью.— ПММ, 1970, т. 34, вып. 3, с. 401—411.
7. *Микишев Г. Н., Рабинович Б. И.* Динамика тонкостенных конструкций с отсеками, содержащими жидкость. М.: Машиностроение, 1971. 563 с.
8. *Резников Л. М.* Оптимизация параметров динамических гасителей с различными видами сопротивления.— Проблемы прочности, 1970, № 9, с. 46—51.

Москва

Поступила в редакцию
22.IV.1980