

УДК 539.214; 539.374

## **НЕКОТОРЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ ОБ ОБЩЕМ ЗАКОНЕ ПЛАСТИЧНОСТИ ИЛЬЮШИНА**

**ОХАШИ И., ТОКУДА М., КУРИТА И., СУЗУКИ Т.**

При неупругом деформировании металлов их поведение вследствие изменения микроструктуры определяется историей деформации. Иными словами, поскольку при неупругом деформировании зависимость между напряжениями и деформациями имеет множество форм в зависимости от сочетания и последовательности приложения деформаций, то для расчета деформированного состояния в конструкции при неупругой деформации или в металле при пластической обработке необходимо использовать соотношение напряжения — деформации, соответствующее возможной истории деформации.

Существует бесчисленное множество типов и последовательностей изменения деформации, вследствие чего трудно подобрать соотношение, подходящее для каждого возможного типа деформации. Поэтому возникает необходимость установить закон, позволяющий по данным ограниченного числа опытов и физически оправданных теоретических обобщений найти соотношение напряжения — деформации, пригодное по возможности, для широкого класса историй деформации.

С этой целью А. А. Ильющин [1] предложил следующий общий закон пластичности. Во-первых, имея в виду, что напряжение и деформация суть тензорные величины, и представляя напряженное или деформированное состояние первоначально изотропного тела как точку изотропного тензорного пространства, он предложил рассматривать последовательность деформированных или напряженных состояний как кривую в соответствующем пространстве. При этом любая возможная история деформации определяется внутренней геометрией и ориентацией кривой в тензорном пространстве. Эта идея является очевидным прогрессом в сравнении с обычными законами пластичности, которые не всегда логически ясно отражают историю деформации.

Во-вторых, исходя из предположения о макрофизической определмости в механике сплошной среды и учитывая свойство автоморфизма изотропного тензорного пространства, он предположил, что влияние истории деформации на неупругое поведение первоначально изотропных материалов связано только с внутренней геометрией траектории деформации и не зависит от ее ориентации в пространстве. Это предположение, названное постулатом изотропии, понижает ранг многообразия историй деформации с двух до единицы.

Кроме того, А. А. Ильющин предложил принцип запаздывания, согласно которому для описания напряженно-деформированного состояния в некоторый момент достаточно учитывать геометрию лишь конечного предшествующего участка траектории, а не всю геометрию траектории от начала деформирования. Этот принцип, можно сказать, обобщает принцип затухающей памяти, предложенный ранее для материалов с эффектами наследственности.

Эта идея и приведенные выше гипотезы обладают широкой общностью для количественного учета истории деформации и дают ясный руководящий принцип конструирования соотношений, который содержит историю деформации, имеющую безграничное многообразие, тогда как обычные законы пластичности не всегда имеют отчетливые основы для описания физических свойств соответствующих величин.

Для удобства реализации своей идеи А. А. Ильющин [1] выдвинул частный постулат изотропии в векторном пространстве, соответствующем упомянутому выше тензорному пространству. В многочисленных опытах при сложном нагружении, проведенных В. С. Лесским [2], проверено, что этот постулат согласуется с экспериментами с достаточной точностью.

Вместо тензорного пространства было введено векторное пространство девятиатора деформации, в котором норма вектора соответствует второму инварианту девятиатора. Это пространство не полностью эквивалентно тензорному [3]. Например, так как распределение третьего инварианта тензорного пространства (который не может быть явно выражен в соответствующем векторном пространстве) в векторном пространстве зависит от ориентации [4], то векторное пространство не может быть

изотропным по отношению к этому инварианту. В этой связи было показано [4], что результаты некоторых прецизионных экспериментов не всегда с высокой степенью точности согласуются с частным постулатом изотропии в векторном пространстве девиатора деформации. При этом было выяснено, что этот постулат с высокой точностью имеет место в векторном пространстве, если, используя данные предварительных опытов, модифицировать экспериментальные результаты так, чтобы исключить влияние третьего инварианта [4].

Чтобы записать соотношение между напряжениями и деформациями, отражающее влияние истории, А. А. Ильющин ввел локальное векторное пространство девиатора напряжений в точке траектории деформации в векторном пространстве девиатора деформации и выразил вектор напряжений  $\sigma$  в локальном пространстве формулой [5]:

$$\sigma = \int_{s-h}^s K(s, s', \kappa(s), \kappa(s')) de(s'), \quad s = \int_0^P |de| \quad (0.1)$$

где  $s$  — длина дуги траектории деформации в рассматриваемой точке  $P$ ,  $s'$  ( $0 \leq s' \leq s$ ) — длина дуги в точке, предшествующей  $P$ ,  $\kappa(s)$  и  $\kappa(s')$  — параметры геометрии траектории деформации в соответствующих точках,  $h$  — след запаздывания, т. е. длина дуги траектории, предшествующей рассматриваемой точке, внутренняя геометрия которой влияет на свойства материала в точке  $P(s)$ .

Эти гипотезы дают способ систематизации многообразия историй деформации. Но для завершения построения соотношений напряжения — деформации надо определить форму функции влияния и значения характерных величин в равенстве (0.1), соответствующие материалу и рассматриваемому классу историй деформации.

В. С. Ленский [6] предложил гипотезу локальной определенности: скорости изменения углов ориентации вектора напряжений в репере Френе траектории деформации являются функциями текущих значений этих углов, кривизны и длины дуги траектории. Обнаружено согласие этой гипотезы с данными ряда экспериментов.

В публикуемой работе представлены данные прецизионных экспериментов, относящиеся к принципу запаздывания и гипотезе локальной определенности. На траекториях деформации большой кривизны направление вектора напряжений  $\tau$  отстает от вектора приращения деформации  $de$ , касательного к траектории деформации. Но, согласно принципу запаздывания [5], угол сближения  $\theta = \arccos(\sigma \cdot de / |\sigma| |de|)$  уменьшается с возрастанием деформации вдоль прямолинейной траектории или траектории малой кривизны. Из гипотезы локальной определенности следует, что если в точке  $P(s_1)$  угол сближения имеет значение  $\theta \neq 0$ , а затем направление  $de$  внезапно повернуто до совпадения с направлением  $\sigma$  и последующая траектория деформации прямолинейна или малой кривизны, то должно иметь место равенство  $\theta = 0$  при  $s > s_1$ .

Принцип запаздывания и гипотеза локальной определенности пуждаются в дальнейшей экспериментальной проверке. Кроме того, можно ожидать, что для систематизации влияния истории деформации важную роль играет установление зависимостей  $|\sigma| \sim \Delta s$ ,  $s - s_1$  и  $\theta \sim \Delta s$  на прямолинейных (или малой кривизны) траекториях после заданного поворота траектории  $\Delta\theta$  в некоторой точке  $P$ .

С этой целью проведены точные эксперименты, в которых тонкостенные трубчатые образцы из малоуглеродистой стали и латуни подвергались совместному действию осевой силы и крутящего момента. При этом в пространстве девиатора деформации с единичным базисным репером  $(n_1, n_2)$  определены: вектор деформации  $e = n_1 e_z + n_2 \gamma_z / \sqrt{3}$ , где  $e_z$  и  $\gamma_z$  — осевая и сдвиговая компоненты девиатора деформации в образце, приращение вектора деформации  $de = n_1 de_z + n_2 d\gamma_z / \sqrt{3}$  и вектор напряжений  $\sigma = n_1 \sigma_z + n_2 \tau_z \sqrt{3}$ , где  $\sigma_z$  и  $\tau_z$  — нормальное и касательное напряжения в поперечном сечении образца.

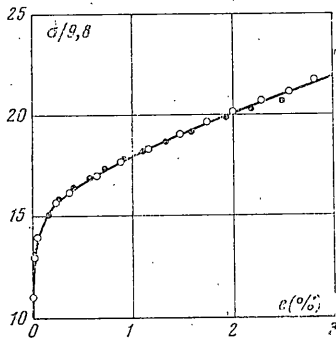
1. В опытах использована полностью автоматическая испытательная машина на сложное нагружение IS-10TS фирмы Шимазу — Сейсакушо, детально описанная в [7]. Геометрия образца также описана в [7]. Образцы изготавливались из малоуглеродистых сталей S10C и S15C и латуни BsBM2, химический состав которых представлен ниже:

C	Si	Mn	S	P	Fe
0,10	0,24	0,44	0,009	0,018	99,193
0,15	0,25	0,45	0,015	0,010	99,125
	Cu	Pb	Fe	Sn	Zn
	54,85	3,03	0,03	0,02	42,07

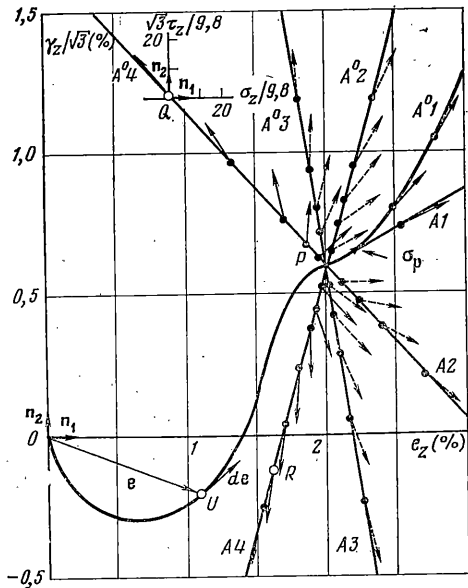
Для достижения достаточной изотропии все материалы подвергались термической обработке [7, 8], после чего отбирались образцы, имеющие по существу одинаковые механические свойства.

Для подбора режима термообработки из прутка вырезались прямоугольные образцы 15×15×30 мм в осевом и в двух взаимно перпендикулярных радиальных направлениях. Термообработка считалась оптимальной, когда диаграммы сжатия этих образцов практически совпадали. В этих предварительных опытах были установлены следующие режимы термообработки: латунь BsVM2 — отжиг при 580° в течение восьми часов и охлаждение с печью; сталь S10C и S15C — отжиг при 880° в течение часа и охлаждение с печью.

Окончательная степень начальной изотропии контролировалась испытанием трубчатых образцов на осевое растяжение и на внутреннее давление при отсутствии осевой силы.



Фиг. 1



Фиг. 2

Типичные диаграммы испытаний образцов из латуни приведены на фиг. 1 (светлые точки соответствуют осевому растяжению, а темные — внутреннему давлению). Напряжения даны в МПа. Кроме того, испытания при осевом сжатии и осевом удлинении трубчатых образцов показали пренебрежимо малое влияние первого инварианта.

Динамометрические устройства обеспечивают измерение и регистрацию всех компонентов напряжения с погрешностью не более 1,5 МПа.

При помощи дифференциального преобразователя осевое удлинение образца на базе 50 мм могло быть измерено с погрешностью не более 0,001 мм (0,002% деформации). Результаты опытов автоматически записывались на бумажную ленту, причем смещению пера на 250 мм соответствует деформация 1%. Ширина вычерчиваемой линии 0,5 мм соответствует деформации 0,002%, что определяет точность регистрации осевой деформации. С такой же точностью регистрировались другие компоненты деформации.

Наблюдалось изменение деформации небольшими скачками, связанными, по-видимому, с внезапной перестройкой кристаллической структуры, которое давало незначительные выбросы на записываемых диаграммах. Эти выбросы имеют односторонний характер, и последующее сглаживание графиков не вносит дополнительной погрешности.

2. Для указанных выше целей проведено три типа экспериментов. Эксперимент 2.1: в точке траектории деформации произвольной фор-

мы задается внезапное изменение угла сближения  $\Delta\theta$ , а последующая траектория прямолинейна или малой кривизны.

На фиг. 2 траектория предварительной деформации  $OP$  во всех опытах состоит из дуги окружности (выпуклостью вниз) радиуса 1% с длиной дуги

$$s_a = \int \sqrt{de_z^2 + d\gamma_z^2} / 3 = 2\%$$

и последующей дуги окружности радиуса 0,4% с длиной дуги  $s_b = 0,5\%$ , т. е. длина дуги предварительной деформации  $s_0 = s_a + s_b = 2,5\%$ . Этот выбор мотивировался тем, что длина дуги предварительной деформации должна быть более 2%, чтобы эффект предшествующей истории деформации в области упрочнения материала был достаточно насыщенным; угол запаздывания  $\theta$  в конце предварительной деформации должен быть достаточно большим; траектория предварительной деформации не должна содержать процессов разгрузки.

После этого совершался внезапный поворот вектора приращения деформации  $de$  до получения заданного значения угла  $\Delta\theta$  между  $de$  и вектором напряжений  $\sigma$  в точке  $P$ ; последующая траектория деформации прямолинейна. Ниже приведены заданные значения  $\Delta\theta$  для опытов  $A1, \dots, A^4$  (положительное направление отсчета углов — по часовой стрелке,  $N$  — индекс опыта)

$N$	$A1$	$A2$	$A3$	$A4$	$A^2$	$A^3$	$A^4$
$\Delta\theta$ , град	0	45	90	135	-45	-90	-135

Кроме того, проведен опыт  $A^1$ , в котором после поворота до совпадения  $de$  с вектором напряжений  $\sigma$  в точке  $P$  реализована траектория малой кривизны (дуга окружности радиуса 2%) выпуклостью вниз. На фиг. 2 эти траектории изображены сплошными линиями. Поддерживалась постоянная скорость деформации  $\dot{s} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}$ .

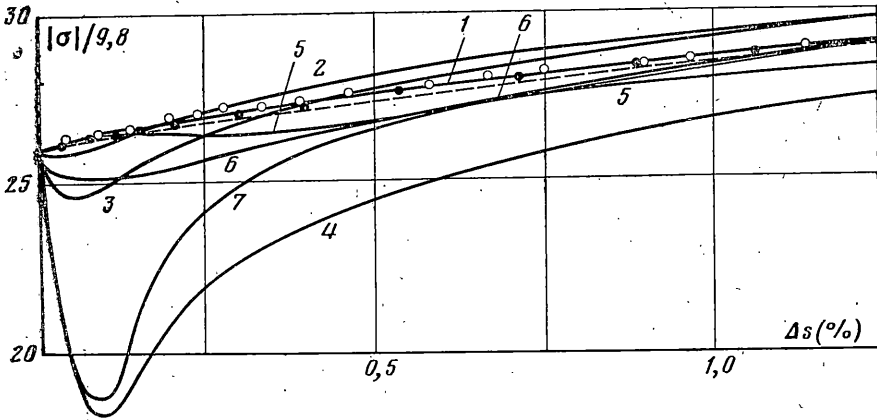
Эти опыты проведены с образцами из стали S15C.

На фиг. 2 короткими стрелками в ряде точек траекторий деформации показаны векторы напряжений  $\sigma$ . Из данных опытов  $A^2 - A^4$  и  $A2 - A4$  видно, что в согласии с принципом запаздывания значение угла сближения убывает с ростом деформации на прямолинейной траектории. С другой стороны, из результатов опыта  $A1$  видно, что если задан поворот до совпадения  $de$  с вектором напряжений  $\sigma$  в точке  $P$  ( $\Delta\theta = 0$ ), то с достаточной точностью соблюдается равенство  $\theta = 0$  на последующей прямолинейной траектории деформации, что согласуется с гипотезой локальной определенности. Более того, в опыте  $A^1$  установлено, что вдоль траектории малой кривизны со значением  $\Delta\theta = 0$  в точке  $P$  возрастание величины  $s$  с ростом  $\Delta s$  не превышает  $6^\circ$ .

На фиг. 3 показана зависимость между  $|\sigma| = (\sigma_z^2 + 3\tau_z^2)^{1/2}$  и  $\Delta s = s - s_0$  после точки  $P$  для каждого опыта ( $s_0 = 2,5\%$ ). Светлые точки на кривой 1 соответствуют эксперименту  $A^1$  ( $R = 2\%$ ), темные точки — эксперименту  $A1$ . Кривые 2, 3, 4 соответствуют экспериментам  $A2, A3, A4$ , кривые 5, 6, 7 — экспериментам  $A^2, A^3, A^4$ ; штриховой кривой показан случай одноосного растяжения. Зависимость  $|\sigma| \sim \Delta s$  различна для разных траекторий и определяется историей деформации (геометрией траектории). Например, между зависимостями  $|\sigma| \sim \Delta s$ , полученными в опытах  $A4$  и  $A^4$ , имеется весьма заметное различие на стадии возрастания напряжения, которая следует за заметным уменьшением напряжения тотчас после точки  $P$ .

Так как сравнительно короткий участок траектории, предшествующий точке  $P$ , имеет одну и ту же конфигурацию в опытах  $A4$  и  $A^4$ , то замет-

ные уменьшения значений напряжения тотчас после точки  $P$  происходят практически одинаково. Но на траектории опыта  $A4$  участок  $UPR$  (фиг. 2) соответствует смене направления нагружения, и потому заметно проявляется эффект, аналогичный так называемому эффекту Баушингера. С другой стороны, хотя в опыте  $A^4$  участки  $OУ$  и  $PQ$  (фиг. 2) соответствуют противоположным направлениям нагружения, влияние участка  $OУ$  на отрезке  $PQ$  ослабляется деформацией на участке  $UP$ , и потому



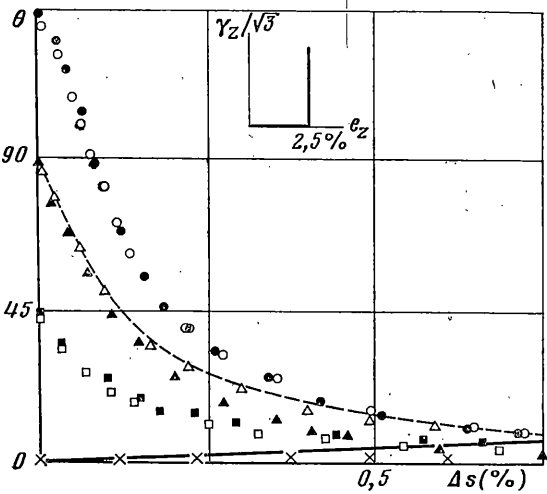
Фиг. 3

влияние истории типа эффекта Баушингера не проявляется заметно. Тенденция к ослаблению этого рода влияния истории на значение  $|\sigma|$  детально рассмотрена ранее [10] в связи с результатами опытов по деформациям вдоль трехзвенных траекторий с двумя прямыми углами излома.

Соотношения  $\theta \sim \Delta s$  после точки  $P$  для этих экспериментов показаны на фиг. 4. Значения  $\theta$  даются в градусах. Эксперимент  $A1$  показан косыми крестами, эксперимент  $A^1$  ( $R=2\%$ ) — линией; светлые точки, треугольники и квадраты соответствуют экспериментам  $A4, A3, A2$ , темные —  $A^4, A^3, A^2$ . Штриховая кривая построена по результатам опыта по двухзвенной траектории деформации с углом излома  $90^\circ$ . Явление запаздывания выражено очень четко для всех начальных значений углов  $\Delta\theta$ , включая  $\Delta\theta > 90^\circ$ .

Последующее обсуждение данных опытов связано с проверкой правильности гипотезы локальной определенности.

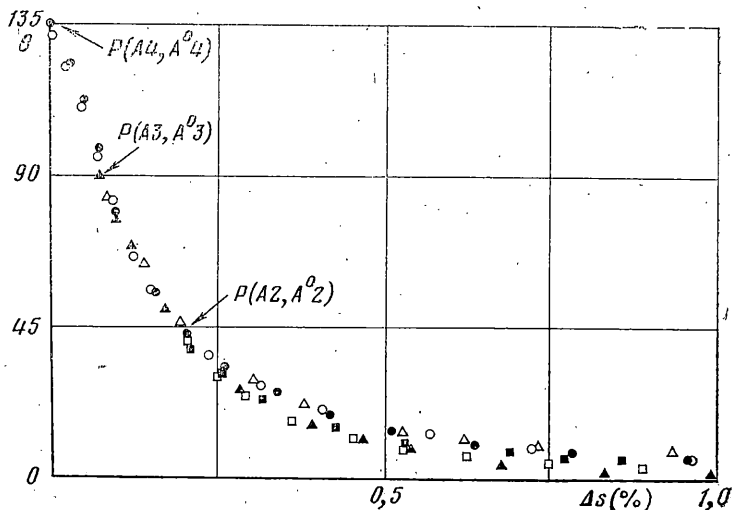
На фиг. 4 видно, что хотя в опыте  $A1$  траектория после точки  $P$  не является траекторией простой деформации, начальное значение  $\Delta\theta=0$  сохраняется почти всюду после точки  $P$ . Из результатов опыта  $A^1$  по траектории малой



Фиг. 4

кривизны после точки  $P$  при начальном условии  $\Delta\theta=0$  видно, что возрастание  $\theta$  с ростом  $s$  насыщается при значении  $\sim 6^\circ$ . Эта тенденция будет рассмотрена далее.

Существенной особенностью, обнаруживаемой на фиг. 4, является совпадение значений  $\theta$ , полученных в опытах  $A2$  и  $A^{\circ 2}$ ,  $A3$  и  $A^{\circ 3}$ ,  $A4$  и  $A^{\circ 4}$ . Более того, результаты опытов  $A3$  и  $A^{\circ 3}$  согласуются с данными опыта по двухзвенной траектории деформации с прямым углом излома



Фиг. 5

при такой же длине предшествующей траектории. Из этих опытов, следует, что уменьшение  $\theta$  при деформации вдоль прямолинейной траектории после точки  $P$  определяется значением  $\theta$  в точке  $P$  и не зависит от формы траектории предварительной деформации и от взаимного расположения траекторий до и после точки  $P$ .

На фиг. 5 кривые фиг. 4, относящиеся к опытам  $A2, A^{\circ 2}$  и  $A3, A^{\circ 3}$ , смещены вправо до совпадения значений  $\theta$  в точке  $P$  соответствующими точками опытов  $A4$  и  $A^{\circ 4}$  (светлые квадраты, треугольники и точки относятся к опытам  $A2, A3, A4$ , а темные — к опытам  $A^{\circ 2}, A^{\circ 3}, A^{\circ 4}$ ; стрелки показывают начало каждой смещенной кривой). При таком переносе наблюдается полное совпадение данных опытов  $A2, A^{\circ 2}, A3, A^{\circ 3}, A4, A^{\circ 4}$ . На основании этих данных можно ожидать дальнейшего обобщения закономерности  $\theta \sim \Delta s$  после точки  $P$ : зависимость  $\theta \sim \Delta s$  при деформации по прямолинейной траектории после точки  $P$  можно выразить единой кривой независимо от начального значения  $\theta$  в точке  $P$  и предшествующей истории деформации. Впервые это было отмечено в [6].

Чтобы убедиться в общности этой тенденции, были проведены эксперименты 2.3 по программным двухзвенным траекториям деформации со скругленными прямыми углами.

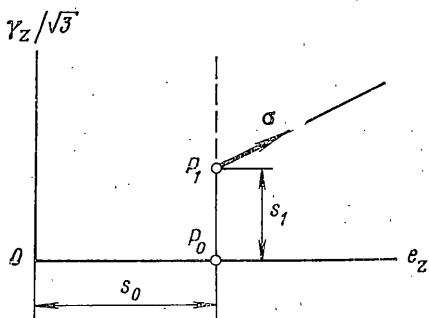
Эксперимент 2.2: вектор приращения деформации  $de$  на втором звене двухзвенной траектории внезапно поворачивается до совпадения с текущим вектором напряжений  $\sigma$ , и последующая прямолинейная траектория деформации реализуется в этом направлении.

Результаты опыта  $A1$  показали, что при повороте вектора  $de$  до совпадения с вектором  $\sigma$  ( $\Delta\theta=0$ ) в некоторой произвольной точке  $P$  траектории какой-либо формы равенство  $\theta=0$  сохраняется при последующем деформировании вдоль прямолинейной траектории этого направления. Чтобы

проверить общность этой тенденции, образцы из той же малоуглеродистой стали испытаны по трем типам программных траекторий, показанным на фиг. 6 и ниже (опыты *B1, B2, B3*):

$\theta$ , град	80	70	60
$s_1$	0,025	0,0583	0,084

После перехода от растяжения к кручению в точке  $P_0$  с предварительной деформацией  $s_0=2\%$  на втором звене ломаной в точке  $P_1$ , в которой угол сближения принимает значение  $\theta=80, 70$  или  $60^\circ$ , вектор  $de$  поворачивается до совпадения с вектором  $\sigma$  и последующая прямолинейная траектория деформации проводится в этом направлении. Длина дуги  $s_1$  до точки  $P_1$  на втором звене определяется по данным предварительных испытаний.



Фиг. 6

Зависимости  $\sigma_z$ ,  $\tau_z\sqrt{3}$  и  $|\sigma|$  от длины дуги  $\Delta s$ , отсчитываемой от точки  $P_0$ , показаны на фиг. 7 и 8. Кривые 1, 2, 3 (фиг. 7) соответствуют напряжениям  $\sigma_z$ , кривые 4, 5, 6 —  $|\sigma|$  для опытов *B1, B2, B3*. Кривая 7 соот-

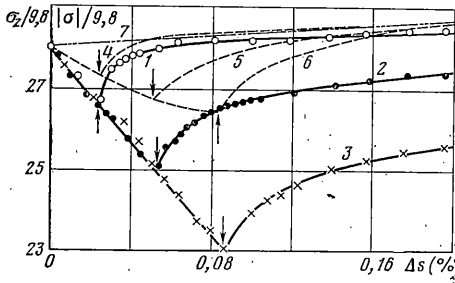
ветствует  $|\sigma|$  в случае одноосного растяжения. На фиг. 8 кривые 1, 2, 3 относятся к опытам *B1, B2, B3*. Видно, что величина  $|\sigma|$  существенно убывает после точки  $P_0$ , затем после точки  $P_1$  (на фигурах показана стрелкой) вновь возрастает и стремится к кривой напряжения — деформация при осевом растяжении. Это увеличение  $|\sigma|$  после точки  $P_1$  вызвано, по-видимому, эффектом пластической анизотропии, порожденной предшествующей деформацией, которая состоит в основном из осевой деформации  $e_z$ , так как длина дуги  $s_1$  не так велика. С другой стороны, было установлено, что величина  $|\sigma|$  существенно убывает после точки  $P_1$  при больших значениях  $s_1$ , как это имеет место после точки  $P_0$ .

Зависимость изменения  $|\sigma|$  от длины  $s_1$ , показывающая затухание влияния истории деформации на первом звене, рассмотрена ранее [10] в связи с опытами по трехзвенным траекториям с прямыми углами излома<sup>1</sup>.

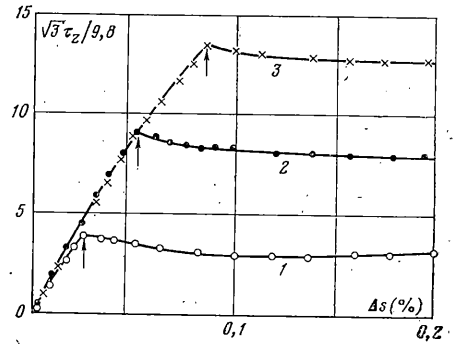
На фиг. 9, 10 показаны зависимости угла ориентации  $\theta_\sigma = \arccos(\sigma \cdot n_1 / |\sigma|)$  вектора  $\sigma$  от  $\Delta s$  после точки  $P_0$ . Результаты опытов *B1, B2, B3* отмечены цифрами 1, 2, 3. Горизонтальные штриховые линии при значениях  $10, 20$  и  $30^\circ$  показывают углы ориентации вектора приращения деформации  $\theta_{de} = \arccos(de \cdot n_1 / |de|)$  после точки  $P_1$ , а штрихпунктирные дают значения углов  $\theta'_\sigma$ , определенных в опытах при соответствующих простых деформациях (по прямолинейным траекториям деформации, исходящим из начала координат, и параллельных траекториям после точки  $P_1$  в опытах *B1, B2* и *B3*). Как отмечено в [8, 9], условие  $\theta = \theta_{de}$  не соблюдается строго даже при пропорциональной деформации первоначально изотропных металлов вследствие слабого влияния нелинейного члена в тензорном уравнении состояния.

<sup>1</sup> При этом, однако, третье звено не совпадает по направлению с  $\sigma$  во второй точке излома.

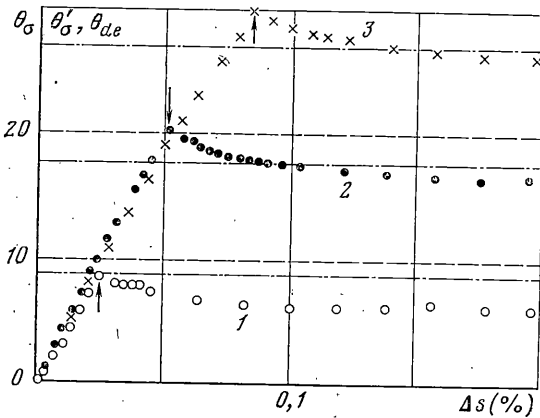
Значения  $\theta_{\sigma'}$  и  $\theta_{de}$  совпадают в точке  $P_1$  в опытах  $B2$  и  $B3$ , но с возрастанием деформации значения  $\theta_{\sigma'}$  становятся меньше  $\theta_{de}$  и меньше значения  $\theta_{\sigma'}$  при простой деформации. Эту тенденцию можно отнести за счет пластической анизотропии, вызванной пред-



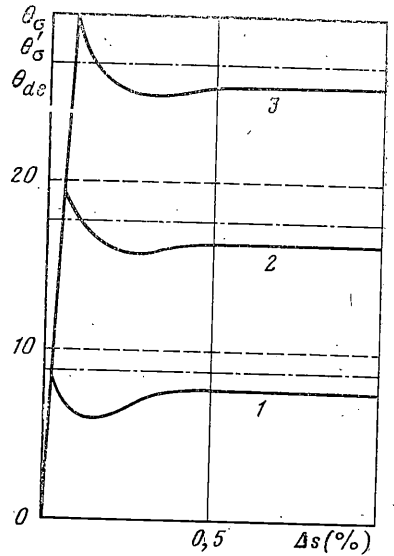
Фиг. 7



Фиг. 8



Фиг. 9



Фиг. 10

варительной деформацией, а именно возрастанием сопротивления осевому удлинению. При последующем росте деформации  $\theta_{\sigma'}$  стремится к значению, полученному при соответствующей простой деформации, вследствие затухания сильного влияния истории деформации в точке излома. В опыте  $B1$  значение  $\theta_{\sigma'}$  в точке  $P_1$  оказалось равным  $9^\circ$  вместо назначенных  $10^\circ$ . Но в полученных результатах наблюдается тенденция, аналогичная отмеченной в опытах  $B2$  и  $B3$ .

Хотя значение  $\theta_{\sigma'}$  несколько изменяется после точки  $P_1$  и условие  $\theta_{\sigma'} = \theta_{de}$  строго не соблюдается, область изменения угла  $\theta_{\sigma'}$  и разность  $\theta_{de} - \theta_{\sigma'}$  не превышают  $5^\circ$ , что можно считать пренебрежимо малым.

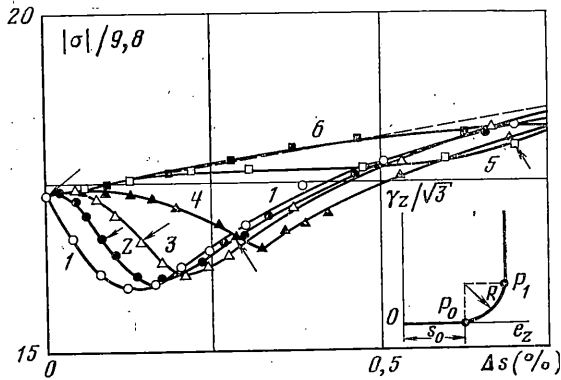
Эксперимент 2.3: деформация по двухзвенной траектории с прямым углом излома, скругленным дугой окружности.

Опыты проводились по программным траекториям деформации, изображенной внутри фиг. 11, совместным приложением осевой силы и кру-



тящего момента к тонкостенным трубчатым образцам из малоуглеродистой стали S10C или латуни VsBM2. После предварительно осевой деформации ( $s_0=2\%$  для малоуглеродистой стали и  $s_0=1,5\%$  для латуни) выполнялось скругление прямого угла по дуге окружности радиуса  $R$ , после чего возрастала только деформация кручения  $\gamma_z$  при неизменной осевой деформации  $e_z$ . Были выбраны значения  $R=0; 0,25; 0,5$  и  $1,0\%$  (опыты  $C^0, C^1, C^2, C^3$ ) для малоуглеродистой стали и  $R=0; 0,045; 0,09; 0,19; 0,45$  и  $0,95\%$  (опыты  $C0, C1, C2, C3, C4, C5$ ) для латуни. Опыты с нескругленным углом ( $R=0$ ) многократно проводились ранее [7, 8].

На фиг. 11 показаны зависимости  $|\sigma|$  от  $\Delta s=s-s_0$  после начала скругления в точке  $P_0$ , полученные в опытах с латунью. Кривые 1–6 соответ-



Фиг. 11

ствуют опытам  $C0 - C5$ , штриховая кривая показывает случай чистого кручения. Стрелки отмечают положение точки  $P_1$ . Чтобы более четко выделить влияние геометрии траектории, влияние третьего инварианта напряжений исключено из экспериментальных значений  $|\sigma|$  по методу, предложенному в [7].

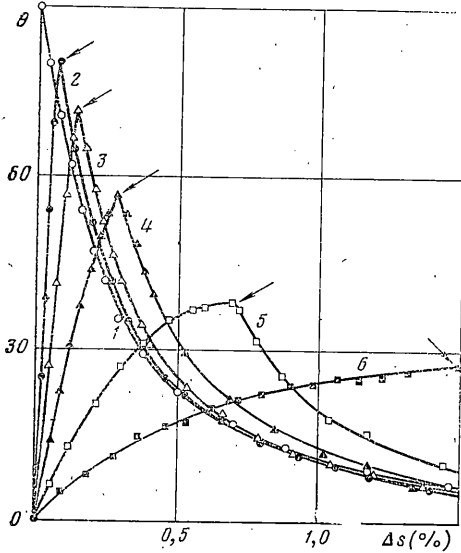
Из графиков видно, что во всех случаях величина  $|\sigma|$  после точки  $P_0$  вначале убывает, причем уменьшение тем больше, чем меньше радиус скругления  $R$ . Более того, при малых значениях  $R$  величина  $|\sigma|$  продолжает убывать и на прямолинейной части после точки  $P_1$ . Но при последующем росте деформации величина  $|\sigma|$  начинает возрастать и во всех случаях стремится к кривой напряжение — деформация при чистом кручении. (Эта кривая относится к любой пропорциональной деформации, поскольку влияние третьего инварианта исключено.)

Соответствующие зависимости  $\theta \sim \Delta s$  после начала скругления в точке  $P_0$ , полученные в опытах с латунью, представлены на фиг. 12. Видно, что  $\theta$  возрастает на стадии скругления, причем скорость возрастания выше при малых радиусах  $R$ . После окончания скругления в точке  $P_1$  значение  $\theta$  убывает, вначале быстро, затем медленнее и стремится к нулю с ростом деформации. Аналогичная тенденция наблюдается в опытах с малоуглеродистой сталью S10C; кривые 1–4 на фиг. 13 соответствуют опытам  $C^0 - C^3$ .

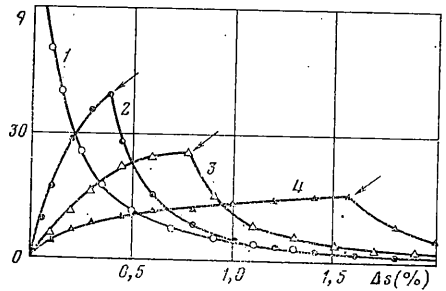
Экспериментальные значения, показанные на фиг. 12 для прямолинейной траектории после точки  $P_1$ , на фиг. 14 смещены влево до совпадения значения  $\theta$  в точке  $P_1$  с соответствующим значением при  $R=0$  (светлые точки, треугольники и квадраты соответствуют опытам  $C0, C2, C4$ , а темные —  $C1, C3, C5$ ). Видно, что все экспериментальные точки при таком смещении совпадают и лежат на единой кривой, как и в экспери-

ментах первого типа (фиг. 5). Зависимость  $\theta \sim \Delta s$  при деформации вдоль прямолинейной траектории после точки  $P_1$  не зависит от различия геометрии траекторий до точки  $P_1$ , которое оказывает влияние только на значение  $\theta$  в точке  $P_1$ .

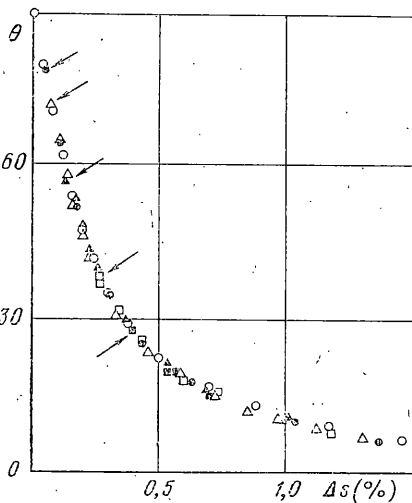
Аналогичные результаты получены для малоуглеродистой стали (фиг. 15). Штрихпунктирной линией показана зависимость для стали



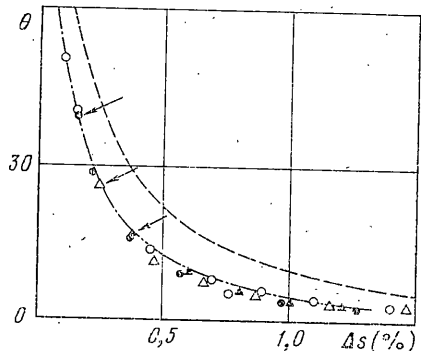
Фиг. 12



Фиг. 13



Фиг. 14



Фиг. 15

S15C при  $R=0$ , которая почти подобна аналогичной кривой для малоуглеродистой стали S10C. Пунктирная линия, перенесенная с фиг. 14, изображает соответствующую зависимость для латуни. Видно, что скорость уменьшения  $\theta$  в стали больше, чем в латуни. Из сравнения фиг. 12 и 13 видно также, что значение  $\theta$  в точке  $P_1$  для стали меньше, чем для латуни, при той же конфигурации траектории деформации.

Приведенные результаты показывают, что гипотеза локальной определенности и прямые следствия из нее [6], обоснованные ранее опытами других типов над иными материалами, подтверждаются также этими экспериментами.

3. В связи с необходимостью достаточно точной оценки деформированного состояния конструкций при неупругой деформации или материалов при пластической обработке важной проблемой техники является установление соотношения между напряжениями и деформациями, в котором с высокой точностью учитывается влияние истории деформирования. С этой точки зрения общий закон пластичности А. А. Ильюшина можно рассматривать как очень эффективный руководящий принцип систематизации многообразия историй деформации и количественного учета этой истории. Закон А. А. Ильюшина является основой для математического описания результатов экспериментов по неупругой деформации при сложном нагружении, т. е. для построения соотношения напряжение — деформация, пригодного для точного анализа неупругой деформации с учетом влияния сложной истории деформации, встречающейся в практике.

Имея в виду этот общий закон пластичности, в данной работе представлены результаты опытов, в которых исследовалось неупругое поведение малоуглеродистой стали и латуни при совместном приложении к трубчатому образцу осевой силы и крутящего момента, причем особое внимание уделено следующим вопросам.

Как изменяется угол сближения  $\theta$  между вектором напряжений и вектором приращения деформации, когда в некоторой точке произвольной траектории деформации последующая прямолинейная (или малой кривизны) траектория направляется вдоль вектора напряжений?

Как изменяется  $\theta$  вдоль последующей прямолинейной траектории, когда в точке произвольной траектории деформации этому углу задается некоторое значение?

В этих экспериментах установлены следующие основные особенности: даже при сравнительно большом значении  $\theta$  в точке траектории деформации произвольной формы равенство  $\theta=0$  имеет место с высокой степенью точности на последующей прямолинейной траектории деформации, совпадающей по направлению с вектором напряжений в указанной точке траектории; значение  $\theta$ , получившееся в результате роста угла сближения на траектории деформации большой кривизны или в результате излома траектории, убывает и стремится к нулю на последующей прямолинейной траектории деформации; в процессе этого убывания соотношение  $\theta \sim \Delta s$  не зависит от предшествующей истории деформации.

Эти выводы получены на основании данных опытов в ограниченном множестве историй деформации. Например, в приведенных здесь экспериментах предварительная деформация была  $s_0 \geq 2\%$  для малоуглеродистой стали и  $s_0 \geq 1,5\%$  для латуни, а конфигурации траекторий предварительной деформации определялись специальными целями экспериментов. Однако поскольку указанные заключения обоснованы экспериментально, а проведенные опыты включают типичные примеры сложных процессов деформации, встречающиеся в практике, эти выводы можно рассматривать как отражающие особенности влияния истории и подтверждающие принцип запаздывания и гипотезу локальной определенности.

Авторы благодарны А. А. Ильюшину и В. С. Ленскому за их предложения и советы по проведению экспериментов и за любезную рекомендацию для опубликования полученных результатов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Ильюшин А. А.* Пластичность, основы общей математической теории. М.: Изд-во АН СССР, 1963. 271 с.
2. *Lensky V. S.* Analysis of plastic behaviour of metals under complex loading.— In: Plasticity. Proc. 2nd Sympos. on Naval Struct. Mech., 1960, p. 259.
3. *Вакуленко А. А.* Проблемы реологии пластических сред.— Исследования по упругости и пластичности: Сб. статей. Л.: Изд-во ЛГУ, 1971, вып. 8, с. 3–62.
4. *Ohashi Y., Tokuda M., Yamashita H.* Effect of third invariant of stress deviator on plastic deformation of mild steel.— J. Mech. Phys. Solids, 1975, v. 23, p. 2.
5. *Ильюшин А. А.* Об основах общей математической теории пластичности.— В кн.: Вопросы теории пластичности. М.: Изд-во АН СССР, 1961, с. 3–29.
6. *Левский В. С.* Гипотеза локальной определенности в теории пластичности.— Изв. АН СССР. ОТН. Механ. и машиностр., 1962, № 5, с. 154–158.
7. *Ohashi Y., Tokuda M.* Precise measurement of plastic behaviour of mild steel tubular specimens subjected to combined torsion and axial force.— J. Mech. Phys. Solids, 1973, v. 24, p. 241.
8. *Ohashi Y., Tokuda M., Tanaka Y.* Precise experimental results on plastic behaviour of brass under complex loading.— Bull. Acad. polon. sci., 1978, v. 36, No. 5, p. 261.
9. *Ohashi Y., Tokuda M., Mizuno S.* A precise stress-strain relation of mild steel in the proportional deformation under combined loading.— Bull. JSME, 1974, v. 17–111, p. 1135.
10. *Ohashi Y., Tokuda M., Itoh S., Miyake T.* Experimental investigation on history — dependence of plastic behaviour of brass under combined loading.— Bull. JSME, 1980, v. 23–182, p. 1305.

Нагоя, Япония

Поступила в редакцию  
14.VIII.1979