

УДК 531.8

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЗРИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ ПРИ УПРАВЛЕНИИ ШАГАЮЩИМИ АППАРАТАМИ

БОРДЮГ Б. А., ЛАРИН В. Б.

В процессе отработки систем управления шагающими аппаратами значительное внимание уделяется проблеме получения и использования зрительной информации¹. Специфика этой проблемы, обусловленная иерархической (многоуровневой) структурой системы управления шагающего аппарата, делает возможным самостоятельное рассмотрение способов учета зрительной информации на каждом из уровней такой системы.

В публикуемой работе основное внимание сосредоточено на математических вопросах использования зрительной информации на нижнем уровне (уровне динамического управления [1]), т. е. на задачах синтеза систем горизонтальной и вертикальной стабилизации шагающего аппарата при наличии зрительной информации. В случае горизонтальной стабилизации рассматривается так называемая задача отслеживания следовой дорожки (ходьба шагающего аппарата при задаваемом значении координат точки опоры на каждом последующем шаге). В случае же системы вертикальной стабилизации постановка (управление с прогнозом вертикальным движением шагающего аппарата) аналогична возникающей при создании современных колесных транспортных средств [2, 3] и состоит в разработке системы управления, которая в текущий момент времени t использует информацию о будущих, до момента $t+T$, воздействиях.

Обе задачи рассматриваются в рамках линейно-квадратичной гауссовой проблемы и сводятся к нахождению периодического решения матричного уравнения Риккати. Указывается алгоритм построения этого решения, приводящий к задаче меньшей размерности.

Путем математического моделирования исследуется обусловленное учетом зрительной информации улучшение качества переходного процесса при преодолении препятствий. Показано, что снабжение шагающего аппарата зрением позволяет получить весьма существенное снижение динамических усилий при передвижении по неровной поверхности.

1. Использование зрительной информации в системе горизонтальной стабилизации. Пусть шагающий аппарат с весовыми ногами совершает одноопорную регулярную походку с программным значением времени шага τ и длиной шага $2L$. Вдоль прямой (оси x), по которой происходит движение, отмечены точки, в которые желательна постановка ноги на соответствующем шаге (задана следовая дорожка). Координаты этих точек обозначим x_1, x_2, \dots . Предполагается, что благодаря системе зрительного восприятия в течение r -го шага ($r=1, 2, \dots$), $((r-1)\tau < t < r\tau)$ известны желаемые координаты точек постановки опорной ноги на j последующих ($r+1, \dots, r+j$) шагах, т. е. координаты x_{r+1}, \dots, x_{r+j} , но ничего не известно о дальнейших координатах x_{r+j+1}, \dots .

Рассмотрим задачу синтеза системы стабилизации шагающего аппарата, которая будет компенсировать возмущения, обусловленные нерегулярностью следовой дорожки². Предположим, что система должна работать

¹ См. *Озоцимский Д. Е., Кирильченко А. А., Лапшин В. В.* и др. Оработка алгоритмов осмотра местности и построение ее модели на макете интегрального робота.— Всес. совещ. по робототехн. системам: Тез. докл. М.: Наука, 1978, с. 89. *Кирильченко А. А., Плогников А. М.* Математическое обеспечение дальномерной системы для автономного робота.— Всес. совещ. по робототехн. системам: Тез. докл. М.: Наука, 1978, с. 90.

² Для аппарата с невесомыми ногами этот вопрос был рассмотрен в [4].

с прогнозом не более чем на время одного шага. Ограничившись плоским движением аппарата по горизонтальной поверхности, опишем шагающий аппарат как объект управления. Как и в [5], будем предполагать, что изменение вектора ошибки ε , равного разности между текущим x и программным η значениями фазового вектора, описывается в течение r -го шага следующей системой линейных дифференциальных уравнений:

$$\dot{\varepsilon} = F\varepsilon + Gu, \quad (r-1)\tau < t < r\tau \quad (r=1, 2, \dots) \quad (1.1)$$

В момент смены опорной ноги $t=r\tau$ справедливо следующее конечно-разностное соотношение:

$$\varepsilon(r\tau+0) = F_0\varepsilon(r\tau-0) + Mv(r) \quad (1.2)$$

В этих уравнениях матрицы F , G периодичны с периодом τ ; F_0 и M постоянны (не зависят от r). Пусть управление шагающим аппаратом осуществляется в дискретные моменты времени. Эти моменты $t_{i,r} = (r-1)\tau + i\Delta$ ($\Delta = \tau/l$, $i=1, 2, \dots, l-1$) разбивают время r -го шага на l равных промежутков, на каждом из которых ($t_{i-1,r} < t < t_{i,r}$) управляющее воздействие $u(t)$ постоянно (элементы вектора $u(t)$ — ступенчатые функции времени). При сделанных предположениях целесообразно описывать движение аппарата в течение шага не дифференциальным уравнением (1.1), а соответствующим разностным аналогом (см. [5] формула (49)):

$$\varepsilon[(r-1)l+i+1] = \Psi[(r-1)l+i]\varepsilon[(r-1)l+i] + \Gamma[(r-1)l+i]u[(r-1)l+i] \quad (i=0, 1, \dots, l-1) \quad (1.3)$$

в котором применено следующее обозначение аргумента: $[(r-1)l+i] = [(r-1)l+i]\Delta = t_{i,r}$. Таким образом, уравнения (1.2) и (1.3) описывают шагающий аппарат как объект управления. Объединяя их, получаем следующую периодическую конечно-разностную систему уравнений, которую запишем аналогично (1.3):

$$\varepsilon(p+1) = \Psi(p)\varepsilon(p) + \Gamma(p)u(p), \quad p = (r-1)(l+1) + i \quad (i=0, 1, \dots, l) \quad (1.4)$$

где матрицы $\Psi(p)$ и $\Gamma(p)$ имеют период $l+1$.

Пусть фактическая координата точки опоры на r -м шаге есть x_{0r} . Требуемая длина этого шага $x_{r+1} - x_{0r}$, или возмущение $\xi_r = x_{r+1} - x_{0r} - 2L$, известна по истечении $(l-q+1)\tau/l$ секунд r -го шага, т. е. за $1 \leq q \leq l+1$ тактов ⁴ работы системы стабилизации, которые предшествуют началу $(r+1)$ -го шага (моменту постановки опорной ноги на $(r+1)$ -м шаге). Получив эту информацию, необходимо использовать ее в системе стабилизации на оставшихся q тактах. Так как обычно система стабилизации формирует управляющие воздействия только по прошлым и текущим значениям погрешности воспроизведения фазового вектора для использования полученной информации, необходимо так расширить этот вектор, чтобы дополнительные компоненты содержали будущее возмущение системы. Вектор $((q-1)$ -мерный) этих дополнительных компонент можно ввести с помощью следующей системы конечно-разностных уравнений:

$$y(p+1) = Ay(p) + \xi(p) \quad (1.5)$$

³ Так как система (1.4) формально объединяет уравнения (1.2) и (1.3), т. е. фигурирующая в (1.3) последовательность матриц $\Psi[(r-1)l+i]$, $\Gamma[(r-1)l+i]$ дополняется матрицами F_0 и M , то период матриц $\Psi(p)$ и $\Gamma(p)$ в (1.4) будет равным $l+1$.

⁴ Предполагается, что $r(l+1)$ -й такт работы системы стабилизации соответствует разностному уравнению (1.3), и поэтому в реальном (непрерывном) времени имеет нулевую продолжительность.

в которой A — ниль-потентная матрица следующего вида:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

вектор возмущений $\xi'(p) = \|\xi_r, 0, \dots, 0\|$ при $p = (l+1)r - q$, а при $p \neq (l+1)r - q$ вектор $\xi(p) = 0$.

Таким образом, $y_{q-1}(p)$ — последняя $(q-1)$ -я компонента вектора $y(p)$ будет равна ξ_r при $p = (l+1)r - 1$.

Эффективность отслеживания аппаратом следовой дорожки будем регулировать введением в минимизируемый критерий качества члена $\alpha [x_{r+1} - x_n(r\tau - 0)]^2$, где α — весовой коэффициент, а $x_n(r\tau - 0)$ — координата конца переносимой ноги в конце r -го шага (предполагается, что фазовые координаты шагающего аппарата занумерованы в таком порядке, при котором координата конца переносимой ноги является последней компонентой фазового вектора). Этот член можно записать в другом виде, а именно:

$$\begin{aligned} \alpha [x_{r+1} - x_n(r\tau - 0)]^2 &= \alpha [x_{r+1} - x_{0r} - 2L - (x_n(r\tau - 0) - x_{0r} - 2L)]^2 = \\ &= \alpha (\xi_r - \varepsilon_n [(l+1)r - 1])^2 = \alpha (y_{q-1} [(l+1)r - 1] - \varepsilon_n [(l+1)r - 1])^2 \end{aligned}$$

где $\varepsilon_n(p)$ — последняя компонента вектора $\varepsilon(p)$.

Для формализации задачи синтеза системы стабилизации необходимо кроме критерия качества описать характеристики предполагаемых возмущений ξ_r , рассматриваемых далее как последовательность случайных величин с нулевым математическим ожиданием⁵ $\langle \xi_r \rangle = 0$ и отличной от нуля дисперсией $\langle \xi_r^2 \rangle \neq 0$. Выбрав квадратичный критерий качества, получим, что рассматриваемая задача (управление с прогнозом) для расширенного фазового вектора приводится к стандартной задаче линейно-квадратичной гауссовой проблемы.

Изменение расширенного фазового вектора описывается периодической (с периодом $l+1$) конечно-разностной системой стохастических уравнений (результат объединения систем (1.4), (1.5)):

$$\sigma(p+1) = C(p)\sigma(p) + \mu(p)u(p) + \delta(p) \quad (1.6)$$

$$\sigma(p) = \begin{pmatrix} y(p) \\ \varepsilon(p) \end{pmatrix}, \quad C(p) = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & \Psi(p) \end{pmatrix}, \quad \mu(p) = \begin{pmatrix} 0 \\ \Gamma(p) \end{pmatrix}, \quad \delta(p) = \begin{pmatrix} \xi(p) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Критерий качества принимаем в виде

$$\begin{aligned} J = \left\langle \sum_{p=(l+1)(r-1)}^{(l+1)r-1} [\sigma'(p)Q(p)\sigma(p) + u'(p)B(p)u(p)] + \sigma'[(l+1)r] \times \right. \\ \left. \times S[(l+1)r]\sigma[(l+1)r] + \alpha (y_{q-1}[(l+1)r-1] - \varepsilon_n[(l+1)r-1])^2 \right\rangle \quad (1.7) \end{aligned}$$

где матрицы $Q(p) = Q'(p) \geq 0$, $B(p) = B'(p) > 0$ периодичны по p с периодом $l+1$. Так как по смыслу задачи матрицы $Q(p)$ отражают ограничение компонент только вектора $\varepsilon(p)$, то структура этой матрицы такова:

$$Q(p) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Q_{22}(p) \end{pmatrix}$$

⁵ В случае отличного от нуля математического ожидания последовательности ξ_r можно соответствующим образом изменить программную длину шага.

причем размер блока $Q_{22}(p)$ соответствует размеру вектора $\varepsilon(p)$. Последнее слагаемое в рассматриваемом функционале целесообразно объединить с первым, переписав его следующим образом:

$$\alpha \{y_{q-1} [(l+1)r-1] - \varepsilon_n [(l+1)r-1]\}^2 = \alpha \sigma' [(l+1)r-1] D \sigma [(l+1)r-1] \quad (1.8)$$

Квадратичная форма (1.8) определяет структуру матрицы $D = \|d_{ij}\|$ ($i, j=1, 2$). Матрицы d_{11} и d_{22} квадратные размера $(q-1) \times (q-1)$ и $n \times n$:

$$d_{11} = \text{diag}\{0, \dots, 0, 1\}, \quad d_{22} = \text{diag}\{0, \dots, 0, 1\}$$

Матрицы $d_{12} = d_{21}'$ прямоугольные, размер их $(q-1) \times n$:

$$d_{12} = \left\| \begin{array}{cccc} 0 & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & -1 \end{array} \right\|$$

Окончательно функционал (1.7) запишется так:

$$J = \left\langle \sum_{p=(l+1)(r-1)}^{(l+1)r-1} [\sigma'(p) Q^+(p) \sigma(p) + u'(p) B(p) u(p)] + \sigma' [(l+1)r] S [(l+1)r] \sigma [(l+1)r] \right\rangle \quad (1.9)$$

$$Q^+(p) = Q(p) \text{ при } p \neq (l+1)r-1$$

$$Q^+ [(l+1)r-1] = Q [(l+1)r-1] + \alpha D = \left\| \begin{array}{cc} \alpha d_{11} & \alpha d_{12} \\ \alpha d_{21} & Q_{22} [(l+1)r-1] + \alpha d_{22} \end{array} \right\|$$

Выбор матрицы $S [(l+1)r]$ подчиним условию периодичности уравнения регулятора, т. е. требованию независимости стратегии управления от номера шага r (см. п. 2).

Решение задачи синтеза, определяемой соотношениями (1.6) и критерием качества (1.9), сводится [5, 6] к отысканию периодического решения $S(p)$ матричного уравнения Риккати размерности $(n+q-1) \times (n+q-1)$, так как уравнение регулятора полностью определяется этим решением

$$u(p) = -\{\mu'(p) S(p+1) \mu(p) + B(p)\}^{-1} \mu(p) S(p+1) C(p) \sigma(p) \quad (1.10)$$

$$S(p) = C'(p) [S(p+1) - S(p+1) \mu(p) (B(p) + \mu'(p) S(p+1) \mu(p))^{-1} \mu'(p) S(p+1)] C(p) + Q^+(p)$$

Однако в данном случае в связи с наличием неуправляемой части в системе (1.6) можно уменьшить размерность этого уравнения, т. е. свести задачу к решению уравнения Риккати размера $n \times n$. Представив матрицу $S(p)$ в блочном виде

$$S(p) = \left\| \begin{array}{cc} S_{11}(p) & S_{12}(p) \\ S_{21}(p) & S_{22}(p) \end{array} \right\|$$

убедимся, что матрица $S_{11}(p)$ не принимает участия в формировании управляющего воздействия

$$u(p) = -R(p) \Gamma'(p) \{S_{12}'(p+1) S_{22}(p+1)\} C(p) \sigma(p) = -R(p) \Gamma'(p) \{S_{12}'(p+1) A y(p) + S_{22}(p+1) \Psi'(p) \varepsilon(p)\} \quad (1.11)$$

а матрицы S_{12} и S_{22} , согласно (1.10), определяются следующими уравне-

ниями:

$$S_{12}(p) = A' S_{12}(p+1) [E - \Gamma(p) R(p) \Gamma'(p) S_{22}(p+1)] \Psi(p) + Q_{12}^+(p) \quad (1.12)$$

$$S_{22}(p) = \Psi'(p) S_{22}(p+1) [E - \Gamma(p) R(p) \Gamma'(p) S_{22}(p+1)] \Psi(p) + Q_{22}^+(p) \quad (1.13)$$

$$R(p) = \{\mu'(p) S(p+1) \mu(p) + B(p)\}^{-1} = \{\Gamma'(p) S_{22}(p+1) \Gamma(p) + B(p)\}^{-1}$$

где $Q_{12}^+(p)$ и $Q_{22}^+(p)$ — блоки матрицы

$$Q^+(p) = \begin{pmatrix} Q_{11}^+(p) & Q_{12}^+(p) \\ Q_{21}^+(p) & Q_{22}^+(p) \end{pmatrix}$$

Таким образом, для синтеза алгоритма управления не требуется построения периодического решения уравнения (1.10). Для этого достаточно определить периодическое решение уравнения (1.13) (размер матрицы $S_{22}(p)$ равен $n \times n$), так как в дальнейшем периодическое решение уравнения (1.12) может быть найдено аналитически.

Покажем это. Пусть искомое периодическое решение уравнения (1.13) уже построено (это можно выполнить используя, например, результаты [6]). Перепишем уравнение (1.12) в следующем виде:

$$S_{12}(p) = A' S_{12}(p+1) W(p) + Q_{12}^+(p) \quad (1.14)$$

$$W(p) = [E - \Gamma(p) R(p) \Gamma'(p) S_{22}(p+1)] \Psi(p)$$

Принимая во внимание, что $A^h = 0$ при $h \geq q-1$ и $Q_{12}^+(p) = 0$ при $p \neq (l+1)r-1$, можно записать соотношения, определяющие решение уравнения (1.14) при $S_{12}[(l+1)r] = 0$. Так как стратегия управления периодична с периодом $l+1$, то ограничимся временем первого шага ($r=1$, т. е. $0 \leq p \leq l$):

$$S_{12}(l) = Q_{12}^+(l) = \alpha d_{12} = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & -\alpha \end{pmatrix}$$

$$S_{12}(l-s) = (A')^s Q_{12}^+(l) W(l-1) \dots W(l-s) \quad (1.15)$$

$$(q-1 > s \geq 1), \quad S_{12}(l-s) = 0 \quad (s \geq q-1)$$

Так как предполагается, что система работает с прогнозом не более чем на время одного шага ($q \leq l+1$), то это решение удовлетворяет условию периодичности, т. е. $S_{12}(0) = S_{12}(l) = 0$. Таким образом, соотношение (1.15) полностью определяет искомое периодическое решение уравнения (1.12); поэтому можно считать решенной задачу построения алгоритма стабилизации (1.11). Целесообразно провести некоторые преобразования этого алгоритма. Рассмотрим первое слагаемое, стоящее в фигурных скобках выражения (1.11):

$$S_{12}'(p+1) A y(p) = S_{12}'(p+1) y(p+1)$$

Согласно (1.15), будем иметь

$$\begin{aligned} S_{12}'(l+1) y(l+1) &= 0, \quad S_{12}'(l) y(l) = (Q_{12}^+(l))' y(l) \\ S_{12}'(l-s) y(l-s) &= W'(l-s) \dots W'(l-1) (Q_{12}^+(l))' A^s y(l-s) = \\ &= W'(l-s) \dots W'(l-1) (Q_{12}^+(l))' y(l) \quad \text{при } q-1 > s \geq 1 \\ S_{12}'(l-s) y(l-s) &= 0 \quad \text{при } s \geq q-1 \end{aligned}$$

Отметим, что

$$(Q_{12}^+(l))' y(l) = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & -\alpha \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \xi_1 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \alpha \end{pmatrix} \xi_1$$

и, таким образом, если ввести векторы

$$\mathbf{Z}(l) = 0, \quad \mathbf{Z}(l-1) = - \begin{vmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \alpha \end{vmatrix}, \quad \mathbf{Z}(l-2) = -W'(l-1) \begin{vmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \alpha \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{Z}(l-s) = -W'(l-s+1) \dots W'(l-1) \begin{vmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \alpha \end{vmatrix} = W'(l-s+1) \mathbf{Z}(l-s+1)$$

$$(1 < s \leq q-1), \quad \mathbf{Z}(l-s) = 0 \quad (s > q-1) \quad (1.16)$$

то окончательно на первом шаге ($r=1$) алгоритм стабилизации (1.11) можно записать в следующем виде:

$$\mathbf{u}(p) = -R(p) \Gamma'(p) \{S_{22}(p+1) \Psi(p) \boldsymbol{\varepsilon}(p) + \mathbf{Z}(p) \xi_1\}, \quad 0 \leq p \leq l, \quad (1.17)$$

Так как определяемая (1.16) последовательность векторов $\mathbf{Z}(p)$ не зависит от номера шага r (периодична по индексу p с периодом $l+1$, $\mathbf{Z}(p+l+1) = \mathbf{Z}(p)$), то алгоритм стабилизации для последующих шагов будет отличаться от (1.17) только соответствующим возмущением ξ_r , т. е.

$$\mathbf{u}(p) = -R(p) \Gamma'(p) \{S_{22}(p+1) \Psi(p) \boldsymbol{\varepsilon}(p) + \mathbf{Z}(p) \xi_r\}$$

2. Управление с прогнозом вертикальным движением шагающего аппарата. Задача использования зрительной информации в системе управления вертикальным движением аппарата рассматривается как задача синтеза системы стабилизации, которая в текущий момент времени t использует информацию о будущих, до момента $t+T$, возмущениях. Принципы построения такой системы аналогичны описанным в предыдущем пункте, но имеются и отличия. Прежде чем сформулировать задачу в общем виде, с целью конкретизации отдельных членов в используемых далее общих уравнениях вертикального движения аппарата и для того, чтобы более ясно были видны отличия этой задачи от предыдущей, приведем описание математической модели простейшего двуногого шагающего аппарата (масса на невесомых ногах). Пусть аппарат совершает одноопорную походку вдоль некоторой прямой (например, оси x) с программным значением времени шага τ . Как и в [7], будем предполагать, что изменение ошибки $\theta = z - z_0(r) - h$ (z — текущее значение вертикальной координаты массы m , h — программная высота над точкой опоры, $z_0(r)$ — вертикальная координата точки опоры на r -м шаге) в течение r -го шага описывается следующим дифференциальным уравнением (уравнение (1.2) [7]):

$$\theta'' = P_z - g, \quad P_z = \varphi(\theta + h)/m$$

где φ — коэффициент, определяющий усилие в опорной ноге, g — ускорение свободного падения. Управление вертикальным движением шагающего аппарата осуществляется изменением усилия в опорной ноге.

Представим P_z в виде суммы $P_z = P_0 + P$, где $P_0 = g$ — программное значение этой величины, а P — управляемая добавка. Тогда уравнение, описывающее изменение ошибки θ в течение шага, примет вид $\theta'' = P$.

В моменты смены опорной ноги $t = r\tau$ ($r = 1, 2, \dots$) справедливо соотношение

$$\theta(r\tau+0) = \theta(r\tau-0) - [z_0(r+1) - z_0(r)] \quad (2.1)$$

Очевидно, что уравнение $\theta'' = P$ является частным случаем линейной системы (1.1), чего нельзя сказать об уравнениях (2.1) и (1.2). Действительно, если ввести фазовый вектор $\boldsymbol{\varepsilon}$ и управляющее воздействие \mathbf{u} ($\boldsymbol{\varepsilon}' =$

$=\|\theta^*, \theta\|, \mathbf{u}=P)$, то, обозначив через F и G , матрицы

$$F = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}, \quad G = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix}$$

получим запись искомого уравнения в форме (1.1). Систему (1.1) дополним следующим обобщением уравнения (2.1):

$$\varepsilon(r\tau+0) = \varepsilon(r\tau-0) - \xi(r) \quad (2.2)$$

в котором в отличие от (1.2) вектор $\xi(r)$ является не управляемой величиной, а вектором возмущений обусловленных различием высот точек опоры на $(r+1)$ -м и r -м шагах. Для рассматриваемого частного случая $\xi'(r) = =\|0, z_0(r+1) - z_0(r)\| = \|0, \xi_r\|$.

Перейдем к постановке задачи. Пусть управление вертикальным движением шагающего аппарата осуществляется кусочно-постоянными управляющими воздействиями. Предположим, что время каждого шага разбивается на l равных промежутков, на которых управляющее воздействие постоянно. Поэтому изменение ошибки воспроизведения программного движения будем описывать соответствующим конечно-разностным уравнением, которое строится аналогично (1.4):

$$\begin{aligned} \varepsilon(p+1) &= \Psi(p)\varepsilon(p) + \Gamma(p)\mathbf{u}(p) - \mathbf{w}(p) \\ p &= (l+1)(r-1) + i, \quad i=0, 1, \dots, l \end{aligned} \quad (2.3)$$

Здесь матрицы $\Psi(p)$ и $\Gamma(p)$ периодичны по p с периодом $l+1$, вектор возмущений $\mathbf{w}(p) = 0$ при $p \neq (l+1)r-1$, а при $p = (l+1)r-1$ вектор $\mathbf{w}(p) = \xi(r)$.

Предположим, что вертикальная координата $z_0(r+1)$ точки опоры на следующем $(r+1)$ -м шаге известна по истечении $\tau(l-q+1)/l$ секунд r -го шага, т. е. за $1 \leq q \leq l+1$ тактов работы системы стабилизации, предшествующих началу $(r+1)$ -го шага. Получив эту информацию, необходимо использовать ее в системе вертикальной стабилизации на оставшихся q тактах. Это можно сделать следующим образом. Аналогично п. 1, введем $(q-1)$ -мерный вектор дополнительных компонент при помощи системы конечно-разностных уравнений (1.5). Тогда уравнение (2.3) можно записать так:

$$\begin{aligned} \varepsilon(p+1) &= \varepsilon(p) + D(p)\mathbf{y}(p) \quad \text{при } p = (l+1)r-1 \\ \varepsilon(p+1) &= \Psi(p)\varepsilon(p) + \Gamma(p)\mathbf{u}(p) \quad \text{при } p \neq (l+1)r-1 \\ D[(l+1)r-1] &= \begin{vmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & -1 \end{vmatrix}, \quad D(p) = 0 \quad \text{при } p \neq (l+1)r-1 \end{aligned}$$

Как и в п. 1, возмущения ξ_r будем рассматривать как последовательность случайных величин с нулевым математическим ожиданием и отличной от нуля дисперсией.

Объединив системы (1.5) и (2.3), получим систему периодических (с периодом $l+1$) конечно-разностных стохастических уравнений, описывающую изменение расширенного фазового вектора

$$\sigma(p+1) = C(p)\sigma(p) + \mu(p)\mathbf{u}(p) + \delta(p) \quad (2.4)$$

$$C(p) = \begin{vmatrix} A & 0 \\ D(p) & \Psi(p) \end{vmatrix}$$

где $\sigma(p)$, $\mu(p)$, $\delta(p)$ имеют тот же смысл, что и в (1.10). На каждом шаге

требуется минимизировать следующий квадратичный функционал:

$$J = \left\langle \sum_{p=(l+1)(r-1)}^{(l+1)r-1} [\sigma'(p)Q(p)\sigma(p) + u'(p)B(p)u(p)] + \sigma'[(l+1)r]S[(l+1)r]\sigma[(l+1)r] \right\rangle \quad (2.5)$$

где $Q(p) = Q'(p) \geq 0, B(p) = B'(p) > 0$ периодичны по p с периодом $l+1$. Матрицы $Q(p)$ отражают ограничение компонент только вектора $\xi(p)$, поэтому они имеют следующую структуру:

$$Q(p) = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Q_{22}(p) \end{vmatrix}$$

причем размер блоков Q_{22} соответствует размеру вектора $\varepsilon(p)$.

Появление матрицы $S[(l+1)r]$ в правой части критериев (1.9), (2.5) связано с условием периодичности регулятора следующим образом. Пусть оптимизация системы (1.6) производится не в течение одного шага $((l+1)(r-1) \leq p \leq (l+1)r-1$ критерий качества (1.9)), а в течение k шагов $((l+1)(r-1) \leq p \leq (l+1)(r+k-1)-1)$. В этом случае критерий качества принимается в виде

$$J = \left\langle \sum_{p=(l+1)(r-1)}^{j-1} [\sigma'(p)Q^i(p)\sigma(p) + u'(p)B(p)u(p)] + \sigma'(j)S(j)\sigma(j) \right\rangle \quad (j = (l+1)(r+k-1)) \quad (2.6)$$

Заметим, что при $k=1$ этот критерий переходит в (1.9). Оптимизация системы (1.6) в соответствии с критерием (2.6) сводится к построению для $p < j$ решения уравнения (1.10) с краевым условием $S(j)$. Если это краевое условие (матрицу $S(j)$) выбрать так, что решение уравнения (1.10) окажется периодическим (алгоритм определения матрицы $S(j)$ изложен в [6]), то в этом случае уравнение регулятора будет периодично по p и, следовательно, не будет зависеть ни от номера шага r , ни от k — количества шагов, в течение которых производится оптимизация.

Решение сформулированной задачи синтеза сводится к отысканию периодического решения $S(p)$ матричного уравнения Риккати, определяемого системой (2.4) и функционалом (2.5) (аналог уравнения (1.11)). Представив матрицу $S(p)$ в блочном виде

$$S(p) = \begin{vmatrix} S_{11}(p) & S_{12}(p) \\ S_{21}(p) & S_{22}(p) \end{vmatrix}$$

уравнение регулятора можно записать так:

$$u(p) = -[B(p) + \Gamma'(p)S_{22}(p+1)\Gamma(p)]^{-1}\Gamma'(p)[S_{12}'(p+1)Au(p) + S_{22}(p+1)\Psi(p)\varepsilon(p)] \quad (2.7)$$

Как видно из (2.7), матрица $S_{11}(p)$ не принимает участия в формировании управляющего воздействия, а матрицы S_{12} и S_{22} определяются уравнениями

$$\begin{aligned} S_{12}(p) &= A'S_{12}(p+1)W(p) + D'(p)S_{22}(p+1)W(p) \\ S_{22}(p) &= \Psi'(p)S_{22}(p+1)W(p) \\ W(p) &= [E - \Gamma(p)R(p)\Gamma'(p)S_{22}(p+1)]\Psi(p) \\ R(p) &= [B(p) + \Gamma'(p)S_{22}(p+1)\Gamma(p)]^{-1} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Таким образом, как и в п. 1, нетрудно показать, что для синтеза алгоритма управления достаточно определить периодическое решение уравне-

ния (2.8), размер которого $n \times n$. Поэтому, опуская промежуточные выкладки, приведем лишь конечный результат. Итак, алгоритм управления (2.7) вертикальным движением шагающего аппарата с учетом зрительной информации имеет вид

$$u(p) = -R(p)\Gamma'(p)[S_{22}(p+1)\Psi(p)\varepsilon(p) + Z(p)\xi_r] \quad (2.9)$$

Последовательность векторов $Z(p)$ периодична по p с периодом $l+1$ и определяется соотношениями

$$Z(l) = 0, \quad Z(l-1) = - \begin{vmatrix} s_{22}^{n1}(l+1) \\ \dots \\ s_{22}^{nn}(l+1) \end{vmatrix}, \quad Z(l-2) = -W'(l-1) \begin{vmatrix} s_{22}^{n1}(l+1) \\ \dots \\ s_{22}^{nn}(l+1) \end{vmatrix}$$

$$Z(l-s) = -W'(l-s+1) \dots W'(l-1) \begin{vmatrix} s_{22}^{n1}(l+1) \\ \dots \\ s_{22}^{nn}(l+1) \end{vmatrix} = W'(l-s+1)Z(l-s+1)$$

при $1 < s \leq q-1$

$$Z(l-s) = 0 \quad \text{при } s > q-1$$

где $s_{22}^{ij}(l+1)$ — элементы матрицы $S_{22}(l+1)$ ($i, j=1, 2, \dots, n$). Ввиду периодичности последовательности $Z(p)$ выше приведены соотношения только для первого шага ($0 \leq p \leq l$).

Отметим, что постановка задачи синтеза системы вертикальной стабилизации с упреждением отличается от задачи отслеживания шагающим аппаратом следовой дорожки тем, что в первом случае требуется, чтобы аппарат отслеживал «ступеньку», а во втором случае требуется ликвидировать рассогласование только в одной точке.

3. Пример. Для получения оценки возможного снижения усилия в ноге шагающего аппарата, обусловленного учетом зрительной информации при передвижении по неровной поверхности, приведем результаты моделирования на ЭВМ процесса преодоления уступа высотой 0,3 м двуногим шагающим аппаратом⁶, состоящим из точечной массы m и пары невесомых ног [7]. Как и в [7], программное значение высоты массы m над точкой опоры ноги $h=1$ м, время шага $\tau=0,32$ с. Матрицы $Q(p)$ и $B(p)$ в критерии качества (2.5) выбраны такими, чтобы собственные значения мультипликатора системы «объект — регулятор» (матрицы, связывающей сдвинутые на время одного шага фазовые координаты аппарата) примерно соответствовали (модули мало отличались) принятым в системе вертикальной стабилизации (линеризованном варианте) [7]. Руководствуясь этим соображением, были выбраны следующие значения матриц: $Q(p) = Q = \text{diag}\{0,10^2\}$, $B(p) = B = 1$.

В рассматриваемом примере время шага τ разбито на $l=12$ равных промежутков, на которых управляющее воздействие, а следовательно, и перегрузка постоянны⁷. Матрицы $\Psi(p)$ и $\Gamma(p)$, входящие в систему уравнений (2.3), принимают следующие значения:

$$\Psi(p) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0,027 & 1 \end{vmatrix}, \quad \Gamma(p) = \begin{vmatrix} 0,027 \\ 3,65 \cdot 10^{-4} \end{vmatrix} \quad \text{при } p \neq 13r - 1$$

$$\Psi(p) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad \Gamma(p) = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad \text{при } p = 13r - 1$$

⁶ Как следствие линейности уравнений объекта и регулятора при изменении высоты уступа величины динамических усилий изменяются пропорционально.

⁷ Тринадцатый такт работы системы стабилизации имеет нулевую продолжительность в реальном времени (процесс смены опорной ноги).

p	K_{11}	K_{12}	K_2	p	K_{11}	K_{12}	K_2
0	-12,9	-82,88	2,6	7	-13,3	-88,08	51,80
1	-12,93	-83,03	6,16	8	-13,31	-89,20	62,43
2	-12,97	-83,31	10,74	9	-13,25	-89,58	72,25
3	-13,02	-83,78	16,52	10	-13,11	-88,49	79,96
4	-13,08	-85,50	23,58	11	-12,94	-85,18	82,75
5	-13,25	-84,50	41,43	12	0	0	0
6	-13,25	-80,74	41,43				

При таких исходных данных мультипликатор замкнутой системы вертикальной стабилизации имеет два комплексно-сопряженных собственных значения $\lambda_{1,2} = -0,06749 \pm i0,07356$.

Алгоритм вертикальной стабилизации (2.9) представим в виде

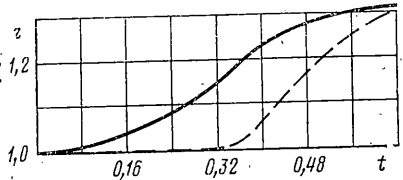
$$u(p) = K_1(p) \varepsilon(p) + K_2(p) \xi_r, \quad K_2(p) = -R(p) \Gamma(p) Z(p) \quad (3.4)$$

$$K_1(p) = \|K_{11}(p), K_{12}(p)\| = -R(p) \Gamma^V(p) S_{22}(p+1) \Psi(p)$$

где вектор $K_1(p)$ и скаляр $K_2(p)$ периодичны с периодом 13. Значения компонент вектора $K_1(p)$ и скаляра $K_2(p)$ приведены в таблице.

При цифровом моделировании вертикального движения шагающего аппарата изменение ошибки в системе вертикальной стабилизации на каждом шаге описывается уравнением $\theta'' = P$, а управляющее воздействие формируется в соответствии с алгоритмом (3.4). В моменты смены опорной ноги начальные условия пересчитываются по (2.2). Аппарат первый шаг делает по горизонтальной плоскости, а в течение второго поднимается на ступеньку высотой 0,3 м.

Траектория $z(t)$ (z измеряется в метрах, t — в секундах) массы m при работе системы вертикальной стабилизации с прогнозом (сплошная линия) и без прогноза (штриховая линия) изображена на фигуре. Момент времени $t=0,32$ с отвечает моменту постановки ноги на ступеньку и перенесению опоры на эту ногу.



Ниже приведены величины ускорений массы m в долях g при работе с прогнозом z_1'' и без прогноза z_2'' (время t измеряется в секундах):

t	0	0,053	0,107	0,16	0,187	0,267	0,32
z_1''	0,08	0,23	0,37	0,47	0,49	0,31	-0,11
z_2''	0	0	0	0	0	0	2,48
t	0,347	0,4	0,427	0,453	0,48	0,533	0,613
z_1''	-0,311	-0,47	-0,47	-0,45	-0,41	-0,29	-0,13
z_2''	1,55	0,26	-0,13	-0,39	-0,61	-0,63	-0,47

Приведенные результаты получены для максимально возможного опережения $q=13$. Сравнивая представленные данные, видим, что максимальное усилие в первом случае в пять раз меньше, чем во втором и траектория движения массы m более плавная. Отметим, что ускорение в начале второго шага при управлении без прогноза равно 2,5 g , что указывает на невозможность использования этого алгоритма при спуске аппарата со ступеньки высотой 0,3 м (чтобы спуск был возможен, стопы шагающего аппарата необходимо снабдить присосками). При управлении с прогнозом максимальное значение ускорения равно 0,49 g , т. е. для реализации этого алгоритма не требуется присосок.

Приведенные ниже результаты иллюстрируют ухудшение работы системы вертикальной стабилизации шагающего аппарата при уменьшении времени прогноза

q	13	11	9	7	5	3	1
z''	0,49	0,51	0,71	1,24	1,87	2,38	2,49

В верхней строке указано количество тактов q , оставшихся до начала следующего шага, в нижней строке — максимальное ускорение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вукобратович М. Шагающие роботы и антропоморфные механизмы. М.: Мир, 1976. 541 с.
2. Venker E. K. Optimum linear preview control with application to vehicle suspension. — Trans. ASME. Ser. D. J. Basic Engng, 1968, v. 90, No. 2, p. 213. — Рус. перев.: Тр. Америк. о-ва инж.-механ. Сер. Д. Теоретические основы инженерных расчетов, 1968. т. 90, № 2.
3. Синев А. В. Синтез виброзащитной системы твердого тела при случайных воздействиях в двухмерной задаче. — Машиноведение, 1973, № 5, с. 29.
4. Ларин В. Б. О непрерывном и импульсном управлении горизонтальным движением двуногого шагающего аппарата. — Изв. АН СССР. МТТ, 1977, № 6, с. 54.
5. Ларин В. Б. Стабилизация горизонтального движения двуногого шагающего аппарата. — Математическая физика: Сб. статей. Вып. 24. Киев: Наукова думка, 1978, стр. 3–16.
6. Ларин В. Б. Оптимизация периодических систем. — Докл. АН СССР, 1978, т. 239, № 1, с. 67.
7. Ларин В. Б. Стабилизация двуногого шагающего аппарата. — Изв. АН СССР. МТТ, 1976, № 5, с. 4.

Киев

Поступила в редакцию
26.IX.1979