МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 5 • 1981

УДК 531.55:521.1

О КОРРЕКЦИИ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ ПРИ ПОМОЩИ СОВМЕСТНОЙ СКОРОСТНОЙ И ПОЗИЦИОННОЙ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ

КАЛЕНОВА В. И., МОРОЗОВ В. М., ПАРУСНИКОВ Н. А.,
ШАКОТЬКО А. Г.

Исследуется задача коррекции инерциальной навигационной системы при совместном использовании скоростной и позиционной дополнительной информации. В связи с решением этой задачи обсуждается один из возможных алгоритмов коррекции, осуществляющих декомпозицию задачи по компонентам вектора коррекции.

В современных навигационных системах, в основу которых положен инерциальный метод навигации, помимо инерциальной информации привлекается для улучшения точностных свойств дополнительная информация неинерциальной природы. Задача коррекции инерциальных навигационных систем при помощи дополнительной информации может быть поставлена как задача оценивания вектора состояния линейной системы по заданным измерениям [1, 2].

Для оценки возможностей коррекции таких систем по дополнительной информации того или иного вида следует воспользоваться линейной теорией наблюдаемости [3, 4]. Анализ наблюдаемости системы позволяет выделить переменные, которые могут быть оценены, определить предельную точность их оценки, а также построить класс приемлемых алгоритмов оценивания, подлежащих дальнейшему детальному исследованию. Кроме того, анализ наблюдаемости дает возможность оценить ошибки, вызванные теми или иными упрощениями при построении коррекционного алгоритма.

В работах [2, 5] проведен анализ наблюдаемости и построены некоторые алгоритмы коррекции инерциальных навигационных систем при использовании либо только скоростной, либо позиционной дополнительной информации. Ниже обсуждаются некоторые варианты совместного использования этой информации и предлагаются соответствующие алгоритмы оценивания. При этом применяется один из способов декомпозиции наблюдаемого пространства по компонентам вектора коррекции.

1. Рассмотрим линейную систему

$$d\xi/dt=G\xi+q,\quad \sigma=H\xi+r \tag{1.1}$$

Здесь ξ — n-мерный вектор состояния, σ — s-мерный вектор измерения, G, H — постоянные матрицы соответствующей размерности, q, r — векторные случайные процессы типа белого шума с заданными интенсивностями. Предполагается, что пара (G, H) наблюдаема. Требуется при помощи измерения σ на отрезке $[t_0, t]$ получить оценку ξ° величины ξ.

При построении практических алгоритмов оценивания часто оказывается целесообразной декомпозиция (расщепление) задачи оценивания по компонентам вектора измерения так, чтобы эта задача сводилась к ряду подзадач со скалярными измерениями. Декомпозицию, вообще говоря, можно осуществить различным образом (см., например, [6]). Рассмотрим задачу декомпозиции для двухкомпонентного вектора измерения $\sigma=(\sigma_1, \sigma_2)^T$, имея в виду ситуацию, когда интервалу времени, на котором используется совместно информация σ_1 и σ_2, предшествует достаточно длительный интервал времени, на котором поступает только информация σ_1.

Пусть $\sigma_1=h_1^T\xi$, $\sigma_2=h_2^T\xi$ и $\{X\}$, $\{Y\}$ — подпространства, наблюдаемые с помощью соответственно измерений σ_1 и σ_2.

Обозначим $\dim\{\xi\}=n$, $\dim\{X\}=m$, $\dim\{Y\}=l$. Очевидно, $m\leqslant n$, $l\leqslant n$, $m+l\geqslant n$. Обозначим также

$$a_1=h_1,\ a_2=G^Ta_1,\dots,\ a_{j+1}=G^Ta_j,\dots \qquad b_1=h_2,\ b_2=G^Tb_1,\dots,\ b_{j+1}=G^Tb_j,\dots \tag{1.2}$$

Вектор $x=(x_1x_2\dots x_m)^T$, составленный из компонент, наблюдаемых при помощи величины σ_1, имеет вид

$$x=L_x\xi,\quad L_x=C_1(a_1a_2\dots a_m)^T \tag{1.3}$$

где C_1 — некоторая невырожденная квадратная матрица, выбор которой непосредственно не связан с задачей декомпозиции. В силу линейной зависимости векторов $a_1, a_2,\dots, a_m, a_{m+1}$ имеет место представление

$$a_{m+1}=\vartheta_1a_1+\vartheta_2a_2+\dots+\vartheta_ma_m \tag{1.4}$$

Здесь ϑ_i — некоторые постоянные коэффициенты. Из (1.1), (1.2), (1.3), (1.4) получим

$$dx/dt=G_xx+q_x,\quad \sigma_1=g_x^Tx+r_x \tag{1.5}$$

$$G_x=C_1\Theta C_1^{-1},\quad q_x=L_xq,\quad g_x^T=(10\dots0)C_1^{-1},\quad \Theta=\begin{Vmatrix}0&1&0&\dots&0\\0&0&1&\dots&0\\\cdot&\cdot&\cdot&\cdot&\cdot\\0&0&0&\dots&1\\\vartheta_1&\vartheta_2&\vartheta_3&\dots&\vartheta_m\end{Vmatrix}$$

Стандартный алгоритм, доставляющий оценку x° вектору x, описывается уравнением

$$dx^\circ/dt=G_xx^\circ+K_x(\sigma_1-g_x^Tx^\circ) \tag{1.6}$$

Вектор K_x однозначно определяется либо по методу оптимальной фильтрации Калмана, либо из условия, что заданы корни характеристического уравнения $|pE-G_x+K_xg_x^T|=0$. При достаточно малой интенсивности погрешности измерения r_x начальное условие $x^\circ(t_0)=x_0^\circ$ целесообразно задать в виде $x_0^\circ=C_1(\sigma_{10}0\dots0)^T$.

Введем вектор $z=(z_1z_2\dots z_{n-m})^T$, $n-m\leqslant l$ так, что

$$z=L_z\xi,\quad L_z=C_2(b_1b_2\dots b_{n-m})^T \tag{1.7}$$

где C_2 — некоторая квадратная невырожденная матрица.

Поскольку совокупность векторов $a_1, a_2,\dots, a_m, b_1, b_2,\dots, b_{n-m}$ может служить базисом пространства $\{\xi\}$, векторы ξ и $\begin{Vmatrix}x\\z\end{Vmatrix}$ связаны взаимнооднозначным преобразованием

$$\begin{Vmatrix}x\\z\end{Vmatrix}=L\xi,\quad L=\begin{Vmatrix}L_x\\L_z\end{Vmatrix},\quad \det L\neq0 \tag{1.8}$$

Аналогично (1.5) получим

$$dz/dt=G_{z1}x+G_{z2}z+q_z,\quad \sigma_2=g_z^Tz+r_z \tag{1.9}$$

$$G_{z1}=C_2\Phi_xC_1^{-1},\quad q_z=L_zq,\quad G_{z2}=C_2\Phi_zC_2^{-1},\quad g_z^T=(10\dots0)^TC_2^{-1} \tag{1.10}$$

$$\Phi_x=\begin{Vmatrix}0&0&\dots&0\\0&0&\dots&0\\\cdot&\cdot&\cdot&\cdot\\0&0&\dots&0\\\varphi_1&\varphi_2&\dots&\varphi_m\end{Vmatrix},\quad \Phi_z=\begin{Vmatrix}0&1&0&\dots&0\\0&0&1&\dots&0\\\cdot&\cdot&\cdot&\cdot&\cdot\\0&0&0&\dots&1\\\varphi_{m+1}&\varphi_{m+2}&\varphi_{m+3}&\dots&\varphi_n\end{Vmatrix}$$

и элементы матриц Φ_x, Φ_z определяются из соотношения

$$b_{n-m+1}=\varphi_1 a_1+\ldots+\varphi_m a_m+\varphi_{m+1} b_1+\ldots+\varphi_n b_{n-m}$$

Оценку z° вектора z будем искать в виде

$$dz^\circ/dt=G_{z1}x^\circ+G_{z2}z^\circ+K_z(\sigma_2-g_z^T z^\circ) \tag{1.11}$$

причем оценка x° доставляется алгоритмом (1.6). Вектор K_z однозначно определен, если заданы корни характеристического уравнения $|pE-G_{z2}+K_z g_z^T|=0$. Оценка ξ° вектора ξ находится с помощью соотношения (1.8)

$$\xi^0=L^{-1}\left\|\begin{matrix}x^0\\z^0\end{matrix}\right\| \tag{1.12}$$

Алгоритм, описываемый соотношениями (1.6), (1.11), (1.12), имеет двухступенчатую структуру. По поводу алгоритмов такого типа выскажем следующие соображения.

Если информация σ_1 поступает на интервале $[t_0, t_1]$, то при достаточно малых погрешностях q_x, r_x ошибку оценки $\Delta x=x-x^\circ$ можно сделать к моменту t_1 также достаточно малой, выбрав подходящим образом K_x. При этом становится малым влияние этой ошибки на оценку величины z, получаемую с помощью алгоритма (1.11) при совместном использовании информации σ_1 и σ_2 на интервале $[t_1, t]$.

Если вектор z имеет не очень высокую размерность, то интервал времени, необходимый для получения приемлемой оценки z°, может быть не слишком велик. Последнее обстоятельство часто оказывается определяющим при практическом использовании алгоритма оценивания.

Замечание. Более общий случай реализации идеи «двухступенчатости» таков: вектор x по-прежнему определяется соотношением (1.3); вектор z определяется преобразованием $z=L_z^\circ\xi$ таким, что строки матрицы L_z° и строки матрицы L_x линейно независимы, поэтому матрица $L^\circ=\left\|\begin{matrix}L_x\\L_z^\circ\end{matrix}\right\|$ является квадратной невырожденной (в остальном матрица L_z° произвольна). В этом случае аналогично (1.9) получим

$$dz/dt=G_{z1}^\circ x+G_{z2}^\circ z+q_z,\quad \sigma_2=g_{z1}^T x+g_{z2}^T z+r_z$$

где G_{z1}°, G_{z2}°, g_{z1}^T, g_{z2}^T определяются из (1.10) при помощи преобразования L_z°. Соответствующий алгоритм оценивания величины z имеет вид

$$dz^\circ/dt=G_{z1}^\circ x^\circ+G_{z2}^\circ z^\circ+K_z^\circ(\sigma_2-g_{z1}^T x^\circ-g_{z2}^T z^\circ) \tag{1.13}$$

Существенно, что оценка x°, доставляемая алгоритмом (1.6), не зависит от измерения σ_2. Вследствие этого обстоятельства алгоритм (1.13) оказывается, вообще говоря, менее предпочтительным по сравнению с (1.11), так как ошибка оценки $\Delta x=x-x^\circ$ влияет на ошибку оценки $\Delta z=z-z^\circ$ с весовым множителем K_z° — коэффициентом усиления, выбираемым в том числе из условия достаточно высокой степени асимптотической устойчивости уравнений ошибок оценки, доставляемой алгоритмом (1.13).

Приведем полезную модификацию алгоритма (1.6), (1.11), (1.12) для одного частного случая. Пусть совокупность векторов $a_1, a_2, \ldots, a_i, b_1, b_2, \ldots, b_j$ при некотором $i<m$ составляет базис пространства $\{\xi\}$. Введем векторы $u=L_u\xi$, $L_u=C_{11}(a_1a_2\ldots a_i)^T$; $v=L_v\xi$, $L_v=C_{12}(a_{i+1}a_{i+2}\ldots a_m)^T$; $w=L_w\xi$, $L_w=C_{22}(b_1b_2\ldots b_j)^T$, где C_{11}, C_{12}, C_{22} — невырожденные квадратные матрицы. Поведение векторов u, v, w подчиняется уравнениям

$$du/dt=G_{u1}u+G_{u2}v+q_u$$

$$dv/dt=G_{v1}u+G_{v2}v+q_v \tag{1.14}$$
$$dw/dt=G_{w1}u+G_{w2}w+q_w$$

$$G_{u1}=C_{11}FC_{11}^{-1},\quad G_{v1}=C_{12}\Theta_u C_{11}^{-1},\quad G_{w1}=C_{22}D_u C_{11}^{-1}$$
$$G_{u2}=C_{11}F^\circ C_{12}^{-1},\quad G_{v2}=C_{12}\Theta_v C_{12}^{-1},\quad G_{w2}=C_{22}D_w C_{22}^{-1}$$
$$q_u=L_u q,\quad q_v=L_v q,\quad q_w=L_w q$$

$$F=\begin{Vmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0\\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1\\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0\end{Vmatrix},\quad F^\circ=\begin{Vmatrix} 0 & 0 & \dots & 0\\ 0 & 0 & \dots & 0\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ 0 & 0 & \dots & 0\\ 1 & 0 & \dots & 0\end{Vmatrix}$$

$$\Theta_u=\begin{Vmatrix} 0 & 0 & \dots & 0\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ 0 & 0 & \dots & 0\\ \vartheta_1 & \vartheta_2 & \dots & \vartheta_i\end{Vmatrix},\quad \Theta_v=\begin{Vmatrix} 0 & 1 & \dots & 0\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ 0 & 0 & \dots & 1\\ \vartheta_{i+1} & \vartheta_{i+2} & \dots & \vartheta_m\end{Vmatrix}$$

$$D_u=\begin{Vmatrix} 0 & 0 & \dots & 0\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ 0 & 0 & \dots & 0\\ \delta_1 & \delta_2 & \dots & \delta_i\end{Vmatrix},\quad D_w=\begin{Vmatrix} 0 & 1 & \dots & 0\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ 0 & 0 & \dots & 1\\ \delta_{i+1} & \delta_{i+2} & \dots & \delta_n\end{Vmatrix}$$

и элементы матриц D_u, D_w определяются из соотношения

$$b_{j+1}=\delta_1 a_1+\ldots+\delta_i a_i+\delta_{i+1}b_1+\ldots+\delta_n b_j$$

Отметим, что размерность системы (1.14), равная $m+j$, больше размерности исходной системы (1.1) на величину $m-i$. При этом векторы ξ и $\begin{Vmatrix} u\\ w\end{Vmatrix}$ связаны взаимнооднозначным преобразованием:

$$\begin{Vmatrix} u\\ w\end{Vmatrix}=L_*\xi,\quad L_*=\begin{Vmatrix} L_u\\ L_w\end{Vmatrix}$$

Компоненты σ_1, σ_2 вектора измерения σ таковы: $\sigma_1=g_u^Tu+r_1$, $g_u^T=(1\,0\ldots0)C_{11}^{-1}$, $\sigma_2=g_w^Tw+r_2$, $g_w^T=(1\,0\ldots0)C_{22}^{-1}$.

Соответствующий алгоритм оценивания вектора ξ имеет вид

$$du^\circ/dt=G_{u1}u^\circ+G_{u2}v^\circ+K_u(\sigma_1-g_u^Tu^\circ)$$
$$dv^\circ/dt=G_{v1}u^\circ+G_{v2}v^\circ+K_v(\sigma_1-g_u^Tu^\circ)$$
$$dw^\circ/dt=G_{w1}u^\circ+G_{w2}w^\circ+K_w(\sigma_2-g_w^Tw^\circ)$$
$$\xi^\circ=L_*^{-1}\begin{Vmatrix} u^\circ\\ w^\circ\end{Vmatrix}$$

Сделаем одно замечание по поводу возможного выбора величины $i=\dim u$. Из эвристических соображений, подкрепленных практическим опытом, следует, что при оценивании компонент вектора состояния, являющихся производными от наблюдаемой величины, на оценку некоторой компоненты с заданной точностью требуется тем больше времени, чем более высокого порядка производной является данная компонента. Поэтому желательно, если это возможно, базис пространства $\{\xi\}$ формировать с помощью набора векторов $\{a_1, a_2, \ldots, a_i, b_1, b_2, \ldots, b_j\}$, такого, что $\max(i, j)$ минимален.

2. Рассмотрим двухкомпонентную инерциальную навигационную систему с горизонтируемой платформой, в которой информация о высоте

доставляется высотомерами или вводится априорно. При описании инерциальных систем используются представления о следующих трехгранниках [1]: идеальном $Mx_1x_2x_3(Mx)$ — точка M отождествляется с движущимся объектом, Mx_3 — направление местной вертикали, ориентация трехгранника Mx в азимуте задана; приборном $Mz_1z_2z_3(Mz)$, являющимся материальной реализацией трехгранника Mx в навигационной системе; модельном $My_1y_2y_3(My)$, являющимся числовым образом идеального трехгранника (ориентация трехгранника определяется числовой информацией, содержащейся в вычислителе инерциальной системы).

Взаимная ориентация трехгранников Mx, Mz определяется вектором малого поворота $\alpha_x=(\alpha_1\alpha_2\alpha_3)^T$; трехгранников My, Mz — вектором $\beta_x=(\beta_1\beta_2\beta_3)^T$; трехгранников Mx, My — вектором $\gamma_x=(\gamma_1\gamma_2\gamma_3)^T$. Величины α_i, β_i, γ_i ($i=1, 2, 3$) — проекции соответствующих векторов на оси трехгранника Mx. Обозначим вектор абсолютной угловой скорости трехгранника Mx в проекциях на собственные оси через $\omega_x=(\omega_{x1}\omega_{x2}\omega_{x3})^T$. Для определенности будем предполагать, что трехгранник Mx азимутально-свободный ($\omega_{x3}=0$). Имея в виду главным образом самолетную навигацию, будем предполагать, что выполняются следующие условия.

1. Скорость движения объекта мала по сравнению с первой космической: $\omega_{x1}^2+\omega_{x2}^2\ll\omega_0^2$ (ω_0 — частота Шулера).

2. Эволюции объекта по высоте h ограничены: $h\leqslant e^2a$, $h^{\cdot}<0{,}1\,a\max(\omega_{x1}^2+\omega_{x2}^2)^{1/2}$ (a — длина большой полуоси земного эллипсоида, e^2 — квадрат эксцентриситета этого эллипсоида).

Уравнения ошибок инерциальной навигационной системы в этом случае можно записать в виде [2]:

$$\begin{gathered}\alpha_1^{\cdot}=\delta p_1+\nu_{x1},\quad \alpha_2^{\cdot}=\delta p_2+\nu_{x2}\\ \delta p_1^{\cdot}=-\omega_0^2(\alpha_1+\varepsilon_2)-\omega_{x2}\nu_{x3}\\ \delta p_2^{\cdot}=-\omega_0^2(\alpha_2-\varepsilon_1)+\omega_{x1}\nu_{x3}\end{gathered}\tag{2.1}$$

$$\begin{gathered}\beta_1^{\cdot}=-\omega_{x2}\beta_3+\nu_{x1},\quad \beta_2^{\cdot}=\omega_{x1}\beta_3+\nu_{x2}\\ \beta_3^{\cdot}=\omega_{x2}\beta_1-\omega_{x2}\beta_2+\nu_{x3}\end{gathered}\tag{2.2}$$

$$\gamma_1=\alpha_1-\beta_1,\quad \gamma_2=\alpha_2-\beta_2\tag{2.3}$$

Здесь δp_1, δp_2 — переменные, имеющие смысл скоростного импульса, ν_{x1}, ν_{x2}, ν_{x3} — погрешности инерциальной информации о проекциях угловой скорости приборного трехгранника, ε_1, ε_2 — приведенные погрешности инерциальной информации о величинах проекций на оси Mz_1, Mz_2 внешней силы, приложенной к точке M.

Рассматривается задача коррекции инерциальной навигационной системы с помощью дополнительной позиционной и скоростной информации. Вектор скоростной коррекции $\sigma_x^c=(\sigma_{x1}^c\sigma_{x2}^c)^T$ имеет вид [2]:

$$\begin{gathered}\sigma_{x1}^c=\delta p_1+u_{x3}\alpha_2+u_{x2}\beta_3-u_{x3}\beta_2+w_{x1}^c\\ \sigma_{x2}^c=\delta p_2-u_{x3}\alpha_1+u_{x3}\beta_1-u_{x1}\beta_3+w_{x2}^c\end{gathered}\tag{2.4}$$

Вектор позиционной коррекции имеет вид [2]:

$$\sigma_1^M=\gamma_1+w_1^M,\quad \sigma_2^M=\gamma_2+w_2^M\tag{2.5}$$

где u_{x1}, u_{x2}, u_{x3} — проекции угловой скорости Земли на оси трехгранника Mx, w_{x1}^c, w_{x2}^c, w_1^M, w_2^M — приведенные инструментальные погрешности соответствующей дополнительной информации.

Задачу коррекции будем решать в следующих предположениях.

1. Движение объекта происходит по достаточно «стационарным» траекториям $(\omega_{x1}^{\cdot 2}+\omega_{x2}^{\cdot 2})^{1/2}<\max(\omega_{x1}^2+\omega_{x2}^2)$ — это условие выполняется, в частности, при движении объекта по ортодромии с постоянной скоростью.

2. Время коррекции t_k мало по сравнению с периодом, связанным с собственным движением объекта: $t_k\ll 2\pi/(\omega_{x1}^2+\omega_{x2}^2)^{1/2}$.

3. Принята такая модель инструментальных погрешностей: величины ν_{xj}, ε_i практически постоянны на интервале коррекции; $w_i^M=w_{i0}^M+r_i^M$, $w_{xi}^c=w_{xi0}^c+r_{xi}^c$, w_{i0}^M, w_{xi0}^c — практически постоянные величины на интервале коррекции, r_i^M, r_{xi}^c — случайные процессы типа белых шумов с заданными интенсивностями ($i=1, 2, j=1, 2, 3$). Введем безразмерное время $\tau=\omega_0 t$ и безразмерные величины

$$\pi_j=\delta p_j/\omega_0,\quad \sigma_j^c=\sigma_{xj}^c/\omega_0,\quad {}_0\omega_i=\omega_{xi}/\mu\omega_0,\quad u_i=u_{xi}/\mu\omega_0$$

$$\nu_i=\nu_{xi}/\omega_0\quad (i=1,2,3;\ j=1,2);\quad \mu=\max\sqrt{\omega_{x1}^2+\omega_{x2}^2}/\omega_0$$

При указанных выше условиях $\mu\leqslant 0{,}1$. Характерные значения переменных α_j, π_j, ε_j, ν_i обычно имеют один и тот же порядок ρ; характерные значения переменных β_i, γ_i к моменту начала коррекции могут иметь порядок ρ/μ; характерные значения величин ω_i, u_i имеют порядок 1; характерное значение величины $\tau_k=\omega_0 t_k$ находится в диапазоне $1\div 3$.

Введем две группы переменных x_i ($i=1, 2, \ldots, 6$), y_j ($j=1, 2, \ldots, 8$). Переменные x_i связаны с анализом наблюдаемости системы (2.1), (2.2) по дополнительной скоростной информации (2.4). Переменные y_j связаны с анализом наблюдаемости системы (2.1), (2.2) по дополнительной позиционной информации (2.5):

$$\begin{gathered}
x_1=\alpha_1+\varepsilon_2,\quad x_2=\pi_1+\nu_1\\
x_3=\mu(u_2\beta_3-u_3\beta_2)+w_{10}^c-\nu_1+\mu u_3\varepsilon_1\\
x_4=\alpha_2-\varepsilon_1,\quad x_5=\pi_2+\nu_2\\
x_6=\mu(u_3\beta_1-u_1\beta_3)+w_{20}^c-\nu_2+\mu u_3\varepsilon_2
\end{gathered}\tag{2.6}$$

$$\begin{gathered}
y_1=\gamma_1+w_{10}^M,\quad y_2=\pi_1+\mu\omega_2\beta_3\\
y_3=\alpha_1+\varepsilon_2,\quad y_4=\pi_1+\nu_1\\
y_5=\gamma_2+w_{20}^M,\quad y_6=\pi_2-\mu\omega_1\beta_3\\
y_7=\alpha_2-\varepsilon_1,\quad y_8=\pi_2+\nu_2
\end{gathered}\tag{2.7}$$

Оставляя для обозначения дифференцирования по безразмерному времени τ прежнее обозначение и пренебрегая слагаемыми порядка $\mu^2\rho$, получим следующие соотношения

$$\begin{gathered}
x_1^{\cdot}=x_2,\quad x_2^{\cdot}=-x_1-\mu\omega_2\nu_3\\
x_3^{\cdot}=-\mu^2\omega_2(u_1\beta_2-u_2\beta_1)+\mu(u_2\nu_3-u_3\nu_2)\\
x_4^{\cdot}=x_5,\quad x_5^{\cdot}=-x_4+\mu\omega_1\nu_3\\
x_6^{\cdot}=\mu^2\omega_1(u_1\beta_2-u_2\beta_1)+\mu(u_1\nu_3-u_3\nu_1)\\
\sigma_1^c=x_2+x_3+\mu u_3 x_4+r_1^c,\quad \sigma_2^c=x_5+x_6-\mu u_3 x_1+r_2^c\\
y_1^{\cdot}=y_2,\quad y_2^{\cdot}=-y_3+\mu^2(\omega_1 y_5-\omega_2 y_1)\omega_2+\mu\omega_2^{\cdot}\beta_3\\
y_3^{\cdot}=y_4,\quad y_4^{\cdot}=-y_3-\mu\omega_2\nu_3,\quad y_5^{\cdot}=y_6
\end{gathered}\tag{2.8}$$

$$
\begin{gathered}
y_6^{\cdot}=-y_7+\mu^2(\omega_2 y_1-\omega_1 y_5)\omega_1-\mu\omega_1^{\cdot}\beta_3 \\
y_7^{\cdot}=y_8, \quad y_8^{\cdot}=-y_7+\mu\omega_1\nu_3 \\
\sigma_1^{M}=y_1+r_1^{M}, \quad \sigma_2^{M}=y_5+r_2^{M}
\end{gathered}
\tag{2.9}
$$

Заметим, что уравнения (2.8), (2.9) неоднородны относительно переменных x_i, y_j, но слагаемые, вносящие неоднородность, имеют порядок $\mu\rho$. Величина μ здесь рассматривается как малый параметр.

Анализ наблюдаемости соотношений (2.8) и (2.9) показывает, что переменные x_i, y_j являются хорошо наблюдаемыми переменными при помощи дополнительной информации соответствующего вида, т. е. допускают оценку с приемлемой точностью на интервале коррекции. При этом в качестве алгоритмов оценивания практически целесообразно использовать алгоритмы, описанные в п. 1.

3. Из сравнения двух групп наблюдаемых переменных (2.6) и (2.7) следует, что подпространство, наблюдаемое при помощи позиционной информации, в значительной части перекрывает подпространство, наблюдаемое при помощи скоростной информации. Кроме того, среди введенных выше переменных имеются одинаковые:

$$
\begin{gathered}
x_1=y_3=\alpha_1+\varepsilon_2, \quad x_2=y_4=\pi_1+\nu_1 \\
x_4=y_7=\alpha_2-\varepsilon_1, \quad x_5=y_8=\pi_2+\nu_2
\end{gathered}
\tag{3.1}
$$

Эти переменные представляют динамические ошибки инерциальных систем.

К совместному использованию позиционной и скоростной информации можно подходить с двух точек зрения. Согласно одной из них, при наличии позиционной информации в скоростной информации практически нет необходимости. С другой стороны, позиционная информация имеется, как правило, в течение небольшого промежутка времени (~30 мин), в то время как скоростная информация поступает в течение существенно большего промежутка времени, в том числе на интервале, предшествующем интервалу позиционной коррекции. Поэтому представляется целесообразным сначала оценить при помощи скоростной информации наблюдаемые в этом случае переменные, а затем, когда начнет поступать позиционная информация, оценивать с ее помощью оставшиеся наблюдаемые переменные. Такой подход является в определенном смысле естественным. Сначала оцениваются те переменные, которые изменяются достаточно быстро (с частотой Шулера), а затем — медленно меняющиеся переменные.

В соответствии с результатами п. 1, 2 предлагается следующий алгоритм совместной обработки скоростной и позиционной информации:

$$
\begin{gathered}
x_1^{\circ\cdot}=x_2^{\circ}+K_1^{c}(\sigma_1^{c}-x_2^{\circ}-x_3^{\circ}-\mu u_3 x_4^{\circ}) \\
x_2^{\circ\cdot}=-x_1^{\circ}+K_2^{c}(\sigma_1^{c}-x_2^{\circ}-x_3^{\circ}-\mu u_3 x_4^{\circ}) \\
x_3^{\circ\cdot}=K_3^{c}(\sigma_1^{c}-x_2^{\circ}-x_3^{\circ}-\mu u_3 x_4^{\circ}) \\
x_4^{\circ\cdot}=x_5^{\circ}+K_4^{c}(\sigma_2^{c}-x_5^{\circ}-x_6^{\circ}+\mu u_3 x_1^{\circ}) \\
x_5^{\circ\cdot}=-x_4^{\circ}+K_5^{c}(\sigma_2^{c}-x_5^{\circ}-x_6^{\circ}+\mu u_3 x_1^{\circ}) \\
x_6^{\circ\cdot}=K_6^{c}(\sigma_2^{c}-x_5^{\circ}-x_6^{\circ}+\mu u_3 x_1^{\circ})
\end{gathered}
\tag{3.2}
$$

$$
\begin{gathered}
y_1^{\circ\cdot}=y_2+K_1^{k}(\sigma_1^{M}-y_1^{\circ}) \\
y_2^{\circ\cdot}=\mu^2\omega_2(\omega_1 y_5^{\circ}-\omega_2 y_1^{\circ})+K_2^{k}(\sigma_1^{M}-y_1^{\circ})-x_1^{\circ}
\end{gathered}
\tag{3.3}
$$

$$y_5^{\circ\cdot}=y_6^\circ+K_5^k(\sigma_2^M-y_5^\circ)$$

$$y_6^{\circ\cdot}=\mu^2\omega_1(\omega_2 y_1^\circ-\omega_1 y_5^\circ)+K_6^k(\sigma_2^M-y_5^\circ)-x_4^\circ$$

В простейшем и вместе с тем целесообразном варианте коэффициенты K_i^c, K_j^k выбираются так, чтобы характеристические полиномы подсистем уравнений, описывающих поведение ошибок оценки Δx_1, Δx_2, Δx_3 и Δx_4, Δx_5, Δx_6, имели вид $(p+\lambda_c)^3$ (в пренебрежении связями между подсистемами), а характеристические полиномы подсистем уравнений относительно величин Δy_1, Δy_2 и Δy_5, Δy_6 имели вид $(p+\lambda_k)^2$, где $\lambda_c>0$, $\lambda_k>0$ — степени затухания. На интервале $[t_0, t_1]$, когда поступает только скоростная информация, $-K_1^k=K_2^k=K_5^k=K_6^k=0$. Алгоритм, описываемый соотношениями (3.2), (3.3), моделировался на цифровой вычислительной машине при различных интенсивностях шумов r_i^c и r_i^M и различных значениях t_0, t_1, λ_c, λ_k. Результаты моделирования показали, что он вполне приемлем для практической реализации.

Заметим, что из соотношений (3.2), (3.3) легко может быть получен алгоритм коррекции, учитывающий все возможные ситуации, которые могут встретиться в рассматриваемой задаче, например такие: есть только позиционная информация; есть только скоростная информация, но перед этим был проведен сеанс позиционной коррекции; нет ни позиционной, ни скоростной информации после сеанса совместной коррекции и т. д.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Парусников Н. А.* Задача коррекции в инерциальной навигации — Научн. тр. Ин-та механики МГУ, 1973, № 29, с. 42.
2. *Парусников Н. А., Каленова В. И., Парусникова О. И., Шакотько А. Г.* Задача наблюдаемости при коррекции инерциальных навигационных систем.— Научн. тр. Ин-та механики МГУ, 1974, № 33, с. 11.
3. *Ройтенберг Я. Н.* Автоматическое управление. М.: Наука, 1979. 552 с.
4. *Заде Л., Дезоер Ч.* Теория линейных систем. М.: Наука, 1970. 704 с.
5. *Парусников Н. А., Каленова В. И., Парусникова О. И., Шакотько А. Г.* Об алгоритмах скоростной и позиционной коррекции в инерциальной навигации.— Научн. тр. Ин-та механики МГУ, 1974, № 33, с. 22.
6. *Разоренов Г. Н.* Декомпозируемость линейных динамических систем.— Автоматика и телемеханика, 1978, № 1, с. 12.

Москва Поступила в редакцию 9.X.1979