

УДК 539.3.534.1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФОРМ РАВНОВЕСИЯ ЛЕНТОЧНОГО РАДИАТОРА

ВАЛИШВИЛИ Н. В., СВЕТЛИЦКИЙ В. А.

Рассматривается стационарный режим работы ленточного радиатора (фиг. 1), предназначенного для отвода тепла от различного типа силовых установок [1] и состоящего из замкнутой гибкой ленты, контактирующей с вращающейся нагретой поверхностью (диском). Часть движущейся ленты, находящейся в контакте с диском, нагревается, а затем, при свободном движении после выхода из контакта, отдает тепло окружающей среде. Скорость, с которой лента отводит тепло от диска, намного превосходит скорость излучения тепла в пространство. Поэтому площадь контакта должна быть много меньше площади ленты, находящейся в свободном движении. Изменением длины ленты и скорости ее движения можно регулировать процесс отвода тепла.

Расчет ленточного радиатора состоит из расчета механической системы с определением внутренних усилий и формы равновесия в зависимости от скорости движения ленты и сил сопротивления среды и исследования термодинамической задачи, связанной с отводом тепла, в зависимости от скорости движения ленты и других факторов.

В публикуемой статье рассматривается первая задача.

1. Уравнения равновесия элемента ленты (фиг. 2) запишутся в виде [2]:

$$\begin{aligned} \frac{dX}{ds} - q_3 \sin \varphi - q_1 \cos \varphi &= 0 \\ \frac{dY}{ds} - q_3 \cos \varphi - q_2 - q_1 \sin \varphi &= 0 \\ \frac{dM}{ds} - (Y \cos \varphi - X \sin \varphi) &= 0 \end{aligned} \quad (1.1)$$

Дифференциальные уравнения координат точки полосы и угла наклона касательной представим в форме

$$\frac{dx}{ds} = \cos \varphi, \quad \frac{dy}{ds} = \sin \varphi, \quad \frac{d\varphi}{ds} = -\frac{M}{EJ_x} \quad (1.2)$$

Здесь F , J_x — площадь и осевой момент инерции сечения ленты, ρ , E — плотность и модуль упругости материала ленты, q_1 — погонная сила сопротивления, V — скорость движения ленты, $q_2 = F\rho g$, $q_3 = F\rho V^2 d\varphi/ds$.

Распределенная аэродинамическая сила сопротивления q_1 зависит от скорости движения ленты и ее аэродинамических характеристик, которые в дальнейшем считаются известными.

В дальнейшем целесообразно использовать новые расчетные величины

$$X^* = X + \lambda \cos \varphi, \quad Y^* = Y + \lambda \sin \varphi, \quad \lambda = F\rho V^2 \quad (1.3)$$

В новых переменных система (1.2) не изменится и (1.1) примет вид

$$\frac{dX^*}{ds} = q_1 \cos \varphi, \quad \frac{dY^*}{ds} = F\gamma \left(1 + \frac{q_1}{F\gamma} \sin \varphi \right)$$

$$\frac{dM}{ds} = Y^* \cos \varphi - X^* \sin \varphi \quad (1.4)$$

Нормальная и поперечные силы в полосе определяются по формулам (l — длина ленты):

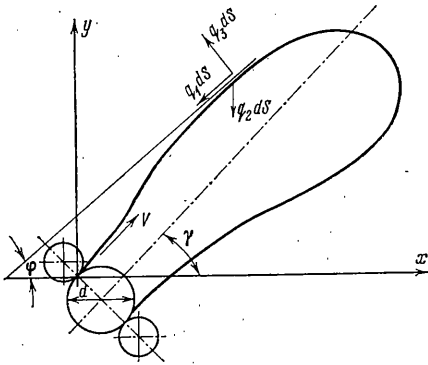
$$N = Y \sin \varphi + X \cos \varphi = Y^* \sin \varphi + X^* \cos \varphi - a = N^* - a \quad (1.5)$$

$$Q = Y \cos \varphi - X \sin \varphi = Y^* \cos \varphi - X^* \sin \varphi \quad (1.6)$$

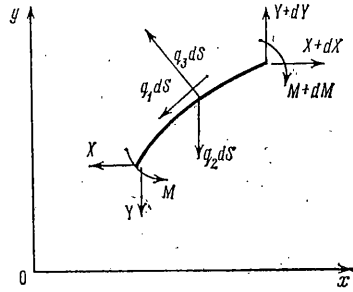
$$x=0, y=0, \varphi=\gamma \text{ при } s=0$$

$$x=d \sin \gamma, y=-d \cos \gamma, \varphi=-(\pi-\gamma) \text{ при } s=l$$

Таким образом, исследование установившегося движения ленты сводится к решению нелинейной системы дифференциальных уравнений (1.2) — (1.6). Следует заметить, что от скорости движения зависит только нормальная сила, которая отличается от найденной из системы силы N^*



Фиг. 1



Фиг. 2

на постоянную величину, равную λ и пропорциональную квадрату линейной скорости. Поперечная сила, изгибающий момент, линейные размеры и угол поворота касательной не зависят от скорости движения ленты. Из этого, в частности, следует, что форма равновесия ленты при установившемся движении непосредственно не зависит от скорости движения. Она зависит от плотности материала ленты и сил сопротивления, но сопротивление среды, как правило, зависит от скорости движения и таким образом проявляется ее влияние на формы равновесия.

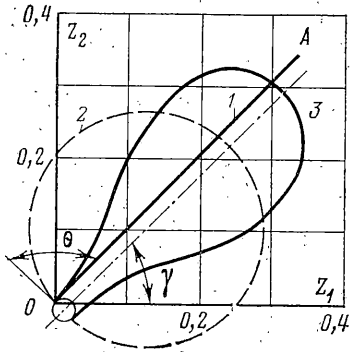
2. В дальнейшем целесообразно ввести следующие параметры:

$$z_1 = \frac{x}{l}, \quad z_2 = \frac{y}{l}, \quad z_3 = \varphi, \quad t = \frac{s}{l}, \quad z_4 = \frac{X^* l^2}{EJ_x}, \quad z_5 = \frac{Y^* l^2}{EJ_x}$$

$$z_6 = \frac{Ml}{EJ_x}, \quad z_7 = \frac{N^* l^2}{EJ_x}, \quad z_8 = \frac{Ql^2}{EJ_x}, \quad q = \frac{F\gamma l^3}{EJ_x}, \quad k = \frac{q_1}{F\gamma}$$

С учетом введенных обозначений система дифференциальных уравнений задачи запишется в виде

$$\begin{aligned} z_1' &= \cos z_3, \quad z_2' = \sin z_3, \quad z_3' = -z_6, \quad z_4' = kq \cos z_3 \\ z_5' &= q(1+k \sin z_3), \quad z_6' = z_5 \cos z_3 - z_4 \sin z_3 \end{aligned} \quad (2.1)$$



Фиг. 3

Краевые условия будут

$$\begin{aligned} z_1=0, z_2=0, z_3=\gamma \text{ при } t=0 \quad (2.2) \\ z_1 = \frac{d}{l} \sin \gamma, \quad z_2 = -\frac{d}{l} \cos \gamma, \\ \varphi = -(\pi - \gamma) \text{ при } t=1. \end{aligned}$$

В дальнейшем вместо параметра d/l используется параметр θ и $d/l = 2 \cos \theta / (\pi + 2\theta)$ (фиг. 3).

Параметры нормального усилия и поперечной силы выражаются следующими формулами:

$$\begin{aligned} z_7 = z_5 \sin z_3 + z_4 \cos z_3, \\ z_8 = z_5 \cos z_3 - z_4 \sin z_3 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Четвертое и пятое уравнения системы (2.1) можно проинтегрировать и представить в виде

$$z_4 = z_4^0 + kqx, \quad z_5 = z_5^0 + qt + kqy \quad (2.4)$$

где z_4^0, z_5^0 — неизвестные начальные параметры, которые должны быть определены в ходе решения задачи. Такие преобразования не существенно упрощают задачу, и поэтому в дальнейшем не используются.

Параметр q является обобщенным, характеризующим вес ленты и ее изгибную жесткость.

Получение точного решения системы (2.1), (2.2) не представляется возможным. Поэтому используется алгоритм численного решения в соответствии с [3].

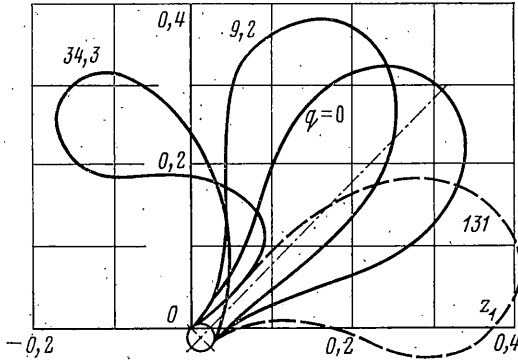
3. На первом этапе решается вспомогательная задача о напряженном и деформированном состоянии ленты без учета сил веса и сопротивления среды. Для этого к концам полосы OA (фиг. 3) прикладываются положительные моменты и она изгибается так, чтобы ее ось приняла форму дуги окружности 2.

Соответствующее решение следует из (2.1) при $q=0$:

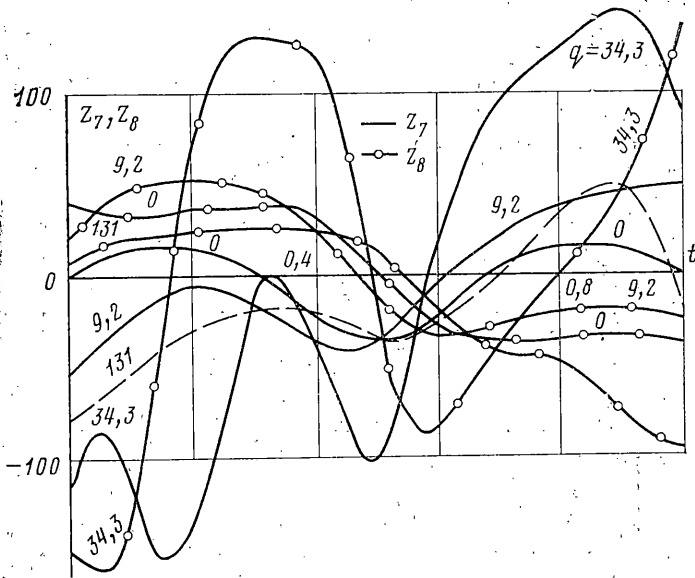
$$\begin{aligned} z_1 &= \frac{\sin(\theta + \gamma) - \sin[\theta + \gamma - (\pi + 2\theta)t]}{\pi + 2\theta} \\ z_2 &= -\frac{\cos(\theta + \gamma) - \cos[\theta + \gamma - (\pi + 2\theta)t]}{\pi + 2\theta} \\ z_3 &= (\theta + \gamma) - (\pi + 2\theta)t, \quad z_4 = 0, \quad z_5 = 0, \quad z_6 = \pi + 2\theta \end{aligned} \quad (3.1)$$

После этого концы полосы закрепляются шарнирно и постоянно уменьшаются приложенные моменты до значения, соответствующего $z_3(O) = \gamma$. Процесс движения по параметру начинается от решения (3.1), которое определяет соответствующие краевые условия

$$\begin{aligned} z_1 = z_2 = 0, \quad z_3 = \theta + \gamma \text{ при } t=0 \\ z_4 = z_5 = 0, \quad z_6 = \pi + 2\theta \\ z_1 = a = \frac{\sin(\theta + \gamma) - \sin(\theta - \gamma)}{\pi + 2\theta} \text{ при } t=1 \\ z_2 = b = -\frac{\cos(\theta + \gamma) + \cos(\theta - \gamma)}{\pi + 2\theta}, \quad z_3 = c = -(\pi + \theta - \gamma) \end{aligned} \quad (3.2)$$



Фиг. 4



Фиг. 5

Неизвестные начальные параметры вводятся следующим образом:

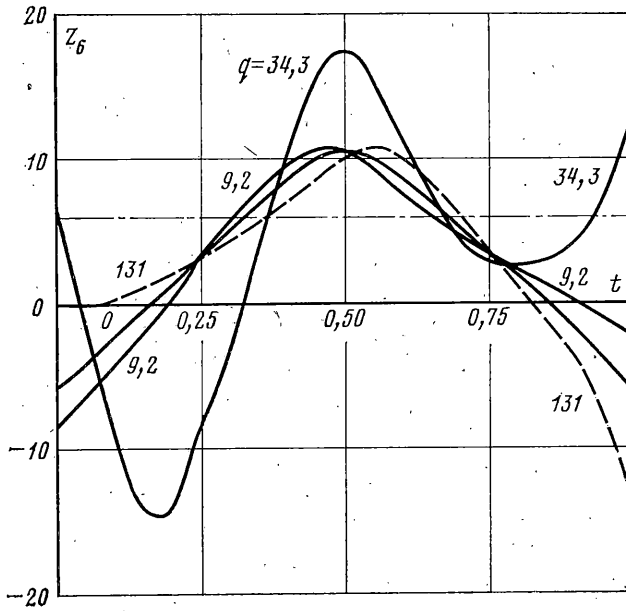
$$z_1 = z_2 = 0, z_3 = A_1, z_4 = A_2, z_5 = A_3, z_6 = \kappa \quad (3.3)$$

где A_i — неизвестные параметры, которые определяются из краевых условий при $t=1$, κ — значение параметра изгибающего момента в начальном сечении.

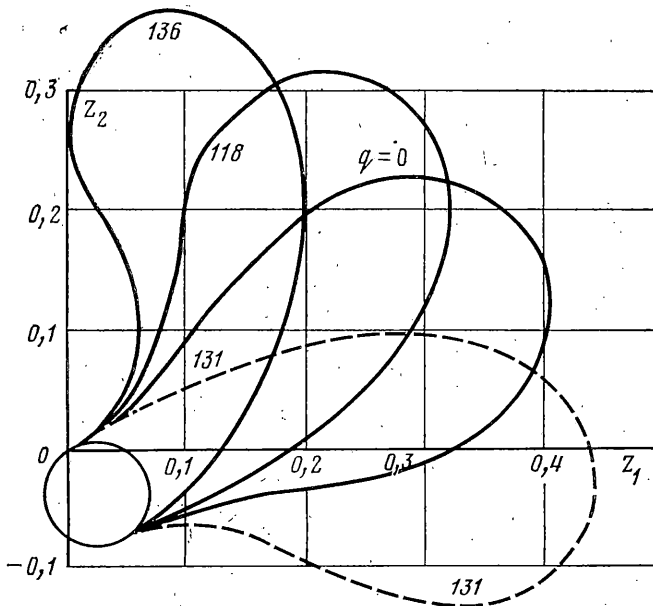
Интегрируя систему (2.1), с учетом (3.3) приходим к системе нелинейных алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} z_1(A_1, A_2, A_3, \kappa) - a = 0, z_2(A_1, A_2, A_3, \kappa) - b = 0 \\ z_3(A_1, A_2, A_3, \kappa) + (\pi + A_3 - 2\gamma) = 0 \end{aligned} \quad (3.4)$$

с тремя неизвестными A_i , зависящими от параметра κ , значение которого уменьшается до тех пор, пока угол наклона касательной к кривой в начале координат не будет равен γ . Полученное при этом значение параметра момента $\kappa = \kappa_0$ совместно с (3.3) определяет начальное состояние для решения системы (2.1), (2.2) при $q \neq 0$.



Фиг. 6



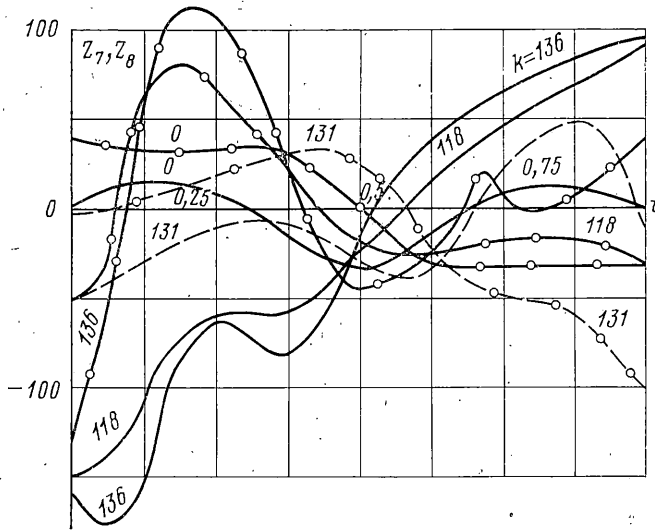
Фиг. 7

В дальнейшем интегрируется система (2.1) при следующих значениях начальных параметров:

$$z_1 = z_2 = 0, z_3 = \gamma, z_4 = A_1, z_5 = A_2, z_6 = A_3 \text{ при } t = 0 \quad (3.5)$$

В результате находятся значения неизвестных параметров при $t = 1$ и составляется новая система нелинейных алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} z_1(A_1, A_2, A_3, q) - a &= 0, z_2(A_1, A_2, A_3, q) - b = 0 \\ z_3(A_1, A_2, A_3, q) + (\pi - \gamma) &= 0 \end{aligned} \quad (3.6)$$



Фиг. 8

Определение значений неизвестных начальных параметров A_i и движение по параметру q осуществляется по алгоритму [3].

4. Были исследованы ленточные радиаторы при изменении параметров γ и θ в широких пределах.

Установлено, что можно так подобрать силы сопротивления среды $k = k_0$, а следовательно, установить скорость движения ленты V , определяющую эти силы, что формы равновесия радиатора при увеличении q будут находиться в окрестности начальной формы, определяемой параметром $q=0$. Это значит, что момент сил сопротивления, стремящийся повернуть систему против направления движения часовой стрелки относительно ведущего диска, момент силы веса ленты, имеющий противоположное направление, и моменты упругих сил находятся в равновесии около начального состояния и при $q>0$. Однако, если $k>k_0$, то влияние сил сопротивления является определяющим и при увеличении q система поворачивается против направления движения часовой стрелки. При $k>k_0$ можно определить такое значение $q=q^+$, при котором лента пересекает ось z_2 , т. е. для отдельных ее точек $z_1<0$. При $k>k_0$ картина обратная и увеличение q сопровождается постепенным опусканием ленты.

В качестве примера на фиг. 4 приводятся результаты расчетов для ленточного радиатора с $\gamma=45^\circ$ и $\theta=85^\circ$. Сплошными кривыми на фигурах представлены результаты для случая $k=8$, а пунктирной $k=1,1$. Для рассмотренного радиатора установлено, что $1,2<k<1,4$.

На фиг. 5 приводятся графики изменения параметров нормальной и поперечной сил, соответствующие формам равновесия, представленным на фиг. 4 (сплошные линии соответствуют z_7 , а светлыми точками отмечены результаты для z_8).

При $q=0$ график изменения параметра нормальной силы, так же как и форма равновесия ленты, симметричен, а начальный участок ленты находится в условиях растяжения. Однако с ростом q симметрия нарушается и в приведенных пределах изменения нагрузок для начального участка ленты характерно наличие зоны сжатия. В то же время конечный участок ленты, как правило, находится в условиях растяжения.

На фиг. 6 приводятся графики изменения изгибающего момента. Штрихпунктирная линия представляет график для вспомогательной за-

дачи при изгибе полосы по окружности. Видно, что с увеличением параметра q неоднородность распределения z_0 возрастает. Возрастает и роль изгибающих моментов. Поэтому такие системы следует рассчитывать с учетом моментности напряженного состояния.

Начальная геометрия существенно влияет на формы равновесия. Об этом свидетельствуют графики, представленные на фиг. 7 для ленточного радиатора с параметрами $\theta=75^\circ$ и $\gamma=30^\circ$. Сплошные линии соответствуют $k=2$, а пунктирная $k=1$. Однако и в этом случае $1 < k_0 < 2$.

Графики изменения параметров нормальной и поперечной сил приводятся на фиг. 8.

Как уже отмечалось, действительное значение нормальной силы отличается от значения, найденного из решения уравнения, на величину, пропорциональную квадрату скорости. Поэтому при учете этой добавки приведенные сжатые зоны ленты в действительности могут оказаться в условиях растяжения, но это не скажется на формах равновесия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Weatherston R. C., Smith W. E. A method for heat reflection from space power-plants.— A. R. S. Journal, 1960, v. 30, № 3, p. 268—271.
2. Светлицкий В. А. Механика гибких стержней и нитей. М.: Машиностроение, 1978. 222 с.
3. Валишвили Н. В. Методы расчета оболочек вращения на ЭЦВМ. М.: Машиностроение, 1976. 278 с.

Кутаиси, Москва,

Поступила в редакцию
24.I.1979