

УДК 531/534:061.6

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СЕМИНАРЫ

Семинар по численным методам в механике сплошной среды под руководством Морозова Н. Ф., Товстикова П. Е., Черных К. Ф.

21.I.1980. Филиппов С. Б. (Ленинград) *Свободные колебания и устойчивость круговой цилиндрической оболочки, подкрепленной шпангоутами.*

Рассматриваются свободные колебания и устойчивость под действием равномерного бокового давления цилиндрической оболочки, подкрепленной шпангоутами с учетом жесткости шпангоутов при изгибе из плоскости и кручении, а также их эксцентриситета. Асимптотическим методом получены простые приближенные формулы для определения низких частот колебаний и критического давления. Приведен пример расчета.

14.II.1980. Супрун А. Н. (Горький) *Развитие феноменологических моделей твердой деформируемой среды при помощи расширения класса операторов теории наследственной упругости.*

Для расширения возможностей определяющих соотношений наследственной теории упругости предлагается в ядра операторов с интегралами Стильбеса вводить функцию состояния среды. Для описания развития применяются математические аналоги реологических моделей с элементами односторонних перемещений. Теория сложного нагружения строится на базе указанных операторов и ассоциированного закона течения с поверхностью нагружения в виде гиперэллипсоида, претерпевающего в процессе неупругого деформирования среды перемещение, расширение, поворот и изменение соотношений своих полуосей. На конкретных примерах демонстрируется способность таких моделей описывать следующие эффекты неупругого деформирования металлов: задержку ползучести, зависимость предела текучести от истории нагружения, возникновение зуба текучести при жестком нагружении, зависимость наклона и длины площадки текучести от скорости нагружения, трансляционное и изотропное упрочнение, поперечный эффект и поворот поверхности текучести (ПТ), возврат пластических свойств, старение в виде изотропного расширения с последующим сужением ПТ, влияние ползучести на старение, изменение реологических свойств в зависимости от истории нагружения.

28.II.1980. Арутюнян Н. Х., Шойхет Б. А. (Москва, Ленинград) *Математическое обоснование уравнений неоднородной ползучести стареющих тел с односторонними идеальными связями.*

Доказывается существование и единственность решения уравнений, описывающих неоднородное линейно-ползучее и нелинейно-ползучее тело с односторонними идеальными связями внутри и на границе тела, сходимость метода последовательных приближений и при некоторых условиях ограниченность и асимптотическая устойчивость решения на всем временном интервале. Под односторонними связями на границе понимается произвольная система жестких криволинейных штампов без трения, односторонние связи внутри тела являются системой бесконечно тонких разрезов (трещин), берега которых ограничены условиями «непроникания» (трение также отсутствует).

6.III.1980. Срубщик Л. С. (Ростов-на-Дону) *Применение метода Ляпунова — Шмидта для анализа послекритического поведения оболочек.*

Дана большая схема применения операторного варианта метода Ляпунова — Шмидта для анализа выпучивания и послекритического поведения идеальных и несовершенных пологих оболочек и пластины. Основное внимание уделено случаю, когда несколько критических нагрузок совпадают или близко друг к другу. Доказаны тео-

ремы, устанавливающие существование и число новых равновесий, а также их асимптотические представления. Представлены результаты численных расчетов с применением БЭСМ-6 начального этапа неосесимметричного послекритического поведения сферических и конических оболочек при переменных по радиусу нагрузках. Для весьма тонких строго выпуклых оболочек вращения метод Ляпунова — Шмидта применяется в сочетании с асимптотическим методом пограничного слоя.

13.III.1980. Кузьмин С. Д. (Ленинград) *Эффект памяти формы и пластичность превращения в металлах.*

Представлены результаты исследования сверхпластичности (пластичности превращения), псевдоупругости, механической памяти, включая обратимую и память формы под нагрузкой, и генерации напряжений в условиях кручения. Показано, что у металлов независимо от типа и температур мартенситных превращений, строения низкотемпературной и высокотемпературной фаз наблюдаются все указанные механические эффекты, причем варьирование внешних условий позволяет на каждом из сплавов получить практически весь «набор» изученных явлений. Объяснение полученным результатам дается в рамках единого подхода с привлечением представлений о «дрейфе» превращений в поле внешних и внутренних напряжений различного происхождения, о существовании обратимых носителей деформации, об ориентированных микронапряжениях и движущих силах химической природы, о текстурировании, о процессах наследования дефектов при фазовых переходах.

19.III.1980. Чаунин М. П. (Ленинград) *Оптимальное подкрепление кругового отверстия в цилиндрической оболочке.*

Цилиндрическая оболочка, ослабленная круговым отверстием, находится под действием внутреннего давления. Отверстие закрыто крышкой, передающей на контур перерезывающую силу. Край отверстия подкреплен тонким стержнем постоянного поперечного сечения. Учитывается эффект несовпадения оси стержня с контуром отверстия. Требуется найти оптимальные размеры поперечного сечения стержня. В качестве критерия оптимальности выбрано максимальное эквивалентное (по гипотезе формоизменения) напряжение на контуре отверстия в оболочке. Размеры поперечного сечения кольца должны удовлетворять условиям применимости для него гипотезы жесткого контура. Использование указанного критерия в сочетании с этими условиями приводит к решению задачи отыскания минимакса при наличии линейных ограничений на варьируемые параметры.

20.III.1980. Шихобалов Л. С. (Ленинград) *Дислокационный механизм атермической пластичности.*

Предложен новый подход к анализу движения дислокации, основанный на модели, в которой дислокация в сплошном теле имеет конечную ширину. Такой подход позволяет учесть некоторые особые свойства ядра дислокации и дает возможность сформулировать замкнутую задачу для среды с дислокацией без использования энергетических соотношений. Получено уравнение консервативного движения дислокации, содержащее дополнительный диссипативный член, отвечающий механизму торможения дислокации, связанному с разрывом поля скорости в ядре дислокации. Из физического смысла этого члена вытекает, что он близок по свойствам к сухому трению и характеризует сопротивление типа барьера Пайерлса. Благодаря такому диссипативному члену полученное уравнение движения дислокации хорошо описывает экспериментальные результаты по подвижности индивидуальных дислокаций и приводит к обычным макроскопическим законам ползучести и атермической пластичности.

27.III.1980. Мещеряков Ю. И., Фадиев Л. П. (Ленинград) *О неустойчивости фронта волны при однослойной деформации.*

Для описания однослойной деформации с позиций дислокационной динамики используется определяющее уравнение, описывающее материал с релаксацией и последствием. Решение задачи ударного нагружения выявляет возможность осцил-

ляций пластического течения между упругими предвестником и пластическим фронтом, частота которых определяется скоростью размножения и подвижностью дислокаций. Показано, что условием появления осцилляций является наличие разупрочнения, пропорционального скорости деформации.

4.IV.1980. Киселев А. П. (Ленинград) *Малые сферические излучатели в неоднородной упругой среде.*

Для краевых задач о возбуждении среды напряжениями вида $t=pn$ или $t=p[n, e]$, приложенными к границе сферической полости радиуса ε (n — нормаль, p — константа, e — фиксированный вектор), построены предельные при $\varepsilon \rightarrow 0$, $p\varepsilon^3 \rightarrow \text{const}$ задачи с точечными источниками.

11.IV.1980. Лебедев М. Ф., Алешин В. И., Аэро Э. Л. (Ленинград) *Рост трещин в стеклообразных полимерах при статическом и низкочастотном периодическом нагружении.*

Методом расщепления образцов-полосок крутящими моментами исследованы закономерности роста магистральных трещин в оргстеклах при статических и периодически меняющихся с частотой 1 Гц и ниже циклических нагрузках. Показано, что при статических нагрузках для всех исследованных оргстеклов зависимость скорости роста трещины от силы, движущей трещину, может быть аппроксимирована. Установлены особенности роста трещины, проявляющиеся при периодическом изменении нагрузок. Получены зависимости циклической скорости роста трещины от максимального и минимального уровней нагрузки в цикле и частоты. Показано, что в зависимости от уровня колебаний в цикле нагружения рост усталостной трещины (УТ) характеризуется качественно различными закономерностями. Экспериментально исследована и рассчитана кинетика роста краевой трещины при периодическом нагружении в условиях одноосного растяжения. В результате показана возможность переноса количественных соотношений кинетики роста УТ при расщеплении крутящими моментами на случай произвольных условий нагружения.

17.IV.1980. Николаевский В. Н. (Москва) *Некоторые проблемы хрупкого разрушения.*

Из лабораторных данных по разрушению горных пород при различных уровнях давлений и температур следует, что земная кора пронизана трещинами вплоть до границы Мохоровичича, а наличие границ внутри коры связано с разнонаправленностью трещиноватости. При ударном нагружении фронт разрушения идет с предельной скоростью роста трещин. В предфронтальной зоне материал испытывает динамические перегрузки. Скорость скольжения с сухим трением не может быть больше скорости волны Рэлея, что приводит к динамической сжимаемости пористых материалов меньшей, чем статическая, а также к «вязкости хрупкого разрушения» порядка 10^4 — 10^5 цз. Медленное разрушение контролируется ползучестью; трещины растут, если изменение суммы диссипации и скорости высвобождения упругой энергии тела на единицу длины трещины достигает пластического уровня. Это утверждение следует из принципа наименьшего рассеяния энергии Онгагера и из контурного интеграла второго рода.

8.V.1980. Мещеряков Ю. И., Недбай А. И., Судьенков Ю. В., Филиппов Н. М. (Ленинград) *Кинетика дислокаций и релаксация субмикросекундных импульсов давления.*

Исследовано распространение импульсов давления в Al, Cu и других материалах. Обнаружено резкое затухание импульсов на глубинах 0,15÷0,65 мм, причем скорость их распространения выше продольной скорости звука (до двух раз) и стремится к последней на глубинах от 0,5 до 1,0 мм в зависимости от амплитуды. Затухание описывается на основе кинетического уравнения для функции распреде-

ления дислокаций по скоростям, замкнутого на уравнения динамики сплошной среды. Показано, что взаимодействие коллективных колебаний дислокационной структуры с возбуждаемыми при импульсном нагружении колебаниями приводит к резкому затуханию последних. Полученное дисперсионное уравнение дает увеличение скорости при $kh \rightarrow 1$, где h — расстояние между дислокациями, k — волновой вектор.

15.V.1980. Сулимов М. Г. (Ленинград) Численные эксперименты для бигармонического уравнения в секторе.

Рассматривается краевая задача с однородными условиями Дирихле в секторе круга α с точным решением, являющемся срезкой первой функции особенности (ψ). Приближенное решение ищется по методу Ритца в пространстве приведенных кусочно-заданных полиномов 5-й степени на триангуляции с локальным степенным сгущением ячеек с показателем β . На приближенном решении вычисляется коэффициент при ψ в асимптотическом представлении решения по методике Мазы — Пламеневского и сравнивается с точным значением. Результаты серий экспериментов с варьированием числа ячеек и показателя β для $\alpha = \frac{3}{2}\pi$, 2π подтверждают теоретические оценки погрешности схемы.

22.V.1980. Колпак Е. П. (Ленинград) Устойчивость резинового амортизатора мостичного типа.

Напряженно-деформированное состояние амортизатора исследуется с позиций нелинейной теории тонких оболочек. В математической постановке модель амортизатора представляет краевую задачу для системы нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Система дифференциальных уравнений интегрируется численно с применением модифицированного метода Эйлера. Краевая задача решается методом «стрельб». Изучено влияние геометрических параметров на наличие экстремума в зависимости сила — осадка. По полученным упругим характеристикам построена область, в которой амортизатор имеет «мягкую характеристику». Дан способ приближенного построения напряженно-деформированного состояния амортизатора, сводящийся к решению линейной краевой задачи.

29.V.1980. Проскура А. В. (Ленинград) Об одном асимптотически точном уравнении в случае несжимаемости.

Рассматривается вариационная задача теории упругости для плиты, нагруженной поперечной нагрузкой, толщина которой стремится к нулю. При этом используется выражение удельной энергии деформации, предложенной Ноулсом. Учитывается, что материалы, описываемые этим потенциалом, обладают свойством несжимаемости. Показывается, что решение этой задачи стремится в интегральных нормах к решению некоторой двумерной вариационной задачи. Функционал этой задачи находится из функционала объемной задачи, если в последнем положить: поля перемещений зависят только от координат, меняющихся в срединной плоскости плиты; оставить только члены, содержащие производные в старшей степени. Полученные результаты можно обобщить на случай с более общими краевыми условиями.

4.IX. 1980. Елсуфьев С. А. (Ленинград) Исследование прочности и деформативности элементов конструкций из термопластов и других материалов со сходной реологией.

На основании результатов опытов по деформированию при сложном напряженном состоянии ряда материалов показано, что их реология в широком диапазоне режимов нагружения при умеренно больших деформациях описывается квазилинейными уравнениями, связывающими девиаторы истинных напряжений и деформаций и учитывающими зависимость сопротивления деформированию от вида напряженно-

го состояния и от времени действия нагрузки. Выявлено удовлетворительное согласие данных испытаний по разрушению некоторых элементов конструкций со значительными предельными деформациями и критического времени, вычисленных при помощи уравнений связи и критерия бесконечной скорости деформирования в момент начала локализации деформаций. На основе указанного критерия и представлений о влиянии повреждаемости материала на момент перехода к неустойчивому деформированию найдено предельное состояние в неоднородном поле напряжений.

11.IX.1980. Ли н ь к о в А. М. (Ленинград) *Разупрочнение и потеря устойчивости.*

Условия устойчивости, полученные ранее автором, обобщены на случай, когда разупрочнение происходит на контактах взаимодействующих тел. Приведены дополнительные достаточные условия устойчивости. Для соприкасающихся упругих тел, переходящих от полного сцепления к некоторым остаточным значениям усилий на контактах, даны простые формулы для выделяющейся и поглощаемой энергии, позволяющие оценить устойчивость. Обращается внимание на сильный масштабный эффект — критические нагрузки существенно зависят от линейных размеров тел. В частных случаях установлена связь потери устойчивости математического решения задачи с проблемой квадратичного программирования.

14.IX.1980. Ка б р и ц С. А. (Ленинград) *Некоторые конструктивно-нелинейные задачи статики упругих стержней и оболочек.*

Исследуются задачи статики геометрически и физически нелинейных одномерных упругих систем при наличии жестких односторонних ограничений на перемещения. Рассматриваются два подхода к учету ограничений. В первом (наиболее общем) взаимодействие упругой системы с жесткими преградами моделируется односторонним контактом с некоторым нелинейно-упругим основанием винклеровского типа достаточно большой конечной жесткости. Во втором (применимом к безмоментным системам) в зоне контакта уравнения равновесия заменяются на уравнения поверхности ограничения, причем координаты точек отрыва являются искомыми величинами. Апробация указанных подходов произведена на ряде геометрически и физически нелинейных задач.

25.IX.1980. Я к к И. В. (Ленинград) *Детальные поля напряжений и деформаций в вязкоупругих матричных композитах.*

Рассматривается упругое или вязкоупругое сплошное тело с системой включений из другого материала. Предлагается новый приближенный метод решения системы сингулярных интегральных уравнений, к которой сводится задача о равновесии такого тела под действием внешних сил. В основе метода лежит представление включений линейными комбинациями сосредоточенных мультиполей, мощности которых — коэффициенты комбинаций — находятся из вариационных соображений или, в случае вязкоупругого композита со сферическими включениями, из условия наилучшего приближения в определенного рода одночастичной задаче. В отличие от существующих этот метод позволяет определить в широком интервале концентраций включений не только эффективные свойства композита, но и детальные поля напряжений и деформаций вблизи включений при, вообще говоря, произвольном их расположении в пространстве.

Никольская Н. А.

Технический редактор Н. Н. Беляева

Сдано в набор 06.04.81. Подписано к печати 30.06.81 Т-08498 Формат бумаги 70×108^{1/16}
Высокая печать Усл. печ. л. 15,4 Усл. кр.-отт. 24,9 тыс. Уч.-изд. л. 16,9 Бум. л. 5,5
Тираж 1602 экз. Зак. 324

Издательство «Наука», 103717, ГСП, Москва, К-62, Подсосенский пер., 21
2-я типография издательства «Наука», 121099, Москва, Шубинский пер., 10