УДК 531/534:061.6

МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ
СЕМИНАРЫ

Семинар по аналитической механике под руководством В. В. Румянцева

28.IX.1979. Белецкий В. В., Погорелов Д. Ю. (Москва) *К теории вращения Венеры.*

Методом осреднения исследовано пространственное обратное стационарное резонансное вращение Венеры относительно центра масс под действием гравитационных воздействий со стороны Солнца и Земли.

Исследование резонансного вращения Венеры отталкивается от результата Энеева Т. М. и Козлова Н. Н. о космогоническом происхождении обратного вращения Венеры.

Получены обобщенные законы Кассини, приближенно описывающие реальное движение Венеры, и необходимые условия их устойчивости.

Отмечено, что приливные силы со стороны Солнца приводят к очень медленному перевороту оси вращения из обратного положения в прямое, вместе с тем возможен сравнительно быстрый захват под действием приливных сил осевого вращения Венеры в резонансное.

5.X.1979. Тхай В. Н. (Москва) *Об устойчивости механических систем под действием позиционных сил.*

Решается задача устойчивости положения равновесия голономной механической системы, стесненной стационарными геометрическими связями и подверженной действию потенциальных и неконсервативных позиционных сил. Система может быть устойчивой только в критическом случае; предполагается, что характеристическое уравнение имеет чисто мнимые корни, среди которых нет равных.

Исследуемая система является обратимой; поэтому в случае отсутствия внутреннего резонанса положение равновесия является точкой полной устойчивости по Биркгофу, а неустойчивость в конечном порядке может быть обнаружена только при внутреннем резонансе. Для резонансов нечетного порядка сформулированы необходимые и достаточные условия устойчивости модельной системы и достаточные условия неустойчивости по Ляпунову.

Из резонансов четного порядка исследуется наиболее важный для приложений резонанс четвертого порядка, для которого получены необходимые и достаточные условия устойчивости в первом нелинейном приближении; показано, что из неустойчивости в третьем порядке следует неустойчивость по Ляпунову. Вопрос устойчивости модельной системы решается с помощью набора найденных интегралов, которых достаточно для сведения задачи интегрирования модельной системы к квадратурам.

Обсуждается справедливость выводов работы для других динамических систем. Приведен пример.

12.X.1979. Сокольский А. Г. (Москва) *Об устойчивости гамильтоновых систем в случае нулевых частот.*

В строгой нелинейной постановке рассмотрена задача об устойчивости положения равновесия автономной гамильтоновой системы с двумя степенями свободы для последнего остававшегося неизученным случая, когда все четыре корня определяющего уравнения равны нулю. В качестве примера рассмотрена задача об устойчивости регулярных прецессий симметричного спутника, а также связь полученных автором теоретических результатов с известной задачей обращения теоремы Лагранжа — Дирихле об устойчивости консервативной системы.

19.X.1979. Карапетян А. В. (Москва). *Об устойчивости стационарных движений неголономных систем.*

Исследуется устойчивость стационарных движений неголономных систем общего вида с циклическими координатами. Показано, что если все корни характеристического уравнения, кроме нулевых, число которых равно размерности многообразия стационарных движений, лежит в левой полуплоскости, то имеет место особенный случай критического случая нескольких нулевых корней и справедлива теорема Ляпунова — Малкина. Отмечена возможность асимптотической его части переменных устойчивости стационарных движений консервативных неголономных систем; устойчивость в этом случае существенно зависит от «направления» движения (от знака скоростей циклических координат в стационарном движении). Полученные результаты иллюстрируются на примере исследования устойчивости вращения тяжелого твердого тела, находящегося на абсолютно шероховатой плоскости («кельтского камня»).

2.XI.1979. Черноусько Ф. Л. (Москва). *О движении вязкоупругого твердого тела относительно центра инерции.*

Исследуется движение деформируемого твердого тела относительно центра масс или относительно неподвижной точки. Главный момент внешних сил предполагается равным нулю. Тело содержит массу вязкоупругого материала типа Кельвина — Фойгта. Периоды собственных упругих колебаний и время их затухания предполагаются малыми по сравнению с характерным временем вращения тела. При этих условиях собственные упругие колебания тела быстро затухают и его движения в системе координат, связанной с телом, будут вынужденными квазистатическими. Показано, что движение системы как целого описывается уравнениями динамики абсолютно твердого тела с возмущающим моментом сил, который содержит однородные многочлены 4-й и 5-й степеней от угловой скорости тела. Оценен интервал времени, на котором проявляется влияние внутренней упругости и диссипации на движение тела относительно центра масс.

11.XI.1979. Трофимов В. В., Фоменко А. Т. (Москва) *О реализации механических систем на орбитах разрешимых алгебр Ли.*

Пусть G — алгебра Ли, $J=\exp G$, G^* — дуальное пространство; тогда орбиты O представления Ad^*J в G^* — симплектические многообразия. Некоторые механические системы могут быть реализованы на подходящей орбите (например, n-мерное твердое тело в полупростой алгебре Ли [1], цепочка Тода в алгебре верхнетреугольных матриц [2].

Гипотеза: на любой алгебре Ли существует инвалютивное семейство F функционально независимых функций, $\dim F={}^1/_2\dim O$ [3]. В работах Мищенко А. С., Фоменко А. Т. такое семейство построено для редуктивных алгебр Ли. Методики этих работ, вообще говоря, недостаточны для других алгебр Ли. В работе [4] предложены новые методики, позволяющие построить F на борелевских подалгебрах простых алгебр Ли.

Гипотеза: методики Мищенко А. С., Фоменко А. Т., Трофимова В. В. дают семейство F на максимальных разрешимых подалгебрах $R(G)$ алгебры Ли G: группы $J=D(Q)$ аналитических автоморфизмов однородных комплексных областей Q; группы автоморфизмов однородных выпуклых конусов.

Пусть Q — комплексный шар в C^n. Тогда, если функция f на $(R(Q))^*$ функционально зависит от полуинвариантов $Ad^*D(Q)$, то уравнения Эйлера $x^\bullet=s\,\mathrm{grad}\,fx$ вполне интегрируемы по Лиувиллю на орбитах общего положения.

Пусть $\Omega(G)=G\oplus G$ — алгебра Ли с законом умножения [5] $[(l_1, l_2), (l_1', l_2')]=([l_1, l_2']+[l_2, l_1'], [l_2, l_2'])$; $\Omega^k(G)=\Omega(\Omega^{k-1}(G))$ — неразрешимая алгебра Ли с нетривиальным нильпотентным радикалом.

Пусть G — полупростая алгебра Ли, I — кольцо инвариантов представления $Ad^*(\Omega^k(G))$. Если K функционально зависит от функций вида $f(x+\lambda a)$, $f\in I$, $\lambda\in R$, $a\in[\Omega^k(G)]^*$, то уравнения $x^\bullet=s\,\mathrm{grad}\,Kx$ вполне интегрируемы по Лиувиллю на орбитах общего положения.

16.XI.1979. Ильяшенко Ю. С., Четаев А. Н. (Москва) *О многомерной задаче преследования.*

Нижеследующая аналитическая задача возникла в теории сложных биологических систем. Рассмотрим компактное многообразие Λ, может быть, с краем, гладкое отображение $R^N\to\Lambda$ и динамическую систему $x^\bullet=f(x)-x$, называемую многомерной задачей преследования. Вектор фазовой скорости этой системы имеет начало x и конец $f(x)$; под действием системы точка x «преследует» $f(x)$.

Пусть g^t — преобразование фазового потока системы за время t, $B\subset R^N$ — шар. Множество M называется глобальным притягивающим, если $M=\bigcap\limits_{t>0} g^tB$ для любого

---

[1] *Мищенко А. С., Фоменко А. Т.* Интегрируемость уравнений Эйлера на полупростых алгебрах Ли.— Тр. семинара по векторному и тензорному анализу. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1979, вып. 19, с. 3.

[2] *Adler M.* On a trace functional for formal pseudo-differential operators and the Hamiltonian structure of Korteweg-de-Vries type equation. Lect. Notes in Math., 1979, v. 755. p. 1.

[3] *Мищенко А. С., Фоменко А. Т.* Обобщенный метод Лиувилля интегрирования гамильтоновых систем.— Функциональный анализ и его приложения, т. 12, № 2, 1978, с. 46.

[4] *Трофимов В. В.* Уравнения Эйлера на борелевских подалгебрах полупростых алгебр Ли.— Изв. АН СССР. Сер. матем., 1979, т. 43, № 3, с. 714.

[5] *Takiff S. J.* Rings of invariant polinomials for class of Lie algebras.— Trans. Amer. Math. Soc., 1971, v. 160, No. 2, p. 249.

достаточно большого шара B. Легко доказать, что система всегда имеет глобальное притягивающее множество M; оно компактно и вместе с каждой точкой содержит проходящую через нее фазовую кривую.

Сложность системы естественно характеризовать размерностью n многообразия Λ; сложность установившихся режимов в системе — размерностью множества M. Оценка этой размерности и составляет предмет исследования. Система $x^{\bullet}=f(x)-x$ изучается в дополнительном предположении, что f удовлетворяет условию Липшица; пусть L — соответствующая константа Липшица. Справедлив следующий условный результат.

Если M — гладкое многообразие с краем, то $\dim M \leqslant (L+1)n$.

Однако множество M может быть весьма сложной теоретико-множественной структуры и не иметь размерности в классическом смысле. В формулируемой ниже теореме использовано понятие Хаусдорфовой размерности, заимствованное из теории функций действительного переменного. Хаусдорфова размерность определена на всех подмножествах числового пространства, может принимать любое вещественное неотрицательное значение и для областей на многообразиях совпадает с обычной размерностью. Хаусдорфова размерность глобального притягивающего множества системы $x^{\bullet}=f(x)-x$ не превышает величины $A(L)n(\ln n+1)$, где L — константа Липшица отображения f, и функция A растет не быстрее линейной.

Этот результат переносится на так называемые простые системы, несколько более общие, чем система $x^{\bullet}=f(x)-x$.

23.XI.1979. Лещенко Д. Д. (Одесса) *Возмущенные вращательные движения твердого тела в среде с линейной диссипацией.*

Исследуется быстрое вращательное движение тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки при наличии внешнего сопротивления. Момент сил сопротивления предполагается линейной функцией угловой скорости. Анализируется система, полученная после усреднения по движению Эйлера — Пуансо в случае быстрых вращений.

Рассматриваются возмущенные движения твердого тела, близкие к случаю Лагранжа. Проведено усреднение уравнений движения по углу нутации, получена усредненная система уравнений. Рассмотрена конкретная механическая модель возмущений, отвечающих движению тела в среде с линейной диссипацией. Построено численное решение усредненной системы.

30.XI.1979. Хазин Л. Г. (Москва). *Об одной работе А. М. Ляпунова.*

В работе 1893 г. «Об устойчивости движения в особенном случае» А. М. Ляпуновым был получен критерий устойчивости для критического случая пары нулевых корней и жордановой клетки. Работа содержит 80 страниц математического текста и не вошла ни в одно из известных руководств по теории устойчивости движения. В докладе приведено доказательство справедливости критерия Ляпунова. При этом удалось избежать каких-бы то ни было аналитических трудностей.

7.XII.1979. Белецкий В. В., Касаткин Г. В. (Москва). *К вопросу об экстремальных свойствах резонансных движений.*

Рассмотрен некоторый класс неавтономных периодических по независимому аргументу систем дифференциальных уравнений. Сформулировано и доказано экстремальное свойство устойчивости резонансных решений такой системы. Это позволяет выделить устойчивые по Ляпунову резонансные решения с помощью некоторого функционала, определенного на множестве траекторий системы.

14.XII.1979. Кузьмина Л. К. (Казань). *О возможности использования упрощения дифференциальных уравнений для гироскопических систем.*

Рассматривается задача о допустимости использования упрощенной математической модели при анализе гироскопических систем. Получены соответствующие условия для систем гироскопической стабилизации, содержащих гироскопы с большими собственными кинетическими моментами. При этом дифференциальные уравнения приводятся к виду сингулярно возмущенных и в качестве упрощенной принимается система уравнений, соответствующая вырожденной. Принятые упрощенные уравнения несколько отличаются от прецессионных уравнений, обычно используемых в прикладной теории гироскопов. Полученные результаты иллюстрируются на примере гироскопического стабилизатора.

28.XII.1979. Белецкий В. В. (Москва) *О медленных вращениях небесных тел.*

Медленные вращения небесных тел рассматриваются как вырожденные резонансные режимы движения. Применение асимптотических методов к таким движениям приводит к классическим задачам динамики твердого тела, закрепленного одной точкой в консервативном поле сил. Один из результатов исследования: небесное тело, обладающее собственным магнитным полем и вращающееся в окрестности другого намагниченного тела, имеет два равноправных режима ориентации: по силовой линии магнитного поля центрального тела; по определенному неподвижному в абсолютном пространстве направлению.

4.I.1980. Колесов Ю. С. (Ярославль) *Амплитудный метод построения нормальных форм и некоторые задачи теории колебаний.*

Предлагается новый метод построения нормальных форм, который назван амплитудным. Он применим к уравнениям в частных производных и позволяет разобраться в некоторых случаях, когда нормальные формы определяются неоднозначно. В качестве примера рассматривается система уравнений $x^{\cdot\cdot}+\varepsilon_1 x^{\cdot}+x+\mu y=$ $=f_1(x, x^{\cdot})$, $y^{\cdot\cdot}+\varepsilon_2 y^{\cdot}+(1+\delta)y+x=f_2(y, y^{\cdot})$, где ε_1, ε_2, μ, δ – малые параметры, $\varepsilon_1>0$. На основе амплитудного метода этот пример резонансной автоколебательной системы с сильным взаимодействием сводится к некоторой трехмерной системе сингулярно возмущенных уравнений. Показано, что последняя может обладать весьма сложным характером поведения решений.

11.I. 1980. Поминов М. Л. (Москва) *Структурные векторные модели (СВМ) в динамике механических систем.*

Рассматривается метод составления дифференциальных уравнений движения систем твердых тел, образующих вращательные и поступательные кинематические пары и находящиеся под действием потенциальных сил и сил вязкого сопротивления. Для линейных систем этого класса речь идет о составлении матриц коэффициентов инерции $[a]$, жесткости $[c]$ и сопротивления $[b]$. Характерным точкам системы – центрам C масс тел и точкам α крепления упругих и демпфирующих элементов – ставится в соответствие множество векторов ρ, по которым составляются указанные матрицы и дифференциальные уравнения. В качестве обобщенных координат q принимаются смещения s точек C и угловые смещения φ тел. Векторы ρ, соответствующие s, – орты, направленные в сторону возрастания s; ρ, соответствующие φ, – векторы, проведенные в α через промежуточные шарниры из неподвижной точки системы или из точки C основного тела. Для линейных систем при малых колебаниях ρ определяется в положении равновесия.

Матрицы $[a]$, $[b]$ и $[c]$ представляются в виде произведения трех матриц: прямоугольной матрицы $[L]$ соответствующих преобразований координат, диагональной матрицы масс, коэффициентов жесткости или коэффициентов сопротивления элементов системы, а также $[L]^T$. Если рассматривать множество векторов ρ или $e\times\rho$ как граф, то $[L]$ представляется в виде произведения структурной матрицы $[q_G]$ системы, диагональной матрицы $[x]$ координат вершин графа и структурной матрицы $[m_G]^T$, полученной перечислением путей графа из корневых вершин в висячие. Ненулевые элементы $[q_G]$ определяются по принадлежности α_j к q_i и равным (± 1).

Метод эффективен как для простейших систем, так и для систем сложной структуры.

18.I.1980. Любушин Е. А. (Симферополь) *О возможном обобщении некоторых теорем Четаева и Ляпунова.*

Рассматривается система дифференциальных уравнений $x^{\cdot}=f(x)$, $f(0)=0$.

Пусть функция $W(x)$ непрерывна в некоторой окрестности особой точки и имеет всюду в этой окрестности, за исключением некоторого аналитического множества G (аналитическим множеством называется множество, которое в некоторой окрестности любой своей точки представляется корнями некоторого конечного набора аналитических функций), непрерывные частные производные, удовлетворяющие в области V/G условию Липшица.

1. Если производная функции W в силу дифференциальных уравнений $W^{\cdot}$ удовлетворяет в области $\{W<0\}/G$ неравенству $W^{\cdot}<0$, причем нижняя грань $W^{\cdot}$ в любой из областей $\{W\leqslant-\varepsilon<0\}/G$ отделена от нуля, то особая точка системы неустойчива.

2. Если в области V/G удовлетворяется неравенство $W^{\cdot}\leqslant 0$, а функция W положительно определена в области V, то особая точка системы устойчива. Если кроме того, в любой из областей $(V/G)/\{W^{\cdot}\geqslant\varepsilon>0\}$, W отделена от нуля, то особая точка системы асимптотически устойчива.

Рассматривается механическая система с потенциальной энергией $U(q)$ и кинетической энергией $T(q, q^{\cdot})$. Предполагается, что в области $U^-=\{U<0\}$ существует векторное поле f, непрерывное в $\{U<0\}$ и непрерывно-дифференцируемое в области U^-/G, G – аналитическое множество, удовлетворяющее в области U^-/G неравенству

$(f'\xi, \xi) \geqslant c\|\xi\|^2$, $c>0$, где ξ – произвольный вектор, c – постоянная, f' – матрица Якоби. Круглыми скобками обозначено скалярное произведение.

3. Если в области U^-/G частные производные $\partial f/\partial x$ удовлетворяют условию Липшица, то равновесие системы $q=q^*=0(U(0)=0)$ неустойчиво.

25.I.1980. Жупиев А. Л., Михлин Ю. В. (Днепропетровск) *Исследование устойчивости и ветвления некоторых стационарных режимов нелинейных систем.*

Рассматриваются стационарные режимы (нормальные колебания, периодические волны, уединенные волны) существенно нелинейных конечно-мерных и распределенных систем. Проблема устойчивости формулируется как задача ветвления таких решений. Это приводит к задаче на собственные значения для уравнений в вариациях.

Во многих случаях выбор специальной системы координат позволяет при описании стационарных режимов перейти к системе с одной степенью свободы, допускающей первый интеграл.

Геометризация, т. е. исключение времени, дает возможность использовать методы аналитической теории дифференциальных уравнений с особыми точками, тем самым упростив исследование устойчивости и построение ответвляющихся режимов.

Устойчивость прямолинейных нормальных колебаний однородных систем или произвольных консервативных систем с двумя степенями свободы, волновых решений уравнения Гордона и других определяется одним уравнением второго порядка. Если первый интеграл порождающей системы имеет не более двух нулей (однородные системы, некоторые волновые уравнения), задача решается точно.

Изучаются также ответвляющиеся решения, не влияющие на устойчивость порождающего режима. В качестве примера исследовано влияние механических характеристик цепной системы с двумя степенями свободы на число форм колебаний и их устойчивость.

8.II.1980. Фам Гуен (Москва) *К теории циклических перемещений для обобщенных уравнений Пуанкаре – Четаева.*

В докладе дано определение циклических перемещений для обобщенных уравнений Пуанкаре – Четаева, которые были выведены автором для голономных и неголономных механических систем. Показано, что данное определение содержит в себе как частные случаи определение циклических перемещений, данное Н. Г. Четаевым для уравнений Пуанкаре (для голономных систем) и данное ранее докладчиком для случая, когда операторы циклических перемещений перестановочны со всеми другими.

Распространение этого определения на случай уравнений движения неголономных систем в переменных Пуанкаре – Четаева позволило показать, что определения циклических координат, данные Л. Н. Семеновой, В. В. Добронравовым и некоторыми другими авторами для уравнений движения неголономных систем со множителями связей, могут дать первый интеграл для преобразованных уравнений (т. е. уравнений Воронца) лишь тогда, когда выполняется некоторое дополнительное условие, вытекающее из определения докладчика.

Кроме того, были выведены также уравнения Рауса для обобщенных уравнений Пуанкаре – Четаева с циклическими интегралами.

22.II.1980. Козорез В. В. (Киев) *Об устойчивости стационарных движений свободных магнитно-взаимодействующих тел.*

Исследование динамики консервативных неуправляемых систем свободных тел с нецентральным магнитным взаимодействием связано с необходимостью определения магнитной потенциальной энергии U. В работе получены формулы энергии U для следующих моделей магнитов: однородно намагниченные вдоль оси длинные цилиндры, система сфероид – диполь, идеально проводящие токовые кольца, два магнитных шара.

Используя интегралы движения, понижен порядок уравнений n тел (с $12n$ до $10n-8$). Уравнения приведенной системы для $n=2,3$ исследованы на устойчивость вторым методом Ляпунова. В постановке задачи об устойчивости по отношению к части переменных найдены достаточные условия устойчивости равновесия и планетарной конфигурации.

Устойчивость равновесия обязана эффекту минимума U двух идеально проводящих контуров с неодинаковыми замороженными потоками и зависит от магнитной геометрии. Устойчивость планетарной конфигурации зависит от формы магнитного тела, относительной ориентации магнитных моментов и размеров стационарной траектории.

29.II.1980. Маринбах М. А. (Москва) *О некоторых периодических движениях тяжелого твердого тела.*

С помощью теоремы Ляпунова о голоморфном интеграле найдены однопараметрические семейства периодических движений тела – по одному или двум – в зависимости от типа перманентных вращений, вблизи которых они возникают. Приведены геометрическая картина и уравнения траекторий периодических движений, представленные в виде рядов по степеням малого орбитального параметра. Изучена задача о нахождении ориентации и отношения полуосей эллипсов собственных колебаний: аналитически – для динамически симметричного тела и тела, центр тяжести которого лежит на главной оси, и с помощью ЭВМ в общем случае. Дана классификация числа точек смены устойчивости на кривой Штауде в зависимости от соотношений между моментами инерции и координатами центра тяжести, включая случай, когда последние сравнимы.

7.III.1980. Сокольский А. Г. (Москва). *Исследование устойчивости стационарных, периодических и условно-периодических решений гамильтоновых систем в задачах небесной механики и космонавтики.*

Исследуется устойчивость частных решений (стационарные, периодические и условно-периодические) гамильтоновых систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Решена проблема устойчивости положений равновесия при резонансах низших порядков (второго, первого и двойного первого). Для двумерных автономных систем получены неулучшаемые результаты. Предложены методы исследования малых периодических и условно-периодических движений в автономных многомерных системах. Создан комплекс универсальных программ нормализации гамильтоновых систем. Применением полученных теоретических результатов решены прикладные задачи небесной механики и космонавтики: доказана устойчивость (формальная устойчивость для пространственного случая) лагранжевых решений круговой ограниченной задачи трех тел; поставлена и строго для всех значений параметров решена задача об устойчивости лагранжевых решений обобщенной круговой задачи; исчерпывающе исследованы пять типов периодических движений, близких лагранжевым решениям; исследована устойчивость плоских условно-периодических движений, близких к лагранжевым решениям пространственной задачи; строго решен вопрос об устойчивости относительного равновесия спутника для неисследованных ранее значений параметров; численно решена задача об орбитальной устойчивости плоских колебаний и вращений спутника; строго решен вопрос об устойчивости регулярных прецессий динамически симметричного спутника для неисследованных ранее значений параметров; проведено аналитическое исследование периодических движений, близких к гиперболоидальной прецессии симметричного спутника.

14.III.1980. Белецкий В. В., Левин Е. М. (Москва). *Механика орбитальной тросовой системы.*

Рассмотрена система, состоящая из спутника-носителя и спутника-зонда, соединенных длинным, тяжелым тросом. На систему действует сопротивление атмосферы. К спутнику-носителю приложена сила тяги корректирующей двигательной установки.

Исследованы стационарные движения такой системы – относительные равновесия в орбитальной системе координат. Показано, что равновесные конфигурации троса имеют, вообще говоря, волновой и петлеобразный вид. Рассмотрена проблема рационального выбора параметров системы, обеспечивающих ее реализацию. Спутник-носитель массы 10 т, летящий на высоте 200 км, может обеспечить зондирование атмосферы на высоте 110 км с помощью зонда массы 100 кг, соединенного с носителем тросом длиной около 100 км малой толщины (1 мм) и массы (100 кг). Необходимая компенсирующая тяга двигательной установки имеет величину 1 кг.

21.III.1980. Йожеф Тереки (Сегед, Венгрия). *Об устойчивости и сходимости движений механических систем.*

На основе модификации второго метода Ляпунова получены достаточные условия устойчивости невозмущенного движения и сближения возмущенного движения с невозмущенным при $t \to \infty$.

В частности, доказано, что положение равновесия голономных механических систем устойчиво и всякое движение с малыми начальными возмущениями асимптотически приближается к одному из положений равновесия, если силовая функция в положении равновесия имеет нестрогий максимум и помимо потенциальных сил действуют силы типа сухого трения с полной диссипацией. Та же самая задача исследована в том случае, когда вместо сухого трения действует трение вязкое. Доказана устойчивость, когда силовая функция зависит только от одной координаты. Наконец, исследована устойчивость стационарных движений механических систем с циклическими координатами под влиянием потенциальных, гироскопических и дополнительных сил, уравновешивающих диссипативные силы с полной диссипацией.

28.III.1980. Самсонов В. А. (Москва). *Качественный анализ задачи о движении волчка по плоскости с трением.*

Задача о движении тела осесимметричной формы по горизонтальной плоскости — одна из классических задач теоретической механики. Два варианта этой задачи — в случае идеально гладкой плоскости и в случае абсолютно шероховатой — изучены довольно подробно. Полностью исследовано движение однородного шара по плоскости с трением. Обширная литература посвящена анализу движения тела сферической формы («китайский» волчок или «тип – топ») по плоскости с трением. В этих работах в основном изучается вопрос об устойчивости вращения волчка вокруг вертикальной оси симметрии. Лишь несколько работ содержат анализ конечных движений волчка, дающих описание наблюдаемого в экспериментах переворота «китайского» волчка.

В докладе дано описание регулярных прецессий волчка в случае гладкой плоскости. Множество прецессий использовано для построения некоторых приближенных аналитических решений задачи при малой силе трения. Установлены тенденции движения волчка в зависимости от его параметров. Результаты теоретического анализа иллюстрируются экспериментами.

4.IV.1980. Гулин А. В. (Москва). *К теории устойчивости несамосопряженных разностных схем.*

Излагаются результаты теории устойчивости линейных операторно-разностных схем в конечно-мерных евклидовых и унитарных пространствах. Разностные схемы представляются в канонической форме, предложенной А. А. Самарским. Основное внимание уделяется изучению устойчивости разностных схем, содержащих несамосопряженные операторы. Для исследования устойчивости развита техника операторных неравенств. Отмечена аналогия между методом операторных неравенств и методом функций Ляпунова в теории устойчивости движения. Получены теоремы о необходимых и достаточных условиях устойчивости по начальным данным двухслойных и трехслойных разностных схем с несамосопряженными операторами, а также разностных схем, определенных на прямой сумме пространств. Общие теоремы об устойчивости применяются к конкретным разностным схемам, аппроксимирующим задачи математической физики.

11.IV.1980. Жуков В. П. (Москва). *Об одном методе качественного исследования динамики сложных нелинейных систем.*

Исследуются динамические свойства систем, описываемых векторным нелинейным дифференциальным уравнением $\dot{x}=f(x)$, правая часть которого является непрерывно дифференцируемой функцией, заданной в некоторой области G_1 фазового пространства. Пусть $G\subset G_1$ — ограниченная открытая область, а $G_0\subset G$ — множество точек равновесия x_*.

Общий подход, используемый при решении поставленной задачи, заключается в том, что суждение о динамических свойствах систем (в частности, о неустойчивости) делается только по знаку скалярного поля $\operatorname{div} f(x)$. Основой такого подхода является тот факт, что для определенных классов систем произвольного порядка некоторые динамические свойства однозначно определяются только знаком $\operatorname{div} f(x)$. В частности, показано, что если $\operatorname{div} f(x)\geqslant 0$ ($\operatorname{div} f\equiv 0$) в области G, то любая невнутреняя точка множества G_0, в сколь угодно малой окрестности которой есть точки с $\operatorname{div} f(x)>0$, является неустойчивой в смысле Ляпунова и областью ее неустойчивости является область G. Для случая, когда $\operatorname{div} f(x)\equiv 0$ в области G, показано, что любая устойчивая точка равновесия $x_*\in G_0$ находится на границе устойчивости. Таким образом, в классе систем с неотрицательной $\operatorname{div} f$ гарантированной устойчивости быть не может. В докладе также рассмотрен ряд иных динамических свойств систем с $\operatorname{div} f\equiv 0$ в области G. Кроме того, дано обобщение критерия Бендиксона (о существовании замкнутых контуров, состоящих из траекторий) на многосвязные области фазовой плоскости. Рассмотрены также условия отсутствия автоколебаний в системах произвольного порядка.

18.IV.1980. Зиглин С. Л. (Москва). *Ветвление решений и несуществование интегралов в задачах классической динамики.*

Установлена связь между несуществованием первых интегралов гамильтоновой системы дифференциальных уравнений и сложным устройством группы монодромии системы в вариациях для какого-либо из ее частных решений. Полученные результаты применяются для доказательства неинтегрируемости задачи о движении тяжелого твердого тела около неподвижной точки во всех случаях, за исключением классических, а также некоторых других задач гамильтоновой механики. Предложенный метод исследования может быть применен также для нахождения интегрируемых задач (или интегрируемых случаев в задачах, включающих параметры), в том числе и для уравнений в частных производных; это демонстрируется на примерах уравнений Кортевега де Фриза, «синус-Гордон» и Янга-Миллса.

Сергеев В. С.

Семинар по механике деформируемого твердого тела под руководством Работнова Ю. Н., Галина Л. А., Шапиро Г. С., Клюшникова В. Д.

15.IX.1980. Кирсанов М. Н. (Москва) *О некоторых особенностях устойчивости и несущей способности упругих конструкций.*

Рассматриваются упругие конструкции при неоднородном докритическом состоянии. На простейших моделях показывается, что несущей способности, найденной из условия максимума внешних нагрузок, может предшествовать потеря устойчивости по несимметричной форме. Для геометрических и статических характеристик конструкций найдены области, в которых этот эффект имеет место. Решены задачи для идеализированных стержней и пластины в геометрически линейной и нелинейной постановке. Аналогичный эффект замечен и для реальных стержней.

29.IX.1980. Фокин А. Г. (Москва) *Макроскопические модули упругости композитов.*

Для произвольного (в смысле упругих свойств) композита рассмотрена задача расчета тензора макроскопических модулей упругости λ_*. Получены условия, при которых λ_* может быть представлен в форме ряда (в общем случае — операторного). Показано, что в зависимости от выбора вспомогательного параметра этот ряд может быть либо знакопостоянным, либо знакопеременным. Это обстоятельство используется с целью получения границ $\lambda_\pm$ для λ_*, которые оказываются уже, чем в методе Хашина — Штрикмана. Привлечение к рассмотрению энергетических теорем приводит к аналогичным результатам.

13.X.1980. Няшин Ю. И. (Пермь) *Об управлении уровнем остаточных напряжений.*

Изучается проблема снижения остаточных напряжений, возникающих при термической и механической обработке металлов. Показано, что остаточные напряжения являются следствием несовместности упругих составляющих тензора остаточных деформаций. Дана постановка задачи оптимизации остаточных напряжений, рассмотрены примеры.

20.X.1980. Сковорода А. Р. (Москва) *О больших смещениях пластических пластин с учетом деформаций сдвига.*

Рассмотрено динамическое поведение круглых жестких идеально пластических пластин с использованием гладкой поверхности текучести в геометрически нелинейной постановке. Учитывается изгиб, поперечный сдвиг и растяжение в радиальном и окружном направлениях. Интегрирование полученной системы уравнений производится численно. Приведены примеры.

20.X.1980. Стихановский Б. Н (Фрунзе) *Исследование процессов соударения и создание устройств ударного действия.*

Рассматривается задача прямого центрального удара тел при упругих и упругопластических деформациях в области контакта с учетом волновых процессов. Обсуждаются случаи свободного продольного удара двух тел и продольного удара по закрепленному стержню. Анализируется передача энергии поступательного движения центров масс и энергии колебаний тел после удара. Даются рекомендации по определению величины коэффициента восстановления и выбору оптимальной величины коэффициента передачи энергии ударом в зависимости от скорости взаимодействия, масс, геометрии и свойств материала тел применительно к техническим устройствам.

10.XI.1980. Радченко А. А. (Москва) *Нелинейные эффекты при деформировании и разрушении слоистых композиционных материалов.*

Рассмотрены основные особенности механического поведения композитов на основе углеродных волокон. Предложены новые соотношения для описания нелинейного поведения слоя, позволяющие более точно аппроксимировать экспериментальные данные, в том числе более точно описывать процесс разрушения слоистого композита.

24.XI.1980. Чернявский О. Ф. (Челябинск) *Анализ предельных состояний конструкций при циклических тепловых и механических воздействиях.*

Проблема расчета неупругого деформирования сформулирована в виде неклассической вариационной задачи, отличающейся от известных вариационных принципов теории пластичности тем, что в рамках одной вариационной задачи рассматривается весь процесс деформирования. Получены общие соотношения для расчета стабилизированных циклов неупругого деформирования конструкций и предельных параметров внешних воздействий при заданных приращениях и размахах неупругих деформаций. Даны обобщения теорем Мелана и Койтера с учетом ползучести, определяющие условия реализации прогрессирующего формоизменения при развитом знакопеременном течении. На основе математической теории оптимальных процессов и аппарата математического программирования разработан ряд точных и приближенных методов расчета предельных параметров внешних воздействий при заданной долговечности и стационарных циклов деформирования при заданных нагрузках и температурах.

1.XII.1980. Баренблатт Г. И., Ботвина Л. Р. (Москва) *Методы подобия в исследовании роста усталостных трещин.*

Рассмотрено применение методов подобия и анализа размерностей к исследованию кинетики роста усталостных трещин. Показано, что на участке Пэриса кинетической диаграммы усталости имеет место промежуточно-асимптотическая стадия, связанная с тем, что влияние начальных условий развития усталостной трещины уже несущественно, а влияние нестабильности еще недостаточно. На этой стадии наступает так называемая неполная автомодельность по основному параметру подобия, равному отношению размаха коэффициента интенсивности напряжений ΔK к трещиностойкости. Использование метода подобия позволило вывести уравнение Пэриса, описывающее процесс стабильного роста усталостной трещины. Показано, что для данного материала при данных внешних условиях и условиях нагружения показатель степени в степенном законе Пэриса является универсальной функцией от отношения толщины образца к размеру циклической пластической зоны. Обработка экспериментальных данных подтверждает развитый подход. Предложен критерий подобия процесса усталостного разрушения $z=\sigma_{fy}h^{1/2}/K_{fc}$, σ_{fy} — циклический предел текучести, h — толщина образца, K_{fc} — циклическая трещиностойкость. Установлена автомодельность процесса накопления повреждений при циклической деформации вязких материалов в области малоцикловой усталости. Наличие автомодельности позволило вывести уравнение Коффина — Мэнсона.

8.XII.1980. Аршакуни А. Л. (Москва) *Кинетические уравнения неустановившейся ползучести.*

На основе анализа количественных данных металлографических исследований и балланса дислокаций, закрепленных в субструктурах, предложена структурно-феноменологическая система кинетических уравнений неустановившейся ползучести. При постоянном и убывающих напряжениях модель эквивалентна теории упрочнения. Показано, что модель позволяет удовлетворительно описать эффекты, наблюдаемые при ступенчатой догрузке и кратковременных перегрузках.

15.XII.1980. Комков К. Ф. (Москва) *Описание деформации тел по-разному сопротивляющихся растяжению и сжатию.*

Для описания поведения структурно-неоднородных материалов, механические свойства которых существенно зависят от вида напряженного состояния, предлагается использовать потенциал деформаций, зависящий от всех трех инвариантов. Рассмотрены определяющие уравнения для частных видов напряженного состояния.

22.XII.1980. Калинин И. Н. (Горький) *Адаптация и идентификация алгоритмов поиска оптимальных решений в задачах проектирования конструкций.*

Рассматриваются вопросы повышения эффективности алгоритмов поиска при проектировании конструкций и определения классов задач строительной механики, на решение которых каждый из изучаемых методов имеет предпочтение перед другими. Предложено несколько новых алгоритмов оптимизации. Изучаются свойства отдельных классов задач в целях использования физических особенностей для повышения эффективности и надежности поиска. Приводятся сравнительные данные по решению конкретных примеров различными методами нелинейного математического программирования.

12.I.1981. Горовой В. А. (Запорожье) *Пластическое течение пористых металлов при конечных деформациях.*

Предложен вариант закона пластического течения пористых сред с анизотропным упрочнением для конечных деформаций, основанный на постулате пластичности и концепции поверхности деформирования. Решена задача о распространении плоских волн конечной деформации в пористом полупространстве.

19.I.1981. Друянов Б. А., Святова Е. А. (Москва) *О разрывах в термопластических телах.*

Рассматривается квазистатическое течение жесткопластической среды, предел текучести которой и свободная энергия зависят от температуры и параметра упрочнения. Учитывается выделение тепла вследствие пластической деформации, его перенос и передача. Предполагается, что часть работы пластической деформации расходуется на упрочнение. Показано, что уравнения модели допускают при неизотермической деформации слабые разрывы скорости на жестко пластических границах.

Вводятся сильные разрывы скорости в виде изолированных линий скольжения. Получены соотношения на разрывах. Показано существование решения задачи о структуре разрыва в рамках основной модели.

26.I.1981. Сергеев М. В. (Москва) *Применение смешанного вариационного принципа теории ползучести к задачам устойчивости и долговечности элементов конструкций.*

На основе смешанного вариационного принципа даны анализ и сравнение двух общепринятых подходов к проблеме устойчивости при ползучести с учетом начальных смещений в теле. Показано, что соответствующие критические состояния совпадают и определяются мгновенными характеристиками системы, оценено влияние начальных смещений. Дано вариационное решение задачи устойчивости для пологой несовершенной арки и сферического днища. Предложена модификация указанного принципа, обеспечивающая выполнение уравнений повреждаемости «в среднем», что облегчает решение конкретных задач расчета долговечности.

2.II.1981. Саврук М. П. (Львов) *Двумерные задачи упругости для тел с трещинами.*

Предлагается единый подход к решению широкого класса двумерных граничных задач статики упругого изотропного тела для многосвязных областей, ограниченных замкнутыми (отверстия, внешняя граница) и разомкнутыми (трещины) контурами. Рассмотрены задачи для изолированных криволинейных разрезов, ломаных и ветвящихся трещин, разрезов, выходящих на поверхность тела или уходящих в бесконечность, трещин с взаимодействующими берегами.

9.II.1981. Галин Л. А., Горячева И. Г. (Москва) *Контактные задачи для полупространства.*

Дана постановка и предложен метод решения задачи о штампе, действующего на границу полупространства при наличии трения и опрокидывающего момента.

16.II.1981. Маслов В. П., Мосолов П. П. (Москва) *Распространение продольных волн в разномодульной упругой среде.*

Рассматривается распространение продольных волн в разномодульной упругой среде. Исследовано рождение ударных волн, их бифуркация и столкновения при условии локального невозрастания механической энергии.

2.III.1981. Львов Г. И. (Харьков) *Контактные задачи для оболочек и пластин из нелинейно-упругого материала.*

Предложена вариационная постановка задачи о взаимодействии жестких штампов с оболочками и пластинками из нелинейно-упругого материала. С применением метода вариационных неравенств Лионса — Стампаккья контактные задачи рассматриваемого класса приводятся к проблеме минимизации выпуклого функционала на множестве кинематически допустимых перемещений. При определенных допущениях о диаграмме деформирования материала доказывается существование и единственность решения поставленной задачи. Решен ряд задач.

9.III.1981. Ильин В. Н. (Москва) *Вероятностно-статистический расчет на ползучесть элементов конструкций.*

Предлагается метод оценки вероятностных характеристик функций напряженно-деформированного состояния, показателей надежности и долговечности элементов конструкций типа стержней, пластин и оболочек, работающих в условиях ползучести. Математическая модель деформирования указанных элементов сводится к задаче Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений, содержащих конечное число случайных параметров. При решении используются метод малого параметра, приближенные канонические разложения и элементы теории выбросов случайных функций. Приводятся примеры расчета.

Мазинг Р. И.