

УДК 531.391+629.11.012.52+625.032.3.

К ТЕОРИИ КАЧЕНИЯ КОЛЕСА С УПРУГОЙ ДЕФОРМИРУЕМОЙ ПИНОЙ

ФУФАЕВ Н. А.

Излагается феноменологическая теория качения деформируемого колеса по абсолютно шероховатой горизонтальной плоскости в случае малых отклонений колеса от равномерного движения по прямой при постоянной нагрузке.

Получены кинематические уравнения, а также выражения для сил и моментов, действующих на колесо, с учетом радиальной, поперечной и продольной деформаций упругой шины. При выводе кинематических соотношений используется подход, изложенный в работе [4]. Показывается, что в частном случае при учете лишь боковой деформации шины этот подход приводит к кинематическим уравнениям М. В. Келдыша [2].

При исследовании динамики колесных транспортных машин возникает задача описания взаимодействия колеса с дорогой. Если считать колесо абсолютно жестким диском, то в случае качения без проскальзывания эта задача решается в рамках механики неголономных систем [3]. Для колеса с упругим пневматиком задача существенно усложняется, так как модель абсолютно жесткого колеса здесь не годится. Вместе с тем рассмотрение таких практически важных вопросов, как устойчивость движения автомобиля, мотоцикла, самолета по взлетно-посадочной полосе, требует достаточно точного описания условий качения колеса по дороге, потому что эти условия часто оказывают решающее влияние на устойчивость движения колесной машины.

Изучением качения колеса с деформируемой шиной занимались многие исследователи, однако до сих пор в литературе, посвященной решению этого вопроса, не только отсутствует единый подход, но в ряде случаев содержатся даже противоречивые высказывания. Это замечание относится в равной степени и к экспериментальным, и к теоретическим работам. Так, многочисленные экспериментальные работы по изучению качения колеса с деформируемой шиной в лабораторных и естественных условиях настолько разнохарактерны, что в них трудно найти общую идею [4].

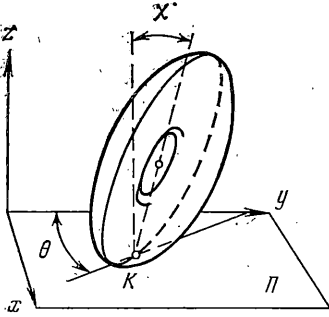
Нечеткость представлений о механике качения с шиной неоднократно отмечалась (см., например, [5]) и отразилась даже в ГОСТе СССР¹. С другой стороны, существующие теории качения колеса с деформируемой шиной не только слабо связаны между собой, но значительно различаются по своей сложности и глубине. Так, наиболее часто используемая теория увода Рокара [6] является предельно упрощенной и годится для описания лишь простейших случаев. Вместе с тем существуют теории (например, теория С. В. Гоздека [7]), которые настолько сложны, что их использование в инженерных расчетах затруднительно. Промежуточное положение занимает теория М. В. Келдыша [2], которую можно было бы положить в основу достаточно простой, но отражающей существенные явления теории качения колеса с деформируемой шиной. Теория М. В. Келдыша также не лишена недостатков: в ней, например, не учитывается продольная деформация шины, а вертикальная нагрузка на колесо предполагается постоянной.

В упрек этой теории ставится и то, что она якобы является «точной», так как имеет дело с характеристиками шины, относящимися по существу к одной точке — центру площадки контакта шины с дорогой, что и побудило некоторых исследователей использовать другой подход, при котором рассматривается целый участок линии контакта колеса с дорогой [4]. Однако, как будет показано, этот подход приводит к кинематическим уравнениям, по существу совпадающим с уравнениями Келдыша. Учет продольной деформации шины, а также непотенциальных сил, действующих на колесо из-за наличия трения в материале шины, позволяет дополнить теорию Келдыша и расширить пределы ее применения. При этом, однако, приходится ограничиваться случаем малых отклонений колеса от равномерного движения по прямой при постоянной нагрузке.

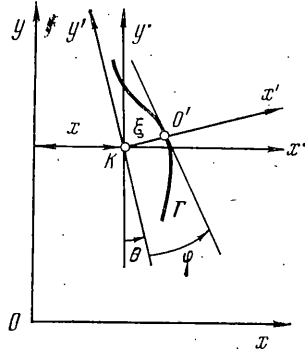
¹ См. ГОСТ СССР 17697-72, Автомобили. Качение колеса. Термины и определения. М.: Стандартгиз, 1972.— 21 с.

1. Постановка задачи. Кинематические уравнения. Пусть колесо, обод которого снабжен шиной, обладающей упругостью и деформируемостью в радиальном, поперечном и продольном направлениях, катится без скольжения по горизонтальной плоскости Π (фиг. 1).

Введем неподвижную систему координат $Oxyz$, ось z которой направлена вверх, а оси x и y лежат в плоскости Π , и рассмотрим малые отклонения колеса от стационарного движения. Под стационарным движением колеса будем понимать его качение вдоль оси y при постоянной нагрузке, причем средняя плоскость колеса сохраняет вертикальное положение.



Фиг. 1



Фиг. 2

Предполагая, что свободное от нагрузки колесо осесимметричное и симметрично относительно своей средней плоскости, рассмотрим линию, получаемую при пересечении средней плоскостью недеформированной шины. В дальнейшем эта линия будет называться средней линией колеса. В случае стационарного движения колеса средняя линия, будучи деформированной, сохраняет свою форму неизменной.

При отклонениях колеса от стационарного движения возникает дополнительная деформация средней линии, изменяющаяся во времени. Поскольку произвольная деформация средней линии в общем случае определяется деформацией шины колеса, вместо рассмотрения довольно сложной картины, связанной с деформацией всей шины, можно ограничиться изучением поведения средней линии деформируемого колеса. Связанное с этим упрощение и дает возможность построить сравнительно несложную феноменологическую теорию качения деформируемого колеса. Такой подход был использован в [1]. Однако силы и моменты, действующие на колесо со стороны дороги, в [1] были учтены не полностью.

Ниже излагается теория качения колеса с деформируемой шиной при малых отклонениях колеса от равномерного качения по прямой.

Выражения для силы и момента сопротивления качению колеса получаются с использованием имеющихся в литературе [4, 5] данных по экспериментальному изучению сил сопротивления качению автомобильных колес.

Предположим, что под действием конечной вертикальной нагрузки N на колесо шина испытывает радиальную деформацию, являющуюся также конечной. Рассматривая малые отклонения от стационарного движения, будем удерживать во всех выражениях малые члены лишь до первого порядка включительно. При этом коэффициенты ряда будут, вообще говоря, функциями величины нагрузки N .

В силу малости дополнительной деформации шины эффект этой деформации можно рассматривать в виде суперпозиции эффектов, обусловленных поперечной, продольной и радиальной деформациями в отдельности. Рассмотрим их последовательно.

1.1. *Поперечная деформация.* Наряду с неподвижной системой координат $Oxyz$, описанной выше, введем подвижную систему координат $Kx'y'z'$ с началом в точке K пересечения линии наибольшего наклона, проведенной в средней плоскости колеса из его центра, с опорной плоскостью; ось y' совпадает со следом средней плоскости колеса, а ось x' лежит в плоскости Oxy , образуя с осью x угол θ . Деформированная средняя линия представлена на фиг. 2 в виде кривой Γ , лежащей в пятне контакта колеса с опорной плоскостью.

Составим уравнение, отображающее качение колеса без скольжения. Для абсолютно жесткого колеса условие качения без скольжения выражается в том, что скорость колеса в точке K равна нулю. В частности, равна нулю ее поперечная составляющая, т. е. $x' + y'\theta = 0$. Для деформированного колеса, когда в пятне контакта имеется целый отрезок средней линии, условие равенства нулю скорости должно выполняться для любой точки этого отрезка. Обозначим через $\Xi(t, y')$ величину боковой деформации отрезка контакта средней линии колеса с опорной плоскостью. Считая этот отрезок достаточно малым, выразим величину $\Xi(t, y')$ в виде разложения в ряд по y' :

$$\Xi(t, y') = \xi(t) - \varphi y'^{-1/2} \varepsilon y'^2 + \dots \quad (1.1)$$

Здесь $\xi = \Xi(t, 0)$, $\varphi = -(\partial \Xi / \partial y')_K$ — угол между касательной к кривой в точке $(\xi, 0)$ и осью y' (знак минус связан с выбором направления положительного отсчета угла φ , который предполагается малым), $\varepsilon = -(\partial^2 \Xi / \partial y'^2)_K$ — кривизна линии Γ в точке $(\varepsilon, 0)$.

Условие равенства нулю поперечной составляющей скорости в точке, координаты которой до деформации были $(0, y')$, выражается в виде

$$x' + y'\theta - y'\dot{\theta} + d\Xi/dt = 0 \quad (1.2)$$

$$\frac{d\Xi}{dt} = \frac{\partial \Xi}{\partial t} + \frac{\partial \Xi}{\partial y'} \frac{dy'}{dt} = \frac{\partial \Xi}{\partial t} - \varepsilon \frac{\partial \Xi}{\partial y'}$$

Знак минус обусловлен тем, что при смещении колеса в положительном направлении оси y координата y' рассматриваемой точки отрезка контакта уменьшается. Используя (1.1), получаем с точностью до членов первого порядка относительно y' :

$$d\Xi/dt = \dot{\xi} + y'\dot{\varphi} - y'(\dot{\varphi} - y'\dot{\varepsilon})$$

Подставляя это выражение в (1.2), приходим к уравнению, которое должно выполняться при любых значениях y' рассматриваемого отрезка средней линии в пятне контакта. Отсюда следуют два соотношения:

$$\begin{aligned} x' + \dot{\xi} + y'\dot{\varphi} + y'\dot{\theta} &= 0 \\ \dot{\theta} + \dot{\varphi} - y'\dot{\varepsilon} &= 0 \end{aligned} \quad (1.3)$$

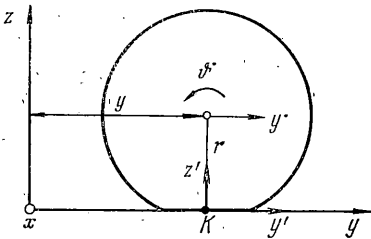
Кривизна ε средней линии определяется параметрами боковой деформации обода, т. е. $\varepsilon = f(\xi, \varphi, \chi)$, где χ — угол отклонения средней плоскости колеса от вертикали. Разлагая функцию $f(\xi, \varphi, \chi)$ в ряд по малым величинам ξ, φ, χ и учитывая, что $f(0, 0, 0) = 0$, в линейном приближении получим $\varepsilon = \alpha \xi - \beta \varphi - \gamma \chi$, где α, β, γ — положительные коэффициенты, которые называются кинематическими параметрами колеса, относящимися к поперечной деформации обода. Подставляя это выражение в (1.3) и обо-

значая через V значение y^{\cdot} при стационарном движении, приходим к уравнениям

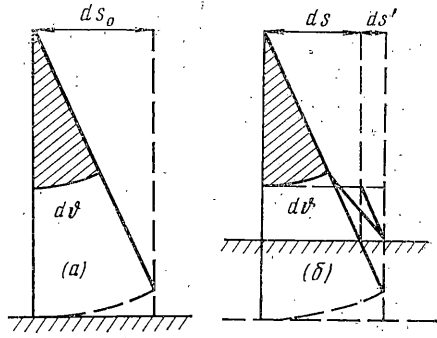
$$\begin{aligned} x^{\cdot} + \xi^{\cdot} + V\theta + V\varphi &= 0 \\ \theta^{\cdot} + \varphi^{\cdot} - \alpha V\xi + \beta V\varphi + \gamma V\chi &= 0 \end{aligned} \quad (1.4)$$

совпадающим с кинематическими уравнениями М. В. Келдыша [3], полученными другим способом.

1.2. *Продольная деформация.* Для вывода кинематических соотношений, обусловленных продольной деформацией шины, рассмотрим качение диска с упругой периферией в плоскости Oyz , где ось y является опорной



Фиг. 3



Фиг. 4

прямой (фиг. 3). Пусть r_0 — радиус недеформированного диска, r — расстояние от центра диска до опорной прямой y . Для абсолютно жесткого диска радиуса r , вращающегося с угловой скоростью φ^{\cdot} , центр которого перемещается со скоростью y^{\cdot} , условие качения без скольжения запишется в виде $y^{\cdot} + r\varphi^{\cdot} = 0$. Для деформируемого диска радиуса r_0 условие равенства нулю скорости должно выполняться для любой точки отрезка контакта. Обозначим через $H(t, y')$ величину продольной деформации периферии диска в точке контакта с координатой y' . Как и в случае поперечной деформации, величину $H(t, y')$ можно представить в виде разложения в ряд по y' :

$$H(t, y') = \eta(t) + y'\zeta(t) + \frac{1}{2}y'^2\delta(t) + \dots \quad (1.5)$$

Здесь $\eta(t) = H(t, 0)$ — продольное смещение периферии диска в точке K , $\zeta(t) = (\partial H / \partial y')_K$ — относительное продольное растяжение материала периферии диска в точке K , $\delta(t) = (\partial^2 H / \partial y'^2)_K$ — изменение относительного растяжения материала диска в точке K .

Условие равенства нулю продольной составляющей скорости на линии контакта деформируемого диска с опорной плоскостью выражается в виде

$$y^{\cdot} + r\varphi^{\cdot} + dH/dt = 0 \quad (1.6)$$

где dH/dt — полная производная по времени функции $H(t, y')$.

Согласно выражению (1.5), имеем

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial y'} \frac{\partial y'}{\partial t} = \eta^{\cdot} + y'\zeta^{\cdot} - y^{\cdot}(\zeta + y'\delta) + \dots$$

Подставляя это выражение в (1.6), получим два уравнения:

$$y^{\cdot} + r\varphi^{\cdot} + \eta^{\cdot} - y^{\cdot}\zeta = 0, \quad \zeta^{\cdot} - y^{\cdot}\delta = 0 \quad (1.7)$$

Второе соотношение (1.7) позволяет определить величину δ . Однако, поскольку δ в другие уравнения не входит, это соотношение в дальнейшем может быть опущено².

В уравнениях (1.7) величина относительного продольного растяжения ξ зависит от величин η и (r_0-r) , где (r_0-r) — радиальная деформация колеса. В линейном приближении эта зависимость выражается в виде $\xi = -\lambda\eta + \nu(r_0-r)$, где положительные коэффициенты λ , ν — кинематические параметры колеса, относящиеся к продольной деформации шины. Подставляя это выражение в (1.7), получим

$$y^* + r\vartheta^* + \eta^* + \lambda y^* \eta - \nu y^* (r_0 - r) = 0 \quad (1.8)$$

Найденное соотношение и является уравнением кинематической связи колеса при учете продольной деформации шины.

В стационарном движении, когда $y^* = V = \text{const}$, $\eta = \eta_* = \text{const}$, $\vartheta^* = -\Omega = \text{const}$, $r = r_* = \text{const}$, из уравнения (1.8) найдем соотношение

$$V - r_*\Omega + \lambda V\eta_* - \nu V(r_0 - r_*) = 0 \quad (1.9)$$

из которого в частном случае $r_0 = r_*$ следует формула Картера для железнодорожного колеса [3, 6]:

$$\lambda\eta_* = (r_*\Omega - V)V^{-1} \quad (1.10)$$

Согласно этой формуле, величина псевдоскольжения колеса $(r_*\Omega - V)V^{-1}$ пропорциональна продольной деформации шины η . Таким образом, кинематический параметр λ является коэффициентом псевдоскольжения колеса, обусловленного продольной деформацией шины.

Для колеса, деформируемого в радиальном направлении, величина псевдоскольжения зависит не только от продольной деформации шины, но также от величины ее радиальной деформации, а именно:

$$(r_*\Omega - V)V^{-1} = \lambda\eta_* - \nu(r_0 - r_*) \quad (1.11)$$

В этом соотношении кинематический параметр ν является вторым коэффициентом псевдоскольжения. Коэффициент ν связан с наличием радиальной деформации шины. Причина появления в соотношении (1.11) дополнительного слагаемого по сравнению с формулой Картера (1.10) становится понятной, если рассмотреть фиг. 4, на которой изображено элементарное перемещение колеса в случае $r_* = r_0$ (фиг. 4, а) и в случае $r_* < r_0$ (фиг. 4, б) при условии $\eta_* = 0$. Из фиг. 4, б непосредственно видно, что для получения $\eta_* = 0$ в случае $r_* < r_0$ необходимо дополнительное поступательное смещение ds' колеса при одном и том же повороте колеса на угол $d\vartheta$.

Значения кинематических параметров α , β , γ , λ , ν находятся из эксперимента.

2. Силы, действующие на колесо. При рассмотрении сил, действующих со стороны дороги на колесо с деформируемой шиной, целесообразно разделить все силы на потенциальные, обусловленные упругостью шины, и непотенциальные, связанные с трением. При описании потенциальных сил рассмотрим, по аналогии с предыдущим параграфом, отдельно случаи поперечной радиальной и продольной деформации шины колеса.

2.1. Поперечная деформация. Этот случай подробно исследован М. В. Келдышем [2], поэтому укажем здесь лишь окончательные результаты. После приведения всех сил, действующих на колесо со стороны дороги к точке K , их действие сводится к боковой силе F , вертикальной силе N и двум моментам (фиг. 5): M_0 — относительно вертикальной оси

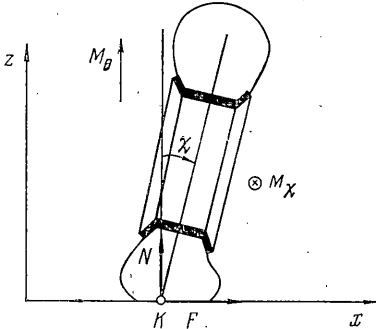
² Аналогичное рассуждение позволяет опустить и все последующие члены ряда (1.5).

и M_x — относительно продольной оси, определяемым выражениями

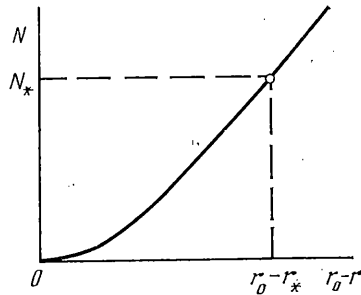
$$F = a\xi + \sigma N\chi, \quad M_\theta = b\varphi, \quad M_x = -\sigma N\xi - \rho N\chi \quad (2.1)$$

Здесь a — коэффициент боковой жесткости шины, b — коэффициент жесткости шины на скручивание, σ , ρ — положительные коэффициенты. Для автомобильных шин величина σ заключена в пределах $0,4 < \sigma < 0,7$, а величина ρ при небольшой нагрузке близка к радиусу поперечного сечения недеформированной шины.

2.2. *Радиальная деформация.* Сила N нормального давления на колесо со стороны опорной плоскости зависит от величины $(r_0 - r)$ радиального прогиба шины. Для колеса с упругим пневматиком эта зависимость выра-



Фиг. 5



Фиг. 6

жается графиком, показанным на фиг. 6. При малых отклонениях от стационарного режима, соответствующего на рис. 6 точке $(r_0 - r_*)$, N_* , сила N может быть представлена в виде соотношения $N = N_* - k_r r'$, где N_* — номинальное значение нормального давления, т. е. значение N при стационарном режиме, k_r — радиальная жесткость шины, определяемая выражением $k_r = |dN/dr|_{r=r_*}$. Малое отклонение r' от значения r_* определяется соотношением $r' = r - r_*$.

2.3. *Продольная деформация.* В соответствии с обозначениями на фиг. 7 результирующая сил, действующих на колесо со стороны опорной плоскости при наличии продольной деформации шины, сводится к продольной силе F_τ и силе N нормального давления, точка приложения которой смещена в направлении продольной деформации шины. После приведения этих сил к точке K получаем результирующие продольную силу F_τ и момент M_x' , которые определяются выражениями

$$F_\tau = k_r \eta, \quad M_x' = \mu N \eta \quad (2.2)$$

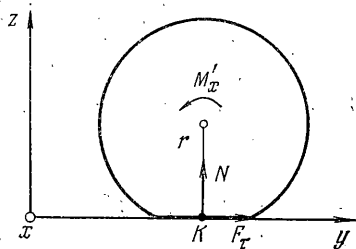
где величина силы нормального давления на колесо со стороны дороги N связана с радиальной деформацией функциональной зависимостью, изображенной на фиг. 6.

Если считать материал упругой деформируемой шины идеальным, т. е. без внутреннего трения, тогда оказывается возможным качение колеса с постоянными значениями угловой скорости Ω и скорости центра колеса V без приложения внешней силы или момента, т. е. свободное качение колеса. В этом стационарном режиме $F_\tau = M_x' = 0$, а величины Ω и V согласно кинематическому уравнению (1.11) связаны соотношением $r_* \Omega = [1 - \nu(r_0 - r_*)] V$.

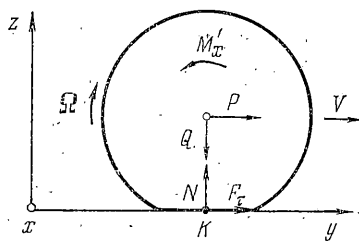
Однако такое идеальное колесо при приложении к его оси постоянной горизонтальной продольной силы или постоянного вращающего момента не могло бы находиться в стационарном режиме. В самом деле, при нали-

чий постоянной силы $P \neq 0$, приложенной к оси колеса (см. фиг. 8), стационарное движение могло бы осуществиться лишь при выполнении условий: $P + k_r \eta_* = 0$, $r_* P - \mu N_* \eta_* = 0$. Но эта система уравнений при $P \neq 0$ не удовлетворяется ни при каких значениях η_* .

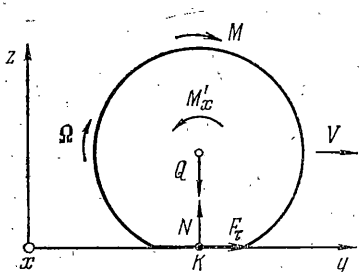
При наличии постоянного вращающего момента $M \neq 0$ (фиг. 9) стационарное движение могло бы осуществиться лишь при выполнении условий: $M - \mu N_* \eta_* = 0$, $k_r \eta_* = 0$, которые для $M \neq 0$ удовлетворить невозможно.



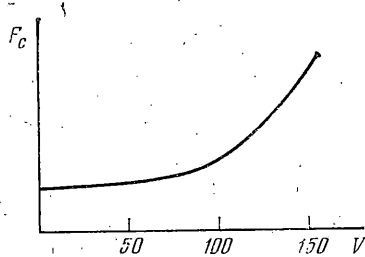
Фиг. 7



Фиг. 8



Фиг. 9



Фиг. 10

Однако опыт показывает, что как в первом, так и во втором случае реальное колесо даже при отсутствии внешних сил сопротивления будет находиться в стационарном режиме, следовательно, существуют внутренние силы сопротивления качению, которые и обеспечивают такую возможность. Эти силы являются непотенциальными. После их приведения к точке K получим результирующую продольную силу сопротивления качению колеса и момент сопротивления качению F_c , которые зависят как от нагрузки на колесо N , так и от скорости V его движения.

Известно, что физическая причина возникновения сил сопротивления качению заключается в том, что упругий материал реальной шины обладает способностью поглощать энергию при деформации, что связано с наличием внутренних сил трения в шине.

Не вдаваясь в механизм процесса потерь энергии в материале шины, а также в структуру распределения сил реакции в пятне контакта, попытаемся получить выражения F_c и M_c из общих соображений, опираясь лишь на следующие известные экспериментальные факты.

Находящееся в покое колесо с деформируемой шиной, к которому приложена постоянная вертикальная сила Q (нагрузка), остается в покое, если величина горизонтальной силы P , приложенной к его оси (или величина приложенного вращающего момента M), находится в интервале $0 < P < P_0$ (для момента соответственно $0 < M < M_0$), где граничное значение P_0 (или M_0) определяется свойствами материала и конструкцией шины.

При любой постоянной силе $P > P_0$ (или постоянном моменте $M > M_0$) колесо катится с постоянной скоростью V .

График зависимости силы сопротивления качению от скорости имеет вид, изображенный на фиг. 10 (Для момента сопротивления качению имеет место аналогичная зависимость, размерность скорости — км/ч.)

Прежде всего покажем, что при качении колеса с деформируемой шиной в общем случае возникает как сила F_c , так и момент M_c , которые являются независимыми характеристиками сил сопротивления качению. В самом деле, рассмотрим качение колеса, к оси которого приложена постоянная тяговая сила P и постоянный вращающий момент $M_b = -M$. Согласно обозначениям на фиг. 11, уравнения стационарного движения колеса имеют вид

$$\begin{aligned} P &= F_c - k_r \eta_*, & Q &= N_* = f(r_*) \\ M &= -r_* P + M_c + \mu N_* \eta_* \\ r_* \Omega &= V(1 + \lambda \eta_* - \nu(r_0 - r_*)) \end{aligned}$$

Рассмотрим два возможных случая.

Режим ведущего колеса. В этом случае $M > 0$, $P = 0$ и возникает момент сопротивления качению $M_c > 0$. Из уравнений движения $M = M_c + \mu N_* \eta_*$, $F_c = k_r \eta_*$ следует, что $\eta_* > 0$ и сила сопротивления качению $F_c = k_r \eta_*$ также отлична от нуля.

Режим ведомого колеса. В этом случае $P > 0$, $M = 0$ и возникает сила сопротивления качению $F_c > 0$. Однако из уравнений движения $P = F_c - k_r \eta_*$, $M_c = r_* P - \mu N_* \eta_*$, при этом следует, что $\eta_* < 0$ и момент сопротивления качению M_c также отличен от нуля. Таким образом, как в ведущем, так и в ведомом режиме стационарное движение колеса оказывается невозможным, если допустить, что существует только сила сопротивления качению F_c или только момент сопротивления качению M_c [4, 5].

Согласно графику (фиг. 8), выражения для F_c и M_c имеют следующий вид:

$$F_c = N^m (a_F + b_F y^n), \quad M_c = N^m (a_M + b_M y^n)$$

где $m = (1 \div 2)$, $n = (2 \div 3)$ в зависимости от материала и конструкции деформируемой шины.

Таким образом, результирующая продольная сила, действующая со стороны дороги на колесо, определяется выражением

$$F_y = k_c \eta - N^m (a_F + b_F y^n) \text{ sign } y \quad (2.3)$$

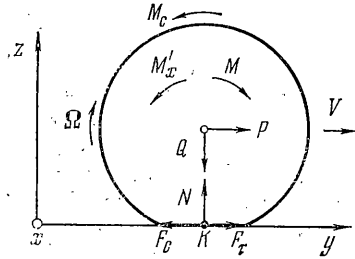
а результирующий момент M_x — выражением

$$M_x = \mu N \eta + N^m (a_M + b_M y^n) \text{ sign } y \quad (2.4)$$

Наличие непотенциальных сил при поперечной деформации шины может быть в первом приближении учтено введением дополнительных сил и моментов, пропорциональных скорости изменения поперечного смещения и углов поворота колеса. В соответствии с (2.1) выражения для поперечной силы F' и моментов сил M'_x , M'_y будут иметь вид $F' = h_1 \xi + h_2 \chi$, $M'_x = -h_3 \xi - h_4 \chi$, $M'_y = h_5 \varphi$.

Таким образом, результирующие моменты и поперечная сила, действующие на колесо при поперечной деформации шины, определяются выражениями

$$\begin{aligned} F_x &= a \xi + h_1 \xi + \sigma N \chi + h_2 \chi \\ M_y &= -\sigma N \xi - h_3 \xi - \rho N \chi - h_4 \chi \\ M_z &= b \varphi + h_5 \varphi \end{aligned} \quad (2.5)$$



Фиг. 11

Аналогично могут быть учтены силы внутреннего трения при вертикальных перемещениях колеса. Для малых вертикальных деформаций шины от положения, которое занимает колесо при стационарном движении, сила трения $F_N = -h_6 r''$. Следовательно, результирующая вертикальная сила, действующая на колесо при его малых отклонениях от стационарного движения, определяется выражением

$$F_z = -k_r r' - h_6 r'' \quad (2.6)$$

Постоянные a_F , b_F , a_M , b_M , h_1, \dots, h_6 , содержащиеся в выражениях (2.3)–(2.6), определяются экспериментально.

Итак, при составлении уравнений движения колеса с деформируемой шиной следует принимать во внимание кинематические уравнения (1.4), (1.8), а также силы и моменты, определяемые выражениями (2.3)–(2.6).

ЛИТЕРАТУРА

1. Гоздек В. С. Устойчивость качения заблокированных ориентирующихся колес шасси самолета. — Тр. ЦАГИ, 1970, вып. 1196, с. 3–17.
2. Келдыш М. В. Шимми переднего колеса трехколесного шасси. — Тр. ЦАГИ, 1945, № 564, с. 33.
3. Неймарк Ю. И., Фуфаев Н. А. Динамика неголономных систем. М.: Наука, 1967. 519 с.
4. Работа автомобильной шины. / Под ред. Кнороза В. И. М.: Транспорт, 1976. 238 с.
5. Бухин В. Л. Выходные характеристики пневматических шин. М.: ЦНИИТЭ нефтехим, 1978. 37 с.
6. Рокар И. Неустойчивость в механике. Автомобили, Самолеты, Висячие мосты. М.: Изд-во иностр. лит., 1959. 287 с.
7. Гоздек В. С. Об уравнениях качения упругой шины. — Уч. зап. ЦАГИ, 1970, т. 1, № 4, с. 84–91.

Горький

Поступила в редакцию
23.X.1979