

УДК 531/534:061.6

**МОСКОВСКИЙ АВТОМЕХАНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
СЕМИНАРЫ****Семинар по механике твердого деформируемого тела
под руководством Э. И. Григолока**

11.X.1979. Мальцев А. А., Мальцев В. П. (Москва) *Исследование поведения подкрепленных оболочечных конструкций при динамическом нагружении с учетом затухания.*

Излагается алгоритм определения напряженно-деформированного состояния тонкостенных многосвязанных осесимметричных оболочечных конструкций, состоящих из конструктивно-ортотропных оболочек вращения и шпангоутов произвольного поперечного сечения. В основу алгоритма положен метод конечных разностей по времени и метод перемещений в сочетании с методом ортогональной прогонки С. К. Годунова. Алгоритм реализован в виде стандартной процедуры на алгоритмическом языке ПЛИ применительно к ОС ЕС ЭВМ. Приведены результаты расчетов напряженно-деформированного состояния пластин, цилиндрических и сферических оболочек при различных законах изменения внешней нагрузки.

18.X.1979. Васильев В. В., Зыкин П. Г., Рапопорт Л. Д., Мавлюхов И. Г. (Казань) *Экспериментальное и теоретическое исследование устойчивости цилиндрических оболочек при сложном силовом и тепловом нагружении.*

Разрешающее уравнение задачи получено на основе полубезмоментной теории с учетом анизотропии свойств материала. При помощи процедуры Фурье это уравнение сводится к системе дифференциальных уравнений относительно параметров функций перемещений, соответствующих различным гармоникам. В этом случае определение запаса устойчивости сводится к нахождению собственных чисел системы алгебраических уравнений, ранг которой последовательно увеличивается до достижения приемлемой нормы точности решения.

Экспериментальная проверка решения задачи выполнена на специализированном стенде, позволяющем испытывать крупногабаритные перфорированные оболочки.

25.X.1979. Левашкин В. Е. (Ульяновск) *О некоторых вопросах динамики и устойчивости трехслойных стержней, пластин и оболочек со сжимаемыми заполнителями.*

Построена гиперболическая модель динамической теории трехслойных стержней, пластин и пологих оболочек с жестким сжимаемым по нормали заполнителем. В качестве инструмента преобразования уравнений движения используется метод перемещений. Вводится новая функция перемещений, являющаяся аналогом функции сдвига. Получено уравнение неразрывности для вновь введенных компонент неклассической деформации. Рассматривается параметрическое возбуждение идеальных и неидеальных трехслойных объектов гармонической, мгновенно прикладываемой и быстро возрастающей нагрузками. Соответствующие задачи сведены к уравнениям Матье, Бесселя и уравнениям с постоянными коэффициентами. Для последних получено решение в замкнутом виде, которое для параболической модели совпадает с классическим.

1.XI.1979. Андреев А. Н. (Кемерово) *Изгиб и устойчивость многослойных армированных оболочек.*

На основе единой кинематической гипотезы, позволяющей учесть деформации поперечных сдвигов, удовлетворить условиям межслоевого контакта и условиям на граничных поверхностях, в тензорной форме построена система уравнений движения и устойчивости упругих и вязкоупругих слоистых однородных и квазиоднородных армированных оболочек и пластин и сформулированы соответствующие им граничные условия. Полученные уравнения использованы при решении ряда задач прочности тонкостенных слоистых элементов конструкций: балок, арок, цилиндрических оболочек, круглых пластин.

На основе построенных уравнений рассмотрены задачи устойчивости тонкостенных слоистых стержней, арок, цилиндрических оболочек, круглых пластин. В зависимости от геометрических и механических параметров слоев, структурных

параметров армирования исследовано влияние поперечных сдвигов и неоднородности докритического напряженно-деформированного состояния на критические нагрузки.

15.XI.1979. Горюнов А. В. (Москва) *Некоторые задачи термоупругости для тонкостенных оболочек вращения при одностороннем нагреве.*

В квазистатической постановке рассмотрены линейные задачи несвязанной термоупругости для тонкостенных цилиндрической, конической и сферической оболочек. Изучены два случая нагрева: импульсным тепловым потоком от бесконечно удаленного источника излучения и постоянным тепловым потоком, заданным по закону Ньютона.

Получены асимптотические решения нелинейных задач определения температурных полей в тонкостенных оболочках при одностороннем импульсном нагреве.

22.XI.1979. Ужва В. В. (Москва) *Определение рациональных параметров подкрепления цилиндрической оболочки в зоне сосредоточенного воздействия.*

Определяются параметры оптимальных по весу элементов подкрепления цилиндрических оболочек, воспринимающих сосредоточенные воздействия. В качестве подкреплений применяются прямолинейные и криволинейные стержни, накладки. Задача решается в постановке нелинейного программирования. Компонентами вектора искомых параметров являются жесткостные характеристики и размеры подкрепления. Ограничениями служат условия прочности, жесткости и устойчивости конструкции. Определение компонентов напряженно-деформированного состояния проводится методом конечных элементов.

29.XI.1979. Гохбаум Ф. А. (Москва) *Введение в линейную механику регулярной дискретно-континуальной среды Коссера.*

Обсуждаются математические модели и методы линейной механики регулярной дискретно-континуальной среды Коссера. Геометрическая структура среды представляет собой регулярную пространственную решетку с ячейками конечных размеров, а физическая модель — дискретную среду с шестью внутренними степенями свободы, каждая материальная точка которой сопоставлена с континуальными структурным элементом решетки.

Приведены частные решения уравнений движения среды, моделирующей стержневой каркас, в виде динамически самоуравновешенных систем сил и моментов, которым соответствуют движения и деформации локальной области среды, не выходящей за пределы области приложения сил и моментов. Рассмотрены основные свойства операторов механики дискретно-континуальной среды и методы их реализации.

6.XII.1979. Тарлаковский Д. В. (Москва) *Нестационарные задачи динамики толстостенной сферы, соприкасающейся с упругими или акустическими средами.*

Рассматриваются внешние и внутренние задачи взаимодействия сферических и плоских упругих волн с толстостенной сферической оболочкой. Решение определяется в виде рядов по полиномам Лежандра. Коэффициенты этих рядов представляются в виде конечных сумм «обобщенных сферических волн». Для этого находится общее решение гиперболического уравнения, полученного из волнового уравнения разложением в ряды по полиномам Лежандра. Общее решение, выраженное через линейную комбинацию производных произвольных функций, ищется при помощи сведения исходного уравнения к уравнению Эйлера — Дарбу. Указывается на связь полученного интеграла с другими представлениями решения.

Разрешающими уравнениями для общей задачи являются рекуррентные соотношения в пространстве преобразований Лапласа по времени для произвольных функций, соответствующих сходящимся и расходящимся обобщенным сферическим волнам. Указывается точный алгоритм обращения преобразования Лапласа для класса изображений функций, соответствующих рассматриваемым задачам.

Из общей задачи получено решение для случая радиальных колебаний системы (внешняя задача — нестационарное равномерно распределенное давление приложено на внешней поверхности оболочки, внутренняя задача — точечный источник расположен в центре сферы). Рассмотрены различные предельные случаи.

13.XII.1979. Попович В. Е. (Москва) *Энергетический метод определения перемещений в упругом теле при наличии объемных деформаций.*

В результате взаимодействия упругих тел с различными физическими полями в их точках могут возникать объемные деформации. Для определения перемещений, вызванных этими деформациями, используется энергетический метод.

Вывод определяющих соотношений основан на использовании обобщенной теории взаимности между компонентами напряженно-деформированного состояния при неоднородных физико-механических характеристиках материала. Рассмотрены примеры определения перемещений в упругом неравномерно нагретом теле и в случае облучения тела потоками нейтронов.

20.XII.1979. Векслер Н. Д. (Таллин) *Рассеяние акустических импульсов на упругих цилиндрах.*

Излагается двумерная нестационарная задача о рассеянии плоского импульса давления упругими телами, имеющими форму кругового цилиндра бесконечной протяженности.

Проведено вычисление акустического поля давления для следующих тел: «акустически жесткий» (недеформируемый) неподвижный цилиндр, «акустически мягкий» цилиндр, жидкий цилиндр, жидкий цилиндр с жидким наполнителем, сплошной упругий цилиндр, полый пустотелый упругий цилиндр, упругий цилиндр с упругим наполнителем. Для решения задачи по времени используется интегральное преобразование Фурье. Обратное преобразование Фурье выполнялось численно с использованием процедуры Ромберга.

22.XII.1979. Мальцев В. П. (Москва) *Исследование устойчивости подкрепленных многосвязанных призматических конструкций.*

Излагается алгоритм определения бифуркационных критических нагрузок потери устойчивости призматических конструкций, состоящих из произвольного набора связанных между собой тонких цилиндрических оболочек с произвольной формой направляющей. Материал конструкции характеризуется модулем упругости, коэффициентом Пуассона и нелинейно-упругой диаграммой растяжения. В основу алгоритма положен линейный вариант теории оболочек в форме В. В. Новожилова и теория малых упругопластических деформаций А. А. Ильюшина. Для определения критических нагрузок применяется метод перемещений.

31.I.1980. Чернышенко И. С. (Киев) *Упругопластическое состояние тонких оболочек, ослабленных отверстиями.*

Разработана нелинейная прикладная теория тонких оболочек с отверстиями с учетом физической и геометрической нелинейностей (малых упругопластических деформаций и конечных прогибов) при циклических и однократных нагружениях. Получены разрешающие уравнения в перемещениях для оболочек, отнесенных к несопряженной системе координат. В частности, основные уравнения выведены для оболочек нулевой гауссовой кривизны, а также оболочек вращения переменной и постоянной толщины (разные формы) с учетом одного или двух нелинейных факторов. Дана постановка и разработаны приближенные методы решения новых классов нелинейных задач для оболочек с отверстиями, основанные на использовании методов последовательных приближений (в сочетании с численными) и вычислительной техники.

На основании разработанных подходов, реализованных в алгоритмах и типовых программах, решен ряд новых нелинейных двумерных и одномерных задач для оболочек с отверстиями с учетом их формы, краевых условий, характера нагружения, геометрических и механических параметров при учете одной или двух нелинейностей. Получено численное решение упругопластических и дважды нелинейных задач для сферических и цилиндрических оболочек с подкрепленными контурами (свободными или с жесткими включениями) при действии распределенной нагрузки. Рассмотрены нелинейные задачи при циклическом нагружении оболочек, упругопластические задачи сопряжения оболочек вращения, ослабленных круговыми отверстиями, и определена их несущая способность. Проведено сравнение полученных результатов с решениями задач в упрощенных постановках, а также с данными экспериментальных исследований, выполненных на моделях и натуральных конструкциях.

При решении конкретных типовых задач численно исследована сходимость применяемых методов, точность решений рассматриваемых классов задач и достовер-

ность полученных результатов. Кроме того, рассмотрены вопросы применимости деформационной теории пластичности при решении данных геометрических нелинейных задач. Даны обобщающие выводы научного и прикладного характера.

Результаты исследований и расчетов, представленных в виде многочисленных графиков и таблиц, могут быть использованы при оценке прочности типовых тонкостенных конструкций и их элементов (оболочек с отверстиями).

7.11.1980. Артюхин Ю. П. (Казань) *Механика пластин и оболочек при контактных воздействиях.*

Рассматриваются задачи взаимодействия тонкостенных элементов конструкций типа пластин и оболочек между собой и жесткими телами. Такие задачи часто встречаются в различных областях техники, связанных с расчетом подкреплений в местах действия локальных нагрузок, с выбором формы ложементов или фундамента, с проектированием болтовых, заклепочных и клеевых соединений и др.

Дается постановка контактных задач произвольных оболочек с учетом касательного и нормального взаимодействия и обсуждается вопрос о выборе модели тонкостенного элемента при решении контактных задач. В качестве инструмента исследования берется метод функции влияния. Показано, что теория оболочек Кирхгофа – Лява не всегда может быть использована при решении контактных задач. В качестве инструмента исследования берется метод функции влияния. Показано, что теория оболочек Кирхгофа – Лява не всегда может быть использована при решении контактных задач. Построены уточненные функции влияния с учетом деформаций поперечного сдвига и обжатия. Проведен асимптотический анализ решений теории оболочек типа С. П. Тимошенко в окрестности сосредоточенных воздействий. Определена область применимости теории оболочек Кирхгофа – Лява и теории оболочек типа С. П. Тимошенко при решении контактных задач.

Разработан метод решения одномерных контактных задач теории оболочек, суть которого заключается в сведении решения интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода к решению соответствующей краевой задачи. Предложенный метод далее обобщается на случаи контакта оболочек на ряде конечных интервалов и на случай двумерных контактных задач, если существует интегральное преобразование, приводящее двумерную проблему к одномерной.

Применительно к контактным задачам дано развитие теоретико-экспериментального метода, позволяющего путем предварительного теоретического анализа определить необходимый минимальный объем экспериментальной работы.

Разработана методика решения контактных задач теории оболочек в случае контакта по линии. Дано развитие двумерной теории напряжений клеевых соединений и сделана модификация теории Э. Рейсснера, позволяющая устранить ряд ее противоречий.

Приводятся многочисленные примеры решения контактных задач для тонкостенных элементов.

21.11.1980. Бондарь В. С., Горохов В. Б., Санников В. М. (Москва) *Исследование кинетики напряженно-деформированного состояния оболочечных конструкций при циклическом теплосиловом нагружении.*

Рассматривается осесимметричное напряженно-деформированное состояние оболочек вращения при сложном неизо термическом нагружении. Деформирование конструкций описывается соотношениями теории пластического течения при трансляционно-изотропном упрочении и неизо термическом нагружении, обобщенной на циклические нагружения, и уравнениями нелинейной теории тонких оболочек. Уравнения теории течения и теории оболочек представляют собой систему уравнений с нелинейностями явного (геометрическая нелинейность) и неявного (физическая нелинейность) видов. Для численного решения нелинейной задачи используется самокорректирующийся метод приращений первого порядка. Величины приращений параметра нагружения выбираются исходя из ограничений на отклонение решения на каждом шаге нагружения от поверхности пластического деформирования. Ввиду того что величина шага нагружения определяется ограничением только для физической нелинейности, для более точного решения задачи на каждом шаге вводится итерационный процесс по Ньютону для геометрической нелинейности. В результате решение нелинейной задачи сводится к решению последовательности линейных краевых задач в приращениях. Линейная краевая задача решается методом ортогональной прогонки.

Рассматриваются некоторые задачи определения кинетики напряженно-деформированного состояния и накопления повреждений оболочечных конструкций при сложном неизо термическом нагружении. Исследован напряженно-деформированный случай двухслойной конической оболочки при различных последовательностях приложения силовых и температурных нагрузок, который показывает существенную зависимость напряженно-деформированного состояния от пути нагружения конструк-

ции. Для конических оболочек с кольцом жесткости на срезе исследуется влияние геометрических параметров кольца на кинетику напряженно-деформированного состояния и число циклов до разрушения конструкции при теплосменах. Рассматривается первая стадия разрушения — до появления макроскопической трещины. Накопление повреждений оценивается по трем критериям: деформационно-кинетическому критерию, критерию В. В. Новожилова и О. Г. Рыбакиной и критерию работы микронапряжений. Получено удовлетворительное совпадение результатов расчетных и экспериментальных исследований кинетики напряженно-деформированного состояния и долговечности конструкций. Предлагается критерий рационального с точки зрения долговечности при теплосменах соотношения геометрических параметров кольца жесткости. Этот критерий находится в качественном согласии с экспериментальными данными.

28.II.1980. Бутин В. М., Крохин И. А., Санников В. М. (Москва) *Устойчивость оболочечных конструкций в условиях пластичности и ползучести.*

Обсуждаются инженерные методы исследования устойчивости осесимметрично нагруженных неупругих оболочечных конструкций с помощью ЭВМ. Для описания поведения конструкций используются различные варианты уравнений нелинейной теории тонких оболочек. Связь между напряжениями и деформациями описывается соотношениями теории пластического течения или теории деформаций. При исследовании устойчивости используется статический критерий или критерий бифуркации процесса деформирования. Предполагается, что в момент потери устойчивости перераспределения зон «разгрузки — догрузки» в материале конструкции не происходит. Критические нагрузки определяются с учетом моментности и нелинейности докритического напряженно-деформированного состояния.

Система нелинейных дифференциальных уравнений 1-го порядка, описывающих докритическое поведение рассматриваемых конструкций, линеаризуется по модифицированному методу Ньютона. Для решения последовательности систем линеаризованных уравнений на каждом шаге по параметру нагружения (нагрузка, перемещение, время) используется метод конечных разностей или метод ортогональной прогонки.

Задача определения критических нагрузок сводится к решению задачи о собственных значениях для системы однородных дифференциальных уравнений первого порядка, которые интегрируются указанными выше методами. За критическую нагрузку принимается нагрузка, при которой определитель, составленный из коэффициентов соответствующей системы алгебраических уравнений, обращается в нуль.

С использованием соотношений теории пластического течения на примере цилиндрической оболочки, находящейся под действием внешнего давления и осевой сжимающей силы, исследовано влияние пути нагружения на критическую комбинацию нагрузок. Проведены исследования влияния неизотермичности нагружения на устойчивость цилиндрических оболочек при действии внешнего давления и перепада температур по толщине для различных граничных условий по торцам. Показано, что в ряде случаев это влияние может быть значительным, причем имеет качественно различный характер.

Влияние деформаций ползучести на поведение оболочек показано на примере нагретых до постоянной температуры цилиндрических оболочек под действием осевой силы или внешнего давления. Скорости деформаций ползучести определялись по напряженно-деформированному состоянию шагами по времени, в частности по теории установившейся ползучести. Для нахождения упругопластических составляющих деформаций и напряжений использовались соотношения деформационной теории с учетом накопленных деформаций ползучести и разгрузки. Показано развитие зон пластичности и зон разгрузки во времени, появляющихся в оболочке до момента потери устойчивости в условиях ползучести при осевом сжатии.

На основе соотношений деформационной теории, модифицированной согласно принципу Мазинга, исследовано влияние повторности нагружения на устойчивость цилиндрических оболочек при действии осевого усилия или бокового давления. Показана значительная зависимость в ряде случаев критических нагрузок от предварительного нагружения оболочки нагрузкой обратного знака.

Результаты расчетов сравниваются с данными экспериментальных исследований устойчивости модельных оболочек.

14.II.1980. Бондарь В. С., Бутин В. М., Крохин И. А., Санников В. М. (Москва) *Методы решения нелинейных задач пластического деформирования оболочек вращения.*

Излагаются методы решения нелинейных задач в применении к задаче об упругопластическом деформировании тонкой оболочки вращения под действием системы осесимметричных температурно-силовых нагрузок.

Предложен и для этой задачи реализован метод Ньютона и самокорректирующийся метод приращений, который рассматривается как развитие модифицированного метода Ньютона, заключающееся в том, что на каждом шаге процесса нагружения делается только одна итерация.

Проведен сравнительный анализ методов упругих решений, переменных параметров упругости, модифицированного метода Ньютона, самокорректирующегося метода приращений для физически нелинейных задач. Для описания материала в случае простого нагружения используется теория малых упругопластических деформаций, а в случае сложного нагружения используется один из вариантов теории пластического течения, причем для интегрирования этих дифференциальных соотношений используется формула трапеций. Исследовалась сходимость методов на примере деформирования безмоментной цилиндрической оболочки под действием бокового давления. Для всех уровней давления модифицированный метод Ньютона требовал наименьшего числа итераций. Исследование сходимости методов в случае двухосного деформирования безмоментной цилиндрической оболочки при заданном изломе в траектории нагружения показало наилучшую сходимость модифицированного метода Ньютона и самокорректирующегося метода приращений с автоматическим выбором шага.

Исследовалась сходимость методов для задачи с геометрической и физической нелинейностью на примере расчета цилиндрической оболочки под действием внутреннего давления и осевого сжатия. И в этом случае наилучшие результаты были получены модифицированным методом Ньютона и самокорректирующимся методом приращений с автоматическим выбором шага.

6.ИИ.1980. Никитенко В. И. (Москва) *Исследование динамических характеристик и динамического нагружения составных оболочек вращения.*

Исследуемая конструкция подразделяется на ряд составляющих элементов: цилиндрические, конические, сферические оболочки вращения. Поперечный набор моделируется упругими кольцами. Для цилиндрических и конических оболочек вводится продольный набор в виде регулярно расположенных стрингеров. Цилиндрическая оболочка может быть предварительно нагружена статическим нормальным давлением и осевой силой. Многослойность сферической оболочки учитывается приведенной жесткостью оболочки на изгиб и на растяжение-сжатие. Конструкция может иметь любой вид граничного закрепления.

Используются линеаризованные уравнения геометрически нелинейных оболочек.

Для каждого элемента оболочки система дифференциальных уравнений методом разделения переменных сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, для решения которой используется метод последовательных приближений. Решение приводится к абсолютно и равномерно сходящему матричному ряду. При наличии в системе дифференциальных уравнений искомого параметра, в данном случае квадрата частоты собственных колебаний, решение раскладывается в матричный ряд по степеням этого параметра. На базе полученного решения, ограниченного двумя членами разложения, формируется система разрешающих уравнений для составляющих элементов и для всей конструкции в целом. В матричном виде алгоритм получения этой системы уравнений сводится к построению матрицы жесткости и инерционной матрицы составной конструкции, которые являются основой для получения динамических характеристик и для исследования нестационарных процессов при произвольном внешнем нагружении рассматриваемой конструкции.

Вычисление частот и форм собственных колебаний составных оболочек вращения сводится к отысканию собственных чисел и векторов динамической матрицы методом итераций и исчерпывания для k -го числа полуволн по окружности.

Для определения точности вычисления инерционной матрицы проведен численный анализ для каждого вида оболочек. Получены зависимости относительной толщины оболочки от относительной длины элемента оболочки, разграничивающие устойчивое и неустойчивое решение при вычислении этой матрицы по данному алгоритму. Исследована точность вычисления частот собственных колебаний оболочек в зависимости от относительной длины участка разбиения.

Проведено сравнение результатов расчета частот и форм колебаний ряда составных оболочечных конструкций по предлагаемому алгоритму с расчетными и экспериментальными результатами, полученными советскими и зарубежными авторами. Показано, что точность результатов расчета по данному алгоритму лежит в допустимых для инженерных расчетов пределах.

Задача определения неустановившихся вынужденных колебаний составных оболочечных конструкций сводится к решению системы дифференциальных уравнений по времени. Проведен анализ использования безусловно и условно устойчивых конечно-разностных методов интегрирования. Предлагается для решения задачи о

динамическом нагружении использовать метод «фильтров», который не требует обязательного предварительного определения собственных частот и форм исследуемой конструкции.

Суть метода заключается в замене исходной системы дифференциальных уравнений системой дифференциальных уравнений с модифицированной матрицей жесткости и последующим интегрированием этой системы.

Использование предлагаемого алгоритма видоизменяет высокочастотный спектр тонов, оставляя при этом необходимый диапазон частот с заранее заданной точностью. При этом затраты машинного времени сокращаются на порядок по сравнению с затратами на непосредственное интегрирование системы уравнений.

13.III.1980 Паймушин В. Н. (Казань) *Краевые задачи механики деформирования оболочек сложной геометрии.*

Разработан единый подход к решению краевых задач механики деформирования тонких однослойных и частного класса трехслойных оболочек сложной геометрии, к которым отнесены как оболочки со сложной формой срединной поверхности σ , так и со сложным неканоническим очертанием контура. Установлено, что при соответствующей параметризации области Ω , занимаемой оболочкой на σ , указанные задачи можно привести к классическому виду и решать в некоторой канонической области Ω_0 , если исходить из основных соотношений теории оболочек, отнесенных к метрике, построенной на σ . Для широкого класса оболочек сложной геометрии предложены способы параметризации области Ω , в основе которых лежит построение отображения указанной области Ω_0 на область Ω путем ее фиктивного деформирования. Детально рассмотрен случай среднего изгиба тонких однослойных и трехслойных оболочек с весьма тонкими внешними слоями, для которых в тензорной символике построены соответствующие соотношения, описывающие их напряженно-деформированное состояние. На основе интегрально-разностного метода, представляющего собой комбинацию известных методов конечных разностей и конечных сумм, предложены способы построения разностных схем для двумерных краевых задач теории оболочек рассматриваемого класса. С их помощью получены численные решения для новых актуальных задач статики и термоупругости для оболочек сложной геометрии, имеющих теоретическое и прикладное значения. Разработана теория оболочек сложной формы, пологих относительно поверхности отсчета, обобщающая в некотором смысле классическую теорию пологих оболочек. Получены решения некоторых новых задач об устойчивости оболочек со сложным контуром, иллюстрирующие возможности использования предлагаемого подхода в сочетании с вариационными методами к расчету оболочек рассматриваемого класса.

Предложен также один вариант функционала смешанного типа нелинейной теории пологих оболочек типа Тимошенко, условием стационарности которого является уравнение смешанного вариационного принципа Лагранжа – Кастильяно.

27.III.1980. Грингауз М. Г. (Сумы) *К теории композиционных материалов с регулярной структурой.*

Рассматривается неограниченная изотропная среда (матрица), армированная двоякопериодической системой (в плоскости Ox_1x_2) бесконечных, параллельных оси Ox_3 изотропных волокон. Предполагается, что форма поперечных сечений волокон достаточно произвольна, контакт волокон и матриц идеален, имеет место однородное температурное поле. Допускается наличие в матрице дефектов типа туннельных трещин.

Решение возникающих здесь двумерных задач теории упругости об обобщенной плоской деформации и продольном сдвиге проводится методами теории аналитических функций. Строятся интегральные представления для комплексных потенциалов, обеспечивающие двоякопериодическое распределение напряжений, после чего краевые задачи сводятся к системам фредгольмовых (на границе включений) и сингулярных (на линии трещин) интегральных уравнений. Эффективные упругие постоянные структуры определяются, как некоторые линейные функционалы на решениях системы. Дается обоснование описанных алгоритмов.

3.IV.1980. Терегулов А. Г. (Казань) *К теории устойчивости тонких оболочек.*

Разрабатывается усовершенствованная за счет уточнения картины волнообразования величины критического прогиба методика расчета на устойчивость тонких упругих оболочек идеальной формы. На основе анализа опытных данных показано, что процесс выпучивания оболочек начинается с образования одной характерной вмятины (за счет действия внешнего возмущения) и сопутствующего ей затухающего волнового состояния типа краевого эффекта. Эта форма волнообразования задается в аналитическом виде.

Для выпучивания стержней и пластин, находящихся в критическом состоянии, достаточно вывести их из плоского состояния, т. е. сообщить бесконечно малый прогиб. В случае оболочек, ввиду наличия кривизны, необходимо для выпучивания довести до плоского (нейтрального) состояния некоторый участок поверхности, т. е. критический прогиб должен быть конечным, что вынуждает использовать нелинейные уравнения устойчивости. Величина критического прогиба определяется на основании пределов применимости нелинейных уравнений теории тонких оболочек (теория Магерра), что соответствует пределу несущей способности их основного состояния. В случае цилиндрической оболочки, сжатой вдоль оси, получено значение критического прогиба, равное толщине оболочки, и соответственно с помощью метода Бубнова и уточненной картины выпучивания получено значение критической нагрузки на 23% меньше классического. Рассмотрен ряд задач. Показано, как эта методика может быть распространена на оболочки несовершенной формы. В целом методика позволяет значительно сократить разрыв между данными теории и эксперимента.

Рассмотрены некоторые вопросы теории анизотропных оболочек и задачи устойчивости оболочек из стеклопластика идеальной и несовершенной формы, упругих и вязкоупругих. Ползучесть связующего учитывалась по теории наследственности.

Вариационным методом выводятся и анализируются основные уравнения теории трехслойных оболочек с наполнителем произвольной толщины. Решаются задачи устойчивости тонких несовершенных по форме трехслойных оболочек с упруговязким наполнителем. Реологические свойства наполнителя учитываются по теории наследственности. В качестве критерия устойчивости используется условие обращения в нуль в критическом состоянии ускорения прогиба.

Андреанов Н. Н.