МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 1 · 1981

УДК 531.38

О МАЛЫХ КОЛЕБАНИЯХ БЫСТРО ЗАКРУЧЕННОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

МАРТЫНЕНКО Ю. Г., УРМАН Ю. М.

(Москва, Горький)

Задача о движении симметричного твердого тела около неподвижной точки в однородном магнитном поле рассмотрена в [1]. Анализ движения симметричного тела в неоднородном магнитном поле проведен в [2]. В данной работе исследуется динамика твердого тела с произвольным эллипсоидом инерции под действием моментов, возникающих при движении проводящей сферической оболочки в однородном магнитном поле. Рассматривается случай малых колебаний одной из главных осей инерции твердого тела вблизи вектора кинетического момента. Построены осредненные уравнения, описывающие в нерезонансном случае эволюцию медленных переменных задачи.

Рассмотрим абсолютно твердое тело, имеющее неподвижную точку O, которая совпадает с центром масс тела. Предположим, что внутри тела существует область, занятая проводящим материалом и обладающая сферической симметрией (например, шаровой слой).

Пусть $\xi_1\xi_2\xi_3$, $x_1x_2x_3$ — правые ортогональные трехгранники с началом в точке O. Оси ξ_i неизменно ориентированы в пространстве, оси x_i направлены по главным осям инерции тела.

Введем трехгранник $\zeta_1\zeta_2\zeta_3$ с осью ζ_3, направленной по вектору кинетического момента тела. Трехгранник ζ получается из трехгранника ξ последовательными поворотами на угол σ вокруг оси ξ_3 и на угол ρ вокруг второй оси промежуточного трехгранника. Матрица взаимной ориентации трехгранников ξ и ζ имеет вид

$$\begin{Vmatrix}\xi_1\\ \xi_2\\ \xi_3\end{Vmatrix}=\begin{Vmatrix}\cos\sigma\cos\rho & -\sin\sigma & \cos\sigma\sin\rho\\ \sin\sigma\cos\rho & \cos\sigma & \sin\sigma\sin\rho\\ -\sin\rho & 0 & \cos\rho\end{Vmatrix}\begin{Vmatrix}\zeta_1\\ \zeta_2\\ \zeta_3\end{Vmatrix} \tag{1}$$

Введем также матрицу направляющих косинусов между осями трехгранников ζ и x

$$\begin{Vmatrix}\zeta_1\\ \zeta_2\\ \zeta_3\end{Vmatrix}=\begin{Vmatrix}\alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13}\\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23}\\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33}\end{Vmatrix}\begin{Vmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{Vmatrix} \tag{2}$$

причем в силу определения трехгранника ζ

$$\alpha_{3i}=(I_i\Omega_i)/L\quad (i=1,2,3),\qquad L^2=I_1{}^2\Omega_1{}^2+I_2{}^2\Omega_2{}^2+I_3{}^2\Omega_3{}^2$$

где I_i — момент инерции тела относительно оси x_i, Ω_i — проекция вектора угловой скорости тела на ось x_i, L — кинетический момент тела относительно точки O.

Будем считать, что оси x_i пронумерованы таким образом, что $I_1<I_2<I_3$.

Анализ движения твердого тела в магнитном поле проведем методом осреднения, при этом будем опираться на невозмущенное движение Эйлера — Пуансо как на нулевое приближение к искомому возмущенному движению. Предварительно выпишем соотношения невозмущенного движения, необходимые для построения решения соответствующей электродинамической задачи [1].

Обозначим через T кинетическую энергию тела и предположим для определенности, что $2TI_2<L^2$. В этом случае траектории вектора кинетического момента охватывают ось x_3. При отсутствии момента сил относительно центра масс решение динамических уравнений Эйлера имеет вид

$$\Omega_1=Lk\left(\frac{I_3-I_2}{I_1I_0}\right)^{1/2}\operatorname{cn}\tau,\quad \Omega_2=Lk\left(\frac{I_3-I_1}{I_2I_0}\right)^{1/2}\operatorname{sn}\tau,\quad \Omega_3=L\left(\frac{I_2-I_1}{I_3I_0}\right)^{1/2}\operatorname{dn}\tau$$

$$I_0=I_3(I_2-I_1)+I_1(I_3-I_2)k^2 \tag{3}$$

$$k^2=[(I_2-I_1)(2TI_3-L^2)]/[(I_3-I_2)(L^2-2TI_1)]$$

где $\operatorname{cn}\tau$, $\operatorname{sn}\tau$, $\operatorname{dn}\tau$ — эллиптические функции Якоби.

Предположим, что ось x_3 совершает малые колебания вблизи вектора кинетического момента $\mathbf{L}$ тела[1] и, следовательно, параметр k мал по сравнению с единицей. На основании допущения о малости k ниже будем пренебрегать членами, содержащими k в степени выше второй. В частности формулы (3) заменим соотношениями

$$\Omega_1=\frac{L}{I_1}ka\cos\omega t,\qquad \Omega_2=\frac{L}{I_2}kb\sin\omega t$$

$$\Omega_3=\frac{L}{I_3}\left[1-\frac{k^2}{4}(a^2+b^2)+\frac{k^2}{4}\cos 2\omega t\right],\quad a=\left[\frac{I_1(I_3-I_2)}{I_3(I_2-I_1)}\right]^{1/2}$$

$$b=\left[\frac{I_2(I_3-I_1)}{I_3(I_2-I_1)}\right]^{1/2},\qquad \omega=\frac{L}{I_3}\left[\frac{(I_3-I_1)(I_3-I_2)}{I_1I_2}\right]^{1/2}$$

Используя известные выражения для направляющих косинусов α_{ij} через углы Эйлера, а также результаты интегрирования уравнений Уиттекера ([3], с. 173), получаем следующие разложения по малому параметру k направляющих косинусов α_{ij}:

$$\alpha_{11}=(1-{}^1/_4a^2k^2)\cos\Omega t-{}^1/_8k^2a[(a-b)\cos(\Omega-2\omega)t+(a+b)\cos(\Omega+2\omega)t]$$

$$\alpha_{12}=-(1-{}^1/_4b^2k^2)\sin\Omega t+{}^1/_8k^2b[(a-b)\sin(\Omega-2\omega)t-(a+b)\sin(\Omega+2\omega)t]$$

$$\alpha_{13}=-{}^1/_2[(a-b)\cos(\Omega-\omega)t+(a+b)\cos(\Omega+\omega)t]$$

$$\alpha_{21}=(1-{}^1/_4a^2k^2)\sin\Omega t-{}^1/_8k^2a[(a-b)\sin(\Omega-2\omega)t+(a+b)\sin(\Omega+2\omega)t]$$

$$\alpha_{22}=(1-{}^1/_4b^2k^2)\cos\Omega t-{}^1/_8k^2b[(a-b)\cos(\Omega-2\omega)t-(a+b)\cos(\Omega+2\omega)t]$$

$$\alpha_{23}=-{}^1/_2k[(a-b)\sin(\Omega-\omega)t+(a+b)\sin(\Omega+\omega)t]$$

$$\alpha_{31}=ka\cos\omega t,\qquad \alpha_{32}=kb\sin\omega t,\qquad \alpha_{33}=1-{}^1/_2k^2(a^2\cos^2\omega t+b^2\sin^2\omega t)$$

$$\Omega=\frac{L}{I_3}\left[1+k^2\frac{(I_3-I_1)(I_3-I_2)}{2I_3(I_2-I_1)}\right]$$

Построим осредненные уравнения движения твердого тела в однородном магнитном поле. В качестве медленных переменных задачи выберем величину модуля кинетического момента L, углы ρ, σ, определяющие положение вектора кинетического момента относительно трехгранника ξ, а также величину параметра k^2. (В невозмущенном движении L, ρ, σ, k

[1] Уравнения малых колебаний оси наименьшего момента инерции x_1 вблизи вектора $\mathbf{L}$ получаются из уравнений малых колебаний оси x_3 перестановкой индексов 1 и 3. Поэтому результаты, относящиеся к случаю малых колебаний оси x_1, будут приводиться далее без явного выписывания уравнений колебаний оси x_1.

постоянны). Дифференциальные уравнения для перечисленных переменных при наличии возмущающего момента со стороны магнитного поля имеют вид

$$L(d\rho/dt)=M_{\zeta_1},\qquad L\sin\rho\,(d\sigma/dt)=M_{\zeta_2},\qquad dL/dt=M_{\zeta_3}$$

$$\frac{dk^2}{dt}=\frac{2I_3^2(I_2-I_1)}{L(I_3-I_1)(I_3-I_2)}\left[\frac{1}{L}(\Omega,\mathbf{M})-\frac{1}{I_3}\left(1+k^2\frac{(I_3-I_2)(I_3-I_1)}{I_3(I_2-I_1)}\right)M_{\zeta_3}\right] \tag{4}$$

где M_{ζ_i} — проекция на ось ζ_i вектора момента $\mathbf{M}$ пондеромоторных сил.

В случае однородного магнитного поля

$$\mathbf{M}=\mathbf{P}\times\mathbf{H} \tag{5}$$

где $\mathbf{P}$ — вектор магнитного момента твердого тела.

Если известен вектор напряженности магнитного поля, заданный своими проекциями на оси x, связанные с телом

$$\mathbf{H}_x=\sum_{k=1}^{n}(\mathbf{H}_k'\cos\omega_k t+\mathbf{H}_k''\sin\omega_k t) \tag{6}$$

то вектор магнитного момента в установившемся режиме определяется соотношениями

$$\mathbf{P}_x=\sum_{k=1}^{n}\{[\alpha'(\omega_k)\cos\omega_k t+\alpha''(\omega_k)\sin\omega_k t]\mathbf{H}_k'+ \\ +[\alpha'(\omega_k)\sin\omega_k t-\alpha''(\omega_k)\cos\omega_k t]\mathbf{H}_k''\} \tag{7}$$

Здесь $\mathbf{H}_k'$, $\mathbf{H}_k''$ — постоянные вектора, зависящие от медленных переменных задачи, как от параметров; $\alpha'(\omega)$, $\alpha''(\omega)$ — коэффициенты поляризуемости тела, определяемые при решении электродинамической задачи. Выражения для коэффициентов поляризуемости проводящего шарового слоя выписаны в [1].

Будем считать, что выполнены предположения о характерных временах задачи, сделанные в [1]. Подставляя (7), (6) в (5), а затем перепроектируя полученный вектор в трехгранник ζ, осредним выражения для проекций M_{ζ_i} по явно входящему времени. Кроме того, осредним выражение для мощности момента пондеромоторных сил $(\Omega, \mathbf{M})$. При выполнении процедуры осреднения ограничимся рассмотрением нерезонансного случая и будем считать, что частоты ω_k удовлетворяют соответствующим условиям.

В случае постоянного магнитного поля выберем ориентацию осей ξ_i таким образом, чтобы вектор напряженности магнитного поля был коллинеарен оси ξ_3. Тогда с учетом (1), (2):

$$H_{x_i}=H(-\sin\rho\,\alpha_{1i}+\cos\rho\,\alpha_{3i})\qquad (i=1,2,3)$$

После соответствующих вычислений из уравнений (4) получаем

$$L\sin\rho\,(d\sigma/dt)=H^2\sin\rho\cos\rho\{[1-{}^1/_4k^2(a^2+b^2)]\alpha'(\Omega)+ \\ +{}^1/_8k^2(a-b)^2\alpha'(\Omega-\omega)+{}^1/_8k^2(a+b)^2\alpha'(\Omega+\omega)-{}^1/_2k^2(a^2+b^2)\alpha'(\omega)\} \tag{8}$$

$$dL/dt=-H^2\sin^2\rho\{[1-{}^1/_4k^2(a^2+b^2)]\alpha''(\Omega)+ \\ +{}^1/_8k^2(a-b)^2\alpha''(\Omega-\omega)+{}^1/_8k^2(a+b)^2\alpha''(\Omega+\omega)\}$$

$$\frac{dk^2}{dt}=\frac{1}{L}H^2\sin^2\rho\left\{\alpha''(\Omega)-\frac{1}{4}\left[2-\frac{\Omega}{\omega}\left(\frac{I_3}{I_1}+\frac{I_3}{I_2}-2\right)\right]\alpha''(\Omega-\omega)-\right.$$

$$-\frac{1}{4}\left[2+\frac{\Omega}{\omega}\left(\frac{I_3}{I_1}+\frac{I_3}{I_2}-2\right)\right]\alpha''(\Omega+\omega)\Bigg\}k^2-$$

$$-H^2\cos^2\rho\frac{\alpha''(\omega)}{I_3\omega}\left(\frac{I_3}{I_1}+\frac{I_3}{I_2}-2\right)k^2$$

Уравнение для $d\rho/dt$ в (8) не выписано, так как система имеет первый интеграл $L\cos\rho=\mathrm{const}$, выражающий постоянство проекции вектора кинетического момента на направление вектора напряженности магнитного поля. Величины L и ρ, как это следует из (8), убывают, и при $\rho=0$ уравнение для k^2 примет вид

$$\frac{dk^2}{dt}=-\frac{H^2}{I_3\omega}\left(\frac{I_3}{I_1}+\frac{I_3}{I_2}-2\right)\alpha''(\omega)k^2$$

т. е. вращение вокруг оси x_3 наибольшего момента инерции тела является устойчивым ($k^2\to 0$). В случае колебаний оси x_1 вблизи вектора кинетического момента $\mathbf{L}$ величина k^2 при $\rho=0$ будет возрастать и вращение вокруг оси x_1 оказывается неустойчивым.

В случае переменного магнитного поля, имеющего проекции на неподвижные оси

$$H_{\xi_1}=H_{\xi_2}=0,\qquad H_{\xi_3}=H\sin\nu t \tag{9}$$

получаем осредненные уравнения

$$\begin{gathered}
L(d\sigma/dt)={}^1/_4H^2\cos\rho\{[1-{}^1/_4k^2(a^2+b^2)][\alpha'(\Omega-\nu)+\alpha'(\Omega+\nu)]-\\
-2[1-{}^1/_2k^2(a^2+b^2)]\alpha'(\nu)-{}^1/_2k^2(a^2+b^2)[\alpha'(\omega-\nu)+\alpha'(\omega+\nu)]+\\
+{}^1/_8k^2(a-b)^2[\alpha'(\Omega-\omega-\nu)+\alpha'(\Omega-\omega+\nu)]+\\
+{}^1/_8k^2(a+b)^2[\alpha'(\Omega+\omega-\nu)+\alpha'(\Omega+\omega+\nu)]\}\\
dL/dt=-{}^1/_4H^2\sin^2\rho\{[1-{}^1/_4k^2(a^2+b^2)][\alpha''(\Omega-\nu)+\alpha''(\Omega+\nu)]+\\
+{}^1/_8k^2(a-b)^2[\alpha''(\Omega-\omega-\nu)+\alpha''(\Omega-\omega+\nu)]+\\
+{}^1/_8k^2(a+b)^2[\alpha''(\Omega+\omega-\nu)+\alpha''(\Omega+\omega+\nu)]\}\\
\frac{dk^2}{dt}=\frac{H^2\sin^2\rho}{4L}\left\{\alpha''(\Omega-\nu)-\frac{1}{4}\left[2-\left(\frac{I_3}{I_1}+\frac{I_3}{I_2}-2\right)\frac{\Omega}{\omega}\right]\times\right.\\
\times[\alpha''(\Omega-\omega-\nu)+\alpha''(\Omega-\omega+\nu)]-\\
\left.-\frac{1}{4}\left[2+\left(\frac{I_3}{I_1}+\frac{I_3}{I_2}-2\right)\frac{\Omega}{\omega}\right][\alpha''(\Omega+\omega-\nu)+\alpha''(\Omega+\omega+\nu)]\right\}k^2-\\
-\frac{H^2\cos^2\rho}{4I_3\omega}\left(\frac{I_3}{I_1}+\frac{I_3}{I_2}-2\right)[\alpha''(\omega-\nu)+\alpha''(\omega+\nu)]k^2
\end{gathered} \tag{10}$$

При движении тела в переменном поле (9), так же как и в постоянном поле, имеет место интеграл сохранения кинетического момента относительно оси ξ_3.

Анализ второго уравнения (10) показывает, что аналогично случаю осесимметричного тела при движении тела с произвольным эллипсоидом инерции возможны режимы, при которых L убывает — торможение тела, либо L возрастает — разгон тела.

Стационарные режимы ($dL/dt=0$) представляют собой регулярную прецессию вектора кинетического момента тела $\mathbf{L}$ ($d\rho/dt=0$, $d\sigma/dt\neq 0$) вокруг направления вектора напряженности магнитного поля. Скорость этой прецессии определяется первым уравнением (10); а устойчивость оси тела x_3 вблизи вектора кинетического момента — из последнего уравнения (10).

При этом следует отметить, что в переменном поле (9) стационарное вращение вокруг оси наибольшего момента инерции I_3 может быть неустойчивым. Действительно, при совпадении вектора кинетического момента тела с направлением вектора напряженности магнитного поля $\rho=0$ и последнее уравнение (10) будет иметь вид

$$\frac{dk^2}{dt}=-\frac{H^2}{4I_3\omega}\left(\frac{I_3}{I_1}+\frac{I_3}{I_2}-2\right)[\alpha''(\omega-\nu)+\alpha''(\omega+\nu)]k^2$$

Для определения знака суммы коэффициентов поляризуемости $\alpha''(\omega-\nu)+\alpha''(\omega+\nu)$ рассмотрим, например, частный случай тонкой сферической оболочки, для которой согласно [1] $\alpha''(\omega)=\gamma\omega/(1+\xi^2\omega^2)$, где γ, ξ — некоторые постоянные коэффициенты. При этом

$$\alpha''(\omega-\nu)+\alpha''(\omega+\nu)=\frac{2\gamma\omega[1+\xi^2(\omega^2-\nu^2)]}{[1+\xi^2(\omega-\nu)^2][1+\xi^2(\omega+\nu)^2]}$$

Таким образом, если частота магнитного поля ν удовлетворяет неравенству $\nu>(\omega^2+\xi^{-2})^{1/2}$, сумма $\alpha''(\omega-\nu)+\alpha''(\omega+\nu)$ становится отрицательной и вращение твердого тела вокруг оси x_3 наибольшего момента инерции I_3 будет неустойчивым. При этом устойчивым становится вращение тела вокруг оси x_1 наименьшего момента инерции I_1.

В случае вращающегося магнитного поля

$$H_{\xi_1}=H\cos\nu t,\qquad H_{\xi_2}=H\sin\nu t,\qquad H_{\xi_3}=0 \tag{11}$$

осредненные уравнения имеют вид

$$\begin{aligned}
L(d\rho/dt)={}&{}^1/_4H^2\sin\rho\{[1-{}^1/_4k^2(a^2+b^2)][(1+\cos\rho)\alpha''(\Omega-\nu)-\\
&-(1-\cos\rho)\alpha''(\Omega+\nu)]-2[1-{}^1/_2k^2(a^2+b^2)]\alpha''(\nu)+\\
&+{}^1/_8k^2(a-b)^2[(1+\cos\rho)\alpha''(\Omega-\omega-\nu)-(1-\cos\rho)\alpha''(\Omega-\omega+\nu)]+\\
&+{}^1/_8k^2(a+b)^2[(1+\cos\rho)\alpha''(\Omega+\omega-\nu)-(1-\cos\rho)\alpha''(\Omega+\omega+\nu)]+\\
&+{}^1/_2k^2(a^2+b^2)[\alpha''(\omega-\nu)-\alpha''(\omega+\nu)]\}
\end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
L(d\sigma/dt)={}&{}^1/_4H^2\{-{}^1/_2[1-{}^1/_4k^2(a^2+b^2)][(1+\cos\rho)\alpha'(\Omega-\nu)-\\
&-(1-\cos\rho)\alpha'(\Omega+\nu)]+2\cos\rho[1-{}^1/_2k^2(a^2+b^2)]\alpha'(\nu)-\\
&-{}^1/_8k^2(a-b)^2[(1+\cos\rho)\alpha'(\Omega-\omega-\nu)-(1-\cos\rho)\alpha'(\Omega-\omega+\nu)]-\\
&-{}^1/_8k^2(a+b)^2[(1+\cos\rho)\alpha'(\Omega+\omega-\nu)-(1-\cos\rho)\alpha'(\Omega+\omega+\nu)]+\\
&+{}^1/_2k^2\cos\rho(a^2+b^2)[\alpha'(\omega-\nu)+\alpha'(\omega+\nu)]\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
dL/dt={}&-{}^1/_4H^2\{[1-{}^1/_4k^2(a^2+b^2)][(1+\cos\rho)^2\alpha''(\Omega-\nu)+\\
&+(1-\cos\rho)^2\alpha''(\Omega+\nu)]+{}^1/_8k^2(a-b)^2[(1+\cos\rho)^2\alpha''(\Omega-\omega-\nu)+\\
&+(1-\cos\rho)^2\alpha''(\Omega-\omega+\nu)]+{}^1/_8k^2(a+b)^2[(1+\cos\rho)^2\alpha''(\Omega+\omega-\nu)+\\
&+(1-\cos\rho)^2\alpha''(\Omega+\omega+\nu)]\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dk^2}{dt}={}&\frac{H^2k^2}{4L}\Bigg\{(1+\cos\rho)^2\alpha''(\Omega-\nu)+(1-\cos\rho)^2\alpha''(\Omega+\nu)-\\
&-\frac{1}{4}\left[2-\left(\frac{I_3}{I_1}+\frac{I_3}{I_2}-2\right)\frac{\Omega}{\omega}\right](1+\cos\rho)^2\alpha''(\Omega-\omega-\nu)+\\
&+(1-\cos\rho)^2\alpha''(\Omega-\omega+\nu)]-\frac{1}{4}\left[2+\left(\frac{I_3}{I_1}+\frac{I_3}{I_2}-2\right)\frac{\Omega}{\omega}\right]\times\\
&\times[(1+\cos\rho)^2\alpha''(\Omega+\omega-\nu)+(1-\cos\rho)^2\alpha''(\Omega+\omega+\nu)]-\\
&-\left(\frac{I_3}{I_1}+\frac{I_3}{I_2}-2\right)\frac{\Omega}{\omega}\sin^2\rho[\alpha''(\omega-\nu)+\alpha''(\omega+\nu)]\Bigg\}
\end{aligned}$$

При большой «глубине проникновения» [1] магнитного поля в проводник асимптотическое представление для коэффициентов поляризуемости тела $\alpha'(\omega)$, $\alpha''(\omega)$ имеет вид (γ — постоянный коэффициент)

$$\alpha' \approx 0, \qquad \alpha'' \approx \gamma\omega \tag{13}$$

Используя соотношения (13), из (12) получаем

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\gamma H^2 \sin\rho}{2L}\left[\frac{L}{I_3}\cos\rho\left(1+k^2\frac{(I_3-I_1)(I_3-I_2)}{I_3(I_2-I_1)}\right)-2\nu\right], \qquad \frac{d\sigma}{dt}=0$$

$$\frac{dL}{dt} = -\frac{1}{2}\gamma H^2\left[\frac{L}{I_3}(1+\cos^2\rho)\left(1+k^2\frac{(I_3-I_1)(I_3-I_2)}{I_3(I_2-I_1)}\right)-2\nu\cos\rho\right]$$

$$\frac{dk^2}{dt} = \frac{1}{4}\gamma H^2(2+\sin^2\rho)\left(\frac{2}{I_3}-\frac{1}{I_1}-\frac{1}{I_2}\right)k^2 \tag{14}$$

Уравнения (14) могут быть получены также из соответствующих уравнений [4] после отбрасывания членов, содержащих параметр k в степени выше второй.

Из последнего уравнения (14) вытекает, что в случае вращающегося магнитного поля тело стремится к устойчивому стационарному движению — вращению вокруг оси наибольшего момента инерции I_3.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Мартыненко Ю. Г.* Движение проводящего твердого тела около неподвижной точки в магнитном поле.— Изв. АН СССР. МТТ, 1977, № 4, с. 36.
2. *Линьков Р. В., Урман Ю. М.* Быстрые вращения проводящего магнитного волчка в неоднородном переменном магнитном поле.— Ж. техн. физ., т. 48, 1978, № 6, с. 1123.
3. *Белецкий В. В.* Движение спутника относительно центра масс в гравитационном поле. М.: Изд-во МГУ, 1975. 308 с.
4. *Мартыненко Ю. Г.* Об устойчивости стационарных вращений твердого тела в магнитном поле.— Изв. АН СССР. МТТ, 1980, № 2, с. 29.

Поступила в редакцию
31.X.1979