

УДК 531/534:061.6

**МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ**  
**СЕМИНАРЫ**

**Научно-исследовательский семинар кафедры теории упругости  
под руководством Ильюшина А. А.**

30.I.1980. Алиев Г. Г. (Баку) *Теоретические основы расчёта по разработкам неметаллических труб на основе волокнистых структур.*

Предложены новые методы расчета неметаллических труб и решены некоторые практические инженерные задачи.

6.II.1980. Завойчинский Б. И. (Москва) *К обоснованию теории предельных процессов нагружения.*

Предельные процессы нагружения удовлетворяют некоторому функциональному соотношению при условии достижения этим соотношением нижней границы со временем и координатам единичной нормали к наклонной площадке координатного тетраэдра.

Временной функционал от усилия на этой площадке задан с помощью линейных интегральных операторов Гильберта — Шмидта. Исследованы пространственно-временные свойства этих операторов, ядра которых находятся по экспериментальным данным усталостной прочности элемента в условиях симметричных одноосного и двухосного нагружений и сдвига в широком диапазоне частот и чисел циклов до разрушения.

В задачах о циклической прочности металлов при асимметричном одноосном нагружении и простом циклическом изгибе с кручением получено хорошее соответствие с экспериментом. Теория устанавливает взаимосвязь длительной прочности в условиях ползучести и циклической прочности при симметричном нагружении, имеющую экспериментальное подтверждение для металлов.

Рассмотрены некоторые сложные нагрузления.

Исследовано влияние сдвига фаз на прочность при двухосном циклическом нагружении, влияние постоянного нагружения в одном направлении на предельную величину амплитуды циклического нагружения в перпендикулярном направлении.

13.II.1980. Романов В. А. (Москва) *Взаимодействие микронеоднородных упругих тел.*

Рассматривается взаимодействие двух микронеоднородных полупространств, находящихся в условиях макрооднородного напряженно-деформированного состояния. Решения уравнений равновесия в перемещениях строятся по методу возмущений. В первом приближении определены в конечном виде корреляционные функции и дисперсия деформаций. Приведены численные значения коэффициентов изменчивости, характеризующих концентрацию напряжений и деформаций на границе взаимодействия полупространств.

Исследовано изменение этих коэффициентов в зависимости от соотношения между упругими модулями сред, заполняющими полупространства.

20.II.1980. Кукса Л. В. (Волгоград) *Экспериментально-теоретические исследования неоднородности деформации поликристаллических материалов.*

Проведено комплексное исследование неоднородности деформации реальных поликристаллических материалов, включающее разработку и применение расчетных и экспериментальных методов. Разработана расчетная статистическая модель поликристалла на основе применения метода конечных элементов. Исследован масштабный эффект упругих свойств. Определены размеры элементарной ячейки поликристалла, которую можно наделить осредненными свойствами. Приведены результаты расчета напряженно-деформированного состояния в отдельных зернах различных поликристаллов.

Для изучения неоднородной пластической деформации разработан автоматизированный метод, позволяющий с достаточной точностью проводить измерения на различных базах с наименьшей в 10 мкм, применявшимся в сочетании с микроскопическим методом, микроинтерференционным, методом микротвердости и др. Изучены факторы, влияющие на микронеоднородность деформации, общие закономерности и своеобразие развития микронеоднородной деформации поликристаллов и монокристаллов. Исследованы законы распределения, корреляционные функции и спектраль-

ные плотности пластических микродеформаций. Микронеоднородность деформации рассматривается как результат суммарного действия двух процессов: детерминированного и случайного. На основе изучения частотной структуры процесса показано, какие факторы структуры вносят наибольший вклад в развитие неоднородности деформации. Исследованы особенности микронеоднородной деформации при сложном напряженном состоянии и сложном нагружении. Показана роль микронеоднородной деформации в формировании механических свойств металлов.

27.II.1980. Комков К. Ф. (Москва) *Об учете дилатансии, возникающей при ползучести структурно-неоднородных сред.*

Рассматривается поведение нестабильных высоконаполненных полимерных материалов, проявляющих сложную зависимость свойств как от уровня напряжений, так и вида напряженного состояния. Приводятся результаты экспериментов, указывающих на отсутствие тензорной линейности между напряжениями и деформациями. В частном случае обнаруживается, что в отличие от опыта на чистое гидростатическое сжатие опыт на чистый сдвиг одновременно и по напряжениям и деформациям неосуществим, поскольку напряжения сдвига вызывают объемную деформацию — дилатансию, а формоизменение — гидростатическое напряжение. Причем дилатансия возникает даже при отрицательном гидростатическом напряжении.

Для учета этих эффектов показана необходимость использования тензорно-нейнейших уравнений связи напряжений с деформациями. Исходя из общих термодинамических соотношений даны некоторые варианты таких уравнений, с различной степенью точности учитывающих фактор времени. Даны расчетные формулы для определения констант, характеризующих свойства среды.

При выводе уравнений наследственного типа используются современные представления о модели тела с внутренними параметрами состояния.

Рассматриваются возможности применения полученных уравнений для решения практических задач.

5.III.1980. Улитко А. Ф. (Киев) *О физически реализуемых граничных условиях в задачах динамики пьезокерамических тел.*

Обсуждались физически реализуемые граничные условия механического и электрического нагружения пьезокерамических тел. На основе их анализа дана формулировка краевых задач электроупругости в виде специального типа векторных граничных задач математической физики. Особое внимание обращено на нестационарные процессы, включая дифференциальные и энергетические условия электрического разряда деформируемых тел из пьезокерамических материалов. Сформулированы условия разрывов сопряженного электроупругого поля при переходе через внутренние электроды (электроды расположены в объеме тела) и берега трещин.

12.III.1980. Крекин А. И. (Тюмень) *Развитие и взаимосвязь некоторых приближенных методов решения задач линейной теории вязкоупругости.*

Рассматривается приближенный метод решения задач линейной теории вязкоупругости, согласно которому вязкоупругое решение получается из упругого заменой упругих характеристик соответствующими функциями релаксации и функциями ползучести.

Установлены приближенные зависимости между функциями вязкоупругости в изображениях и оригиналах. Построены оценки погрешностей и указана область применения. Предложенный метод применен к решению двух задач — о равновесии цилиндра, защемленного по внешнему контуру и загруженного переменным во времени внутренним давлением, о движении сосредоточенной силы по трехслойной вязкоупругой дорожной одежде. Результаты сопоставлены с точным решением и с решением по методу аппроксимаций.

19.III.1980. Никитин Л. В., Туманов А. Н. (Москва) *Анализ локального разрушения в армированном волокнами композите.*

Рассмотрена плоская модель локального разрушения в армированном короткими волокнами композитном материале. Модель представляет неограниченную упругую пластину с эффективными модулями композита, содержащую жесткий или упругий линейный элемент конечной длины — «волокно». Под локальным разрушением понимается разрыв волокна или отслоение на границе волокно — матрица.

Принимается, что волокно разрывается, если действующее в нем усилие достигает критического значения, и отслаивается от матрицы, если критического значе-

ния, и отслаивается от матрицы, если критического значения достигает коэффициент интенсивности касательных напряжений на границе волокно — матрица.

Методами плоской теории упругости находится напряженное состояние в пластине с целым или разорванным волокном, нагружаемой на бесконечности в направлении волокна.

Определена характерная для композита длина, такая, что волокна большей длины с ростом нагрузки разрываются в центре, а меньшей — отслаиваются от матрицы вблизи концов.

Изучено поведение композита после обоих видов локального разрушения. В зависимости от параметров композита определены длины отслоения для целого и так называемая неэффективная длина для разорванного волокна. Исследована концентрация напряжений, порождаемая разрывом волокна.

Рассмотрено влияние сухого трения на отслоившейся поверхности и упругости волокна на напряженное состояние пластины. Обсуждается вопрос о постановке критериев локального разрушения в случае учета трения.

2.IV.1980. Кийко И. А. (Москва). *О разрушении в процессах пластического течения.*

Разрушение материала в процессах развитого формоизменения происходит вследствие накопления недопустимо больших (критических) уровней деформаций. Экспериментально обнаружено существование предельной пластичности — степени деформаций. Экспериментально обнаружено существование предельной пластичности — степени деформации, накапленной частицей, к моменту разрушения в условиях простого нагружения при постоянной температуре и скорости деформации. Показано, что существует по крайней мере две функции предельной пластичности, соответствующих разрушению при растяжении и сдвиге. В докладе предложен вариант теории, в котором (в отличие от имеющихся подходов) учтено последнее обстоятельство.

Введено понятие тензора пластичности, который строится как функционал, линейно-зависящий от тензора скоростей деформаций. В качестве меры пластичности принята интенсивность этого тензора, критерием разрушения считается условие обращения меры пластичности в единицу. Два (в простейшем случае) отличных от нуля ядра в функционалах тензора пластичности определяются из условий, что опыты на растяжение и сдвиг описываются линейными критериями исчерпания пластичности. Рассмотрены примеры, в которых предложенная теория лучше, чем имеющиеся, описывает результаты экспериментов.

9.IV.1980. Тарлаковский Д. В. (Москва). *Нестационарные задачи динамики толстостенной сферы, соприкасающейся с упругими или акустическими средами.*

Построено точное аналитическое решение в рядах по полиномам Лежандра внешних и внутренних задач о взаимодействии нестационарных волн (плоских или сферических) с толстостенной упругой сферой, окруженной и заполненной упругими средами. Решение строится на базе уравнений движения однородных изотропных линейно-упругих сред.

Выведено общее решение гиперболического уравнения, получающегося из волнового уравнения в сферических координатах при наличии осевой симметрии, при помощи разложения последнего в ряды по полиномам Лежандра. Общее решение, выраженное через линейную комбинацию производных произвольных функций, исщется с помощью сведения исходного уравнения к уравнению Эйлера — Дарбу. Показана связь полученного интеграла с другими представлениями решения.

Предложено находить коэффициенты разложения в ряды по полиномам Лежандра компонентов напряженно-деформированного состояния в виде суперпозиции «обобщенных сферических волн» с использованием преобразования Лапласа по времени. Указан точный алгоритм нахождения оригиналов для класса функций, соответствующих исследуемым задачам. При этом используются некоторые рекуррентные соотношения.

Найдены новые представления переходных функций для задач дифракции акустических волн на сферических препятствиях.

На основании решения общей задачи исследованы различные предельные случаи, в том числе некоторые новые задачи о радиальных колебаниях.

16.IV.1980. Березин А. В. (Москва). *О варианте теории пластичности, учитывающем образование и рост микродефектов.*

Рассматривается вариант теории пластичности, учитывющий образование микродефектов и изменение их размеров в процессе деформирования. На основе модели Батдорфа — Будянского получены характерные особенности деформирования таких

дефектных материалов, а именно: направленное образование дефектов, снижение касательных модулей по сравнению с бездефектными материалами, образование локального сдвига, зависимость деформационных характеристик от вида напряженного состояния. Приводится сравнение с экспериментальными результатами, полученными на пористых материалах при плоском напряженном состоянии при пропорциональном нагружении. Исследованы непропорциональные пути нагружения в таких материалах. Получена зависимость возникновения локального сдвига от пути нагружения. Приведены соотношения теории пластичности с использованием понятия поверхности нагружения и постулата Друккера — Ильюшина.

7.V.1980. Сковорода А. Р. (Москва) *О динамике жесткопластических пластин.*

На основе модели жесткого идеально пластического материала с учетом ограниченности его сопротивления сдвигу рассмотрены задачи двух типов.

В первом случае исследовано поведение опертой по внешнему краю и свободной по внутреннему кольцевой пластинки под действием равномерно распределенной поперечной нагрузки и защемленной по внутреннему краю кольцевой пластинки в случае, когда нагрузка приложена по кольцу вблизи свободного внешнего края. Показано, что для достаточно высоких (по сравнению с предельно статической) нагрузок поперечный сдвиг существенно влияет на характер динамического поведения и остаточные прогибы пластинки.

Во втором случае рассмотрен нормальный удар по пластине жестким ударником в виде цилиндра с выпуклой, но пологой головной частью. Учитываются как сдвиг в окрестности ударника, так и изгиб внешности пластинки. Определена начальная скорость ударника, необходимая для пробивания пластинки. Проведены сравнения с результатами известных экспериментов.

14.V.1980. Кравчук А. С. (Москва). *Вариационный метод решения контактных задач.*

В докладе изложены результаты по проблеме контакта твердых деформируемых тел, полученные на основании вариационной теории систем с односторонними связями.

Дан анализ граничных условий в зоне возможного контакта, построены вариационные неравенства, отвечающие различным контактным задачам, и выяснено, в каких случаях вариационные неравенства переходят в задачи нелинейного программирования.

Построено обобщение теории на геометрически нелинейные задачи.

Рассмотрены контактные задачи с учетом трения на поверхности соприкосновения в условиях переменности зон контакта, склеивания и скольжения: построены вариационные неравенства, указан метод последовательных приближений и изучены условия сходимости.

Проведена адаптация методов решения задач нелинейного программирования к решению контактных задач; особое внимание уделено методам, основанным на идее двойственности — перехода к эквивалентным вариационным формулировкам с использованием преобразования Юнга, попутно здесь получен набор вариационных принципов.

Методом конечных элементов изучен ряд конкретных плоских и осесимметричных задач, методом матрицы Ильюшина — задача о погружении шероховатого шарового штампа и о качении шара по границе полупространства.

Методом конечных элементов в сочетании с методом шагов (приращений) построены решения плоской вязкоупругой контактной задачи и задачи о сжатии прямогоугольника двумя круговыми штампами в условиях геометрической нелинейности.

21.V.1980. Шипарев О. А. (Новополоцк) *Эффекты ползучести и разгрузок в опытах по пластичности.*

На тонкостенных трубчатых образцах нержавеющей стали 1Х18Н10Т исследовалась ползучесть за пределами упругости (при комнатной температуре) и некоторые другие закономерности, связанные с разгрузками. При исследовании ползучести нагружение образцов осуществлялось гирами, причем для каждого образца использовались гиры одинакового веса. Установлено, что «мгновенная» полная деформация (деформация, возникающая сразу после приложения гиры) для всех случаев скоростей нагружения составляла примерно лишь десятую часть всей деформации, отвечающей данному приращению напряжений.

Было проведено (с учетом влияния ползучести) исследование скалярных свойств для траекторий деформации в виде двухзвенных ломаных с углами излома от 90

до  $180^\circ$  (начальные звенья создавались закручиванием образцов). Выявлено, что кривые  $\sigma_i-\vartheta$ , полученные для траектории с углами излома от  $90$  до  $125^\circ$ , после исчерпания следа запаздывания скалярных свойств совпадали с кривой  $\sigma_i-\vartheta$  для кручения.

По допуску на пластическую деформацию в  $0.025\%$  была построена граница нагружения, отвечающая образцам, закрученным до  $\vartheta_2=1.6\%$ . В работе подтвердились полученные ранее данные о том, что нарастание пластических деформаций с ростом интенсивности напряжений (характеризующиеся  $K=\delta\vartheta^p=\delta S$ ) существенно изменяется вдоль границы нагружения. Наибольшего значения  $K$  достигает возле точки нагружения; наименьшего (на два порядка) — при пересечении тыльной части границы.

21.V.1980. Троицкий О. А., Калымбетов П. У. (Москва) *Зависимость электронно-пластического эффекта в цинке от длительности отдельных импульсов тока.*

Показано, что нетермическая и непондермоторная часть действия электрического тока на процесс релаксации напряжений в кристаллах цинка возрастает пропорционально длительности импульсов тока. Полагается, что это свидетельствует о динамической природе электронно-пластического эффекта (ЭПЭ), включающей передачу импульса силы со стороны дрейфующих электронов на деформируемую решетку. Установлено, что скорость релаксации напряжений изменяется также пропорционально длительности импульсов тока.

Показано, что смена направления тока в кристаллах приводит к дополнительной релаксации. Эффект максимальен в области предела текучести кристаллов. Вместе с тем установлено, что биполярные импульсы вызывают уменьшение эффекта по сравнению с монополярными импульсами одинаковой суммарной площади импульсов (одинаковом количестве электричества).

4.VI.1980. Осадчук В. А. (Львов) *Прочность и деформативность оболочек с разрезами-трещинами.*

Разработан аналитический метод решения задач о напряженном состоянии изотропных и анизотропных оболочек с системами разрезов различной длины. Метод основан на использовании аппарата обобщенных функций и сопоставлении оболочки с разрезами идентичной сплошной оболочки, находящейся под воздействием поля дисторсий, сосредоточенного по линиям, соответствующим расположению каждого разреза и характеризующего скачки перемещений и углов поворота на этих линиях. При этом исходными могут быть уравнения общей моментной теории оболочек, построенной на гипотезах Кирхгофа — Лява, а также уравнения уточненных классических теорий оболочек.

Для изотропных и трансверсально-изотропных замкнутых цилиндрических оболочек построены критериальные соотношения, определяющие переход материала оболочки в окрестности продольных и поперечных трещин в предельное состояние.

*Победря Б. Е.*

Технический редактор Т. В. Скворцова

Сдано в набор 05.11.80 Подписано к печати 05.02.81 Т-09237 Формат бумаги  $70 \times 108^{1/16}$   
Высокая печать Усл. печ. л. 18,2 Уч.-изд. л. 19,1 Бум. л. 6,5 Тираж 1591 экз. Зак. 3740

Издательство «Наука», 103717, ГСП, Москва, К-62, Подсосенский пер., 21  
2-я типография издательства «Наука», 121099, Москва, Шубинский пер., 10