7. *Браславский Д. А., Петров В. В.* Точность измерительных устройств. М., «Машиностроение», 1976.
8. *Боднер В. А.* Системы управления летательными аппаратами. М., «Машиностроение», 1973.
9. *Гильбо Е. П., Челпанов И. Б.* Обработка сигналов на основе упорядоченного выбора. «Сов. радио», 1976.

УДК 531.383

О ПОПРАВОЧНЫХ КОЭФФИЦИЕНТАХ, УЧИТЫВАЮЩИХ НЕСТАЦИОНАРНОСТЬ ПРОФИЛЯ СКОРОСТИ В КОЛЕБЛЮЩИХСЯ ПОДДЕРЖИВАЮЩИХ СЛОЯХ ЖИДКОСТИ ПОПЛАВКОВЫХ ПРИБОРОВ

К. П. АНДРЕЙЧЕНКО, А. Б. СМАРУНЬ

(Саратов)

Получены аналитические выражения поправочных коэффициентов, учитывающих при нахождении градиента давления в колеблющемся поддерживающем слое жидкости влияние зависимости профиля скорости от частоты колебания.

1. В работе [1] показано, что при малых поступательных колебаниях поплавка относительно поплавковой камеры реакция тонкого поддерживающего слоя жидкости, приложенная к поплавку, обусловлена в основном градиентом давления в вынужденном течении жидкости вдоль зазора между стенками поплавка и камеры

$$\frac{dP}{dx}=-\gamma\frac{12}{h^2}\mu\langle V\rangle-\alpha\rho\frac{d\langle V\rangle}{dt} \tag{1.1}$$

Здесь p — давление, x — направление вдоль течения, h — расстояние между стенками, μ и ρ — соответственно динамическая вязкость и плотность жидкости, $\langle V\rangle$ — осредненная по сечению зазора скорость вынужденного колебания жидкости по оси x вдоль зазора, α и γ — поправочные коэффициенты, учитывающие влияние зависимости профиля скорости жидкости от частоты колебания слоя жидкости.

Нахождение поправочных коэффициентов α и γ представляет известную трудность. Например, в работе [1] зависимости α и γ от параметра $\beta=h(\omega/2\nu)^{1/2}$ (ω — частота колебаний слоя жидкости, ν — кинематическая вязкость жидкости) приведены только в виде графиков.

Найдем аналитические выражения поправочных коэффициентов α и γ. Исследуем ламинарное течение вязкой несжимаемой жидкости между двумя параллельными неподвижными стенками под действием меняющегося по гармоническому закону $-(1/\rho)(dp/dx)=ae^{-i\omega t}$ градиента давления. Следуя работам [1, 2], представим скорость жидкости вдоль направления зазора x (ось x делит зазор пополам) в виде

$$V=f\langle V\rangle \tag{1.2}$$

где f — характеризует профиль скорости жидкости в поперечном направлении y:

$$f=\frac{1}{D}\left[1-\frac{1}{E}\left(e^{iky}+e^{-iky}\right)\right],\qquad E=e^{ikh/2}+e^{-ikh/2} \tag{1.3}$$

$$D=1+\frac{1+i}{\beta E}\left(e^{ikh/2}-e^{-ikh/2}\right),\qquad k=(1+i)\left(\frac{\omega}{2\nu}\right)^{1/2}$$

Подставляя (1.2) в уравнение движения жидкости [2]

$$\frac{\partial V}{\partial t}=-\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx}+\nu\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}$$

с учетом очевидного из работы [1] равенства $d\langle V\rangle/dt=-i\omega\langle V\rangle$ имеем

$$\frac{dp}{dx}=\rho\langle V\rangle\left(\nu\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}+i\omega f\right) \tag{1.4}$$

Градиент давления $dp\,/\,dx$ в рассматриваемом плоскопараллельном течении должен быть величиной постоянной в поперечном сечении, т. е. не зависящей от переменной y. Подставляя (1.3) в (1.4), легко убедиться, что градиент давления $dp\,/\,dx$ действительно не зависит от y и равен

$$dp\,/\,dx = i\omega\langle V\rangle\rho A + \omega\rho\langle V\rangle B \tag{1.5}$$

$$A = \frac{a}{a^2+b^2},\quad B = \frac{b}{a^2+b^2},\quad a = 1 + \frac{1}{\beta}(c_1-c_2)$$
$$b = \frac{1}{\beta}(c_1+c_2),\quad c_1 = -\frac{\operatorname{sh}\beta}{\operatorname{ch}\beta+\cos\beta},\quad c_2 = \frac{\sin\beta}{\operatorname{ch}\beta+\cos\beta} \tag{1.6}$$

Принимая во внимание соотношения

$$i\omega\langle V\rangle = -\frac{d\langle V\rangle}{dt},\qquad \omega\rho\langle V\rangle B = \frac{1}{\beta^2}\,\omega\rho\langle V\rangle B\beta^2 = \frac{2B}{h^2}\,\beta^2\mu\langle V\rangle$$

из (1.5) окончательно получаем выражение градиента давления в форме (1.1), где поправочные коэффициенты имеют вид

$$\alpha = A,\qquad \gamma = -{}^1/_6\beta^2 B \tag{1.7}$$

Результаты расчетов по формулам (1.7) даны в табл. 1.

2. Исследуем вынужденные линейные колебания сферического поплавка радиуса R_2 относительно сферической камеры радиуса R_1, обусловленные вибрацией корпуса прибора. Согласно [1], запишем уравнение малых установившихся колебаний внутренней сферы на поддерживающем слое жидкости

$$(M+m_2)\,\xi^{\cdot\cdot} + k_1\xi^{\cdot} + n\xi = (m-m_2)\,W_m\sin\omega t,\qquad M = \alpha\frac{2}{3}\pi\rho\frac{R_2^4}{\delta}$$
$$K_1 = \gamma 8\pi\mu\frac{R_2^4}{\delta^3},\qquad m = \frac{4}{3}\pi R_2^3\rho,\qquad \xi \ll \delta = R_1 - R_2,\qquad \beta = \delta\left(\frac{\omega}{2\nu}\right)^{1/2} \tag{2.1}$$

Здесь $W_m\sin\omega t$ — ускорение переносного движения корпуса прибора, ξ — перемещение центра поплавка от центра камеры вдоль линии центров, m_2 — масса поплавка, M — присоединенная к поплавку масса жидкости, k_1 — коэффициент демпфирования, n — упругая жесткость устройств, центрирующих внутреннюю сферу относительно камеры, m — масса вытесняемой поплавком жидкости.

Рассмотрим случай при весьма малой жесткости центрирующих устройств, т. е.

$$n\,/\,(m_2+M) \ll \omega^2 \tag{2.2}$$

Из уравнения (2.1) при условии (2.2) получаем амплитуду установившихся колебаний внутренней сферы относительно камеры

$$\xi_m = \Pi(\omega)\,y_m,\quad \Pi(\omega) = \frac{\eta}{(1+\psi^2)^{1/2}},\quad \eta = \frac{m-m_2}{m_2+M},\quad \psi = \frac{k_1}{(m_2+M)\,\omega},\quad y_m = \frac{W_m}{\omega^2} \tag{2.3}$$

y_m — амплитуда колебаний корпуса прибора, $\Pi(\omega)$ — амплитудно-частотная характеристика подвеса.

Обозначим $m-m_2 = k_T m$, где k_T — коэффициент, характеризующий остаточную плавучесть внутренней сферы. Тогда $\Pi(\omega)$ представится в виде

$$\Pi(\omega) = 2k_T\frac{\delta}{R_2}\,q,\qquad q = \left(\alpha^2+\gamma^2\frac{36}{\beta^4}\right)^{-1/2} \tag{2.4}$$

Введем упрощающее предположение

$$\alpha = \gamma = 1 \tag{2.5}$$

При этом имеем приближенное значение амплитудно-частотной характеристики подвеса

$$\Pi_1(\omega) = 2k_T\frac{\delta}{R_2}\,q_1,\qquad q_1 = \left(1 + \frac{36}{\beta^4}\right)^{-1/2} \tag{2.6}$$

Таблица 1

β	α	γ
0.4	1.2000	1.0000
0.6	1.2000	1.0001
0.8	1.2000	1.0002
0.9	1.2000	1.0003
1.0	1.1999	1.0005
2.0	1.1990	1.0076
3.0	1.1951	1.0370
4.0	1.1859	1.1075
5.0	1.1709	1.2255
6.0	1.1528	1.3771
7.0	1.1353	1.5412
8.0	1.1201	1.7061
9.0	1.1077	1.8696
10	1.0976	2.0328
12	1.0820	2.3606
14	1.0706	2.6902
16	1.0619	3.0206
18	1.0552	3.3517
20	1.0497	3.6832
30	1.0333	5.3444
40	1.0250	7.0083
50	1.0200	8.6733
100	1.0100	17.0030

Таблица 2

β	q	q_1
0.4	0.0267	0.0267
0.6	0.0598	0.0599
0.8	0.1058	0.1061
0.9	0.1332	0.1338
1.0	0.1634	0.1644
2.0	0.5184	0.5547
3.0	0.7243	0.8321
4.0	0.7959	0.9363
5.0	0.8283	0.9724
6.0	0.8507	0.9864
7.0	0.8689	0.9926
8.0	0.8838	0.9956
9.0	0.8958	0.9972
10	0.9055	0.9982
12	0.9204	0.9991
14	0.9313	0.9995
16	0.9396	0.9997
18	0.9461	0.9998
20	0.9513	0.9999
30	0.9672	1.0000
40	0.9753	1.0000
50	0.9802	1.0000
100	0.9901	1.0000

Отклонение $\Pi_1(\omega)$ от $\Pi(\omega)$ определяется отклонением коэффициента q_1 от коэффициента q. Значения этих коэффициентов в зависимости от β приведены в табл. 2. Как видно в табл. 2, наибольшее отклонение величины q_1 от q наблюдается при $3<\beta<7$. Однако относительное значение этого отклонения остается менее 18%.

Анализируя совместно выражения (2.6) и (2.4), получаем, что при низкой и при высокой частотах колебаний значения коэффициентов q_1 и q можно считать практически совпадающими, т. е. $q_1 \approx q \approx {}^1/_6\beta^2$ при $\beta \leqslant 1$; $q_1 \approx q \approx 1$ при $\beta > 20$.

Таким образом, для приближенных технических расчетов можно принять, что поправочные коэффициенты α и γ равны единице ($\alpha=\gamma=1$) и, следовательно, не зависят от частоты пульсации жидкости в поддерживающем слое. В силу этого при отыскании градиента давления вдоль зазора и реакции поддерживающего слоя жидкости в случае произвольно изменяющегося во времени поступательного перемещения поплавка относительно камеры учет инерционных сил в дифференциальном уравнении движения жидкости в тонком слое можно приближенно производить прямой подстановкой в инерционные члены осредненной по сечению зазора скорости жидкости.

Поступила 18 XII 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. *Андрейченко К. П.* К теории жидкостного демпфирования в поплавковых приборах. Изв. АН СССР. МТТ, 1977, № 5.
2. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Механика сплошных сред. М.– Л., Гостехиздат, 1944.