

## О ДИНАМИКЕ ФРОНТОВ РАЗРУШЕНИЯ В ХРУПКИХ ТЕЛАХ

В. Н. НИКОЛАЕВСКИЙ

(Москва)

Расчетные модели распространения фронтов множественного разрушения хрупких материалов сопоставляются с опытными данными. Известному режиму предельного разрушающего напряжения противопоставляется режим предельной скорости фронта разрушения. При этом переменность скорости фронта разрушения обусловлена предфронтальным движением материала и его сжатием за фронтом ударной волны, ушедшей вперед от фронта разрушения. В плоских ударных волнах при режиме предельной скорости фронта разрушения амплитуда упругого предвестника переменна, что объясняет неопределенность превышения гюгониевского предела упругости над статической прочностью.

Отмечена аналогия задачи о волне сжатия и задачи о самоподдерживающемся хрупком разрушении. Различие в скоростях фронтов нагружения и разрушения объясняет возможность динамических перегрузок материалов и «запаздывание» разрушения при отколах. Обсуждается рост системы внутренних трещин, соответствующий модели дилатансионного рыхления материала. Отмечено, что известный закон энергетического подобия при взрыве соответствует выражению прочности в напряжениях, а не выражается через гриффитсовскую энергию образования трещин.

В [1] рассмотрена любопытная задача о плоской волне хрупкого самоподдерживающегося разрушения. Потенциальная энергия первоначального сжатия считалась превосходящей некоторый критический уровень, хотя начальное напряженное состояние и не достигало предела прочности материала. Для фронта разрушения, уходящего в глубь массива от разгруженного сечения, составлялись уравнения баланса массы и импульса как для сильного разрыва. Дополнительно привлекался и баланс энергии на фронте разрушения, причем предполагалось, что внутренняя энергия не обладает тепловой частью. Энергетический баланс использовался [1] для оценки интенсивности дробления. Главным элементом решения [1] было замыкание соотношений на фронте разрушения предельным условием для скорости самого фронта. Приравнивание этой скорости к скорости продольных волн (звука) в материале соответствовало однофронтальной структуре волны разрушения при разгрузке.

Хрупкое разрушение может происходить, как известно, и в плоских волнах нагружения. Для анализа последних были предложены решения [2], построенные по аналогии с динамической пластичностью металлов [3] и отвечающие представлениям о достижении перед фронтом предельного напряженного состояния, соответствующего прочности материала в статических условиях. Волна разрушения при сжатии имела двухфронтальную структуру: вперед уходил упругий предвестник, а за ним шел фронт разрушения. Эксперименты подтвердили двухфронтальную структуру, но показали необходимость использования особого гюгониевского предела упругости, превышающего статическое значение прочности [2].

Замыкание соотношений на фронте разрушения предельным условием для предфронтальных напряжений было использовано и при расчетах взрыва в горных породах. При этом были учтены отличия, характерные для хрупкого разрушения, — как-то особое поведение разрушенного материала за фронтом радиальных трещин [4], наличие сильного разрыва на фронте разрушения [5], возможность разрушения «на раздавливание» [6]. Формулировка, объединяющая эти представления и учитывающая разрушение «сколом», дана в [7]. Существенно, что при таком подходе скорость фронта переменна и нигде в области движения материал не может выдерживать напряжений, превосходящих его предел прочности.

<sup>1</sup> Условия прочности «на раздавливание» и «сколом» при плоских одномерных движениях формулируются одинаково, а при других видах движения не эквивалентны.

Известны также работы, в которых баланс энергий использовался как независимое дополнительное и критериальное соотношение [8, 9] на фронте разрушения. А именно, в него вводилась фиксированная величина затраты механической работы на разрушение и, кроме того, перед фронтом считалась достигнутой предельная деформация разрушения [8]. Скорость фронта разрушения превращалась в величину, определяемую из самих соотношений на фронте. По этому поводу заметим, что введение баланса энергий на сильном разрыве всегда связано с вычислением приращений таких параметров, как энтропия или температура. Эти приращения различны для разных интенсивностей разрыва. Поэтому полная затрата механической энергии на фронте разрушения не является, вообще говоря, константой материала или процесса разрушения. Есть и другое соображение. Пусть даже тепловые эффекты на сильном разрыве пренебрежимо малы, а затрата на разрушение — постоянная материала (вообще говоря, она зависит от скорости роста трещин). При этом в предельном случае бесконечно малой затраты на разрушение расчетная схема [8, 9] должна соответствовать случаю ударной волны в баротропных материалах. Однако скорость такой волны находится, как известно, без привлечения энергетических балансовых соотношений на фронте.

В данной работе на основе опытных данных построена модель динамического разрушения, которая существенно развивает основную идею [1] о замыкании соотношений на фронте разрушения равенством скорости фронта некоторой предельной величине. А именно, выбор в качестве последней предельной скорости роста трещин, меньшей, чем скорость звука, не только соответствует наблюдаемой двухфронтальной структуре волны разрушения, но и объясняет возможность кратковременных «динамических перегрузок» материала.

1. Дадим анализ ряда опытных данных. Наиболее эффективно динамику фронта трещин удается изучать в лабораторных опытах по камуфлетному взрыву зарядов в прозрачных монолитных блоках [10-13].

Опыты с плексигласом [10] свидетельствуют о том, что фронт образования радиальных трещин идет со своей собственной скоростью, отличной от скорости ударной волны. Величина этой скорости «вероятно, определяется распространением некоторой фазы растягивающих азимутальных напряжений, а не собственной скоростью развития трещин» [10]. Именно поэтому в теории [4-7] взрыва в хрупких горных породах перед фронтом разрушения выполнено условие предельного разрушающего напряжения  $f(\sigma_{ij}^-) = \sigma_*$ , формулируемое относительно компонент тензора напряжений  $\sigma_{ij}$ . Здесь  $\sigma_*$  — константа, соответствующая прочности материала (предполагается в статических условиях). В частности, при образовании радиальных трещин  $\sigma_{\theta}^- = \sigma_*$ . Это условие замыкает систему балансовых соотношений (массы и импульса):

$$\rho^+(u^+ - c_F) = \rho^-(u^- - c_F) \quad (1.1)$$

$$\rho^+ u^+ (u^+ - c_F) - \sigma_n^+ = \rho^- u^- (u^- - c_F) - \sigma_n^-$$

выполняемых на фронте как на сильном разрыве. Здесь  $u$  — нормальная компонента массовой скорости,  $\sigma_n$  — нормальное к фронту усилие, индексы плюс и минус соответствуют за- и предфронтальным значениям параметров. Реология материала перед скачком и за скачком считается известной (плотности  $\rho^+$ ,  $\rho^-$  могут быть выражены через другие параметры движения). Скорость фронта  $c_F$  оказывается непрерывно меняющейся и подбирается из условия сшивки с решениями вне скачка.

С другой стороны, эксперименты А. П. Сухотина и С. Д. Викторова ([11], стр. 55-60) со стеклом К-8 показали, что при  $r > 2r_0$  (где  $r_0$  — начальный радиус взрывной полости) скорость фронта разрушения практически постоянна:  $c_F = (1.6-1.8) \cdot 10^3$  м/с (это составляет примерно половину скорости поперечной волны).

Далее, в опытах [11-13] с канифолью было выявлено, что перед фронтом разрушения достигаются напряжения, в несколько раз превышающие величину статической прочности. Отсюда следовал вывод [13], что прочность хрупких материалов в динамике иная, нежели в статике, и были проведе-

ны соответствующие расчеты динамического предела прочности (в функции от напряженного состояния). Вместе с тем в тех же опытах [12] отмечалось, что скорость  $c_F$  фронта радиальных трещин в диапазоне  $10r_0 < r < 20r_0$  (где  $r_0$  — начальный радиус взрывной полости) составляет 0.4 с, что «практически совпадает со скоростью рэлеевских волн», которая была в данном случае  $c_R = 0.41$  с. Здесь  $c$  — скорость продольных волн ( $2.37 \cdot 10^3$  м/с). В указанном интервале расстояний массовая скорость во взрывной волне имела порядок 10 м/с. Был сделан вывод [13], что фронт распространяется с предельной скоростью роста трещин отрыва под действием растягивающих азимутальных напряжений.

Согласимся с этим утверждением. Однако если его принять, то необходимо отказаться от критического условия  $\sigma_0^- = \sigma_*$  на самом фронте разрушения. В самом деле, если скорость фронта разрушения равна предельной скорости [14] трещин  $N$  относительно материала (это весьма существенное добавление к [12, 13]), т. е.  $\dot{c}_F - u^- = N$ , то это условие замыкает систему (1.1) вместо условия  $f(\sigma_{ij}^-) = \sigma_*$ . В случае радиальных трещин  $N = c_R$  — скорости волны Рэлея. Поскольку само значение  $N$  при весьма сильных изменениях напряженного состояния может несколько меняться, то, вообще говоря,  $N = c f(\sigma_{ij}^-)$ . Предположение о зависимости  $\sigma_*$  от скорости деформирования становится излишним. Если же пытаться подбирать «динамическое» значение  $\sigma_*$ , то оно может значительно меняться при заметных изменениях заряда ВВ.

Меняющимся параметром, подбираемым из условия сшивки скачка с решениями вне него, будет предфронтальное напряжение  $\sigma_n^-$ . Критерий разрушения — необходимый, но еще не достаточный — принимает вид  $f(\sigma_{ij}^-) \geq \sigma_*$ , и он должен быть выполнен в зоне перед фронтом разрушения. Другими словами, при предельной скорости распространения фронта разрушения, вплоть до момента подхода этого фронта, хрупкий материал должен испытывать действие напряжений, соответствующих или превышающих его статическую прочность. Разница в скоростях движения границы зоны  $f(\sigma_{ij}^-) \geq \sigma_*$  и фронта разрушения определяет ненулевое кажущееся «время разрушения» или же время его «запаздывания».

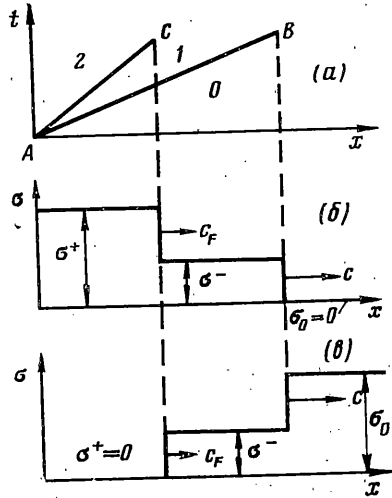
Вначале, после разделения фронтов ударной волны и разрушения, как это утверждают авторы [10–13], скорость фронта радиальных трещин является переменной величиной. Но если учесть, что  $N$  необходимо вычислять относительно движущегося материала среды, то оказывается, что в опытах [12, 13] в интервале расстояний  $4r_0 < r < 10r_0$  выполнялся также режим  $c_F - u^- = N$  предельной скорости фронта разрушения. Действительно, здесь порядок массовой скорости оценивается в  $10^2$  м/с, что согласуется с измерениями  $c_F$  в 1200 м/с, поскольку  $c_R = 1000$  м/с. Сколовое разрушение, которое также имеет свою предельную скорость, в этих опытах, возможно, шло по материалу, уже разбитому радиальными трещинами.

В опытах [10] отмечалось, что на расстояниях  $r$  от  $3r_0$  до  $5r_0$  скорость фронта трещин спадала от 2000 до 500 м/с, а далее сохранялась равной 500 м/с. Зададимся значением  $c_F = 500 + u^-$  как предельным<sup>1</sup>. Оценки массовых скоростей составляют  $u^- = 100$  м/с при  $r = 5r_0$  и выше — при меньших  $r$ . Соображение о зависимости  $N(\sigma_{ij}^-)$  было использовано в [16] для объяснения скоростей трещин, больших  $c_R$ : трещины распространяются по материалу; сжатому ударной волной, и при вычислении  $c_R$  необходимо учитывать соответствующее возрастание скорости продольных волн  $c$ . Не исключено поэтому, что даже в опытах [10] реализовался режим предельной скорости фронта радиальных трещин.

<sup>1</sup> Измеренная для плексигласа предельная скорость трещины отрыва составляет 600–700 м/с, а при 400 м/с начинается ветвление трещин [15].

До расстояний  $4r_0$  в опытах [12, 13] и  $3r_0$  в опытах [10] фронт разрушения не отставал от фронта ударной волны, движущегося со скоростью  $D > c$ . В этом диапазоне либо зависимость  $N(\sigma_{ij}^-)$  столь сильна, что  $c_F = D$ , либо имеет место особый режим принудительно быстрого роста радиальных трещин (см., например, [17]), либо происходит смена механизма разрушения на другой, более быстрый. Только в этом случае, когда  $D > c$ ,  $f(\sigma_{ij}^+) \geq \sigma_*$  имеет место однофронтальная ударная волна разрушения.

2. Меньшее значение скорости фронта разрушения, чем скорость продольных волн, соответствует хорошо известной двухфронтной структуре ударной волны, когда скорость последней становится равной скорости упругого предвестника. Обратимся в этой связи к рассмотрению задачи о движении фронта хрупкого разрушения (линия  $AB$  на фигуре, где  $a$  — годограф) со скоростью, отличной от скорости упругого предвестника (линия  $AC$  на фигуре, где  $b$  — нагрузка,  $v$  — разгрузка).



В зоне 0 имеем условия покоя

$$u=0, \rho=\rho_0, \sigma_{11}=\sigma_{22}=\sigma_{33}=\sigma_0 \quad (2.1)$$

На фронте упругого предвестника выполняются следующие соотношения:

$$\rho^-(u^- - c) = -\rho_0 c, \quad -\rho_0 c u^- - \sigma^- = -\sigma_0 \quad (2.2)$$

где  $\sigma_{11} = \sigma$  и использовано приближение  $D = c$ . Тогда в зоне 1 упругого состояния параметры движения имеют следующие значения:

$$u^- = -\frac{\sigma^- - \sigma_0}{\rho_0 c}, \quad \frac{\rho^-}{\rho_0} = 1 - \frac{\sigma^- - \sigma_0}{\lambda + 2\mu}, \quad c = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho_0}} \quad (2.3)$$

где  $\lambda, \mu$  — коэффициенты Ламэ. На фронте хрупкого разрушения вновь выполнены условия баланса массы и импульса (1.1) при  $\sigma_n = \sigma$ . Из них следует, что в зоне 2 параметры движения будут определяться так:

$$\begin{aligned} u^+ &= u^- - (\sigma^+ - \sigma^-) / (\rho_0 c_F), \quad 1/\beta = \lambda + 2/3\mu \\ |\sigma_{11} - \sigma_{22}| &= 2\tau_{**}, \quad \sigma_{11} = \sigma^+ \\ \rho^+ / \rho_0 &= 1 - \beta(\sigma^+ - \sigma_0) \pm 4/3\beta\tau_{**} \end{aligned} \quad (2.4)$$

где  $\tau_{**}$  — предельное касательное напряжение, характеризующее материал в хрупко разрушенном состоянии.

Скорость  $c_F$  фронта разрушения определяется из первого уравнения (1.1)

$$c_F = \frac{\rho^+ u^+ - \rho^- u^-}{\rho^+ - \rho^-} = u^- + \frac{\rho^+ (\sigma^+ - \sigma^-)}{\rho^- (\rho^- - \rho^+)} \frac{1}{c_F - u^-}$$

или иначе

$$(c_F - u^-)^2 = \rho^+ (\sigma^+ - \sigma^-) / \rho^- (\rho^- - \rho^+) \quad (2.5)$$

Отсюда для полного решения задачи нужно либо задаться напряженным состоянием, т. е. фиксированным значением  $\sigma^-$  как разрушающим пе-

ред фронтом  $AB$ , а  $c_F$  находить из решения, либо задаться скоростью фронта разрушения  $c_F$ , а напряжение  $\sigma^-$  перед фронтом разрушения будет искомым. В этом суть различия между режимом предельного разрушающего напряжения и режимом предельной скорости разрушения.

3. При традиционном первом режиме [2-7] перед фронтом разрушения выполнено условие разрушения сколом:  $|\sigma_{11} - \sigma_{22}| = 2\tau_*$ , т. е.

$$\sigma^- = \sigma_0 \pm (\lambda + 2\mu) \tau_*/\mu \quad (3.1)$$

Тогда для массовой скорости в зоне  $I$  имеем

$$u^- = \mp (\lambda + 2\mu) \tau_*/(\rho_0 c \mu) = \mp \tau_* c/\mu \quad (3.2)$$

Что касается скорости фронта разрушения  $c_F$ , то из формулы (2.5) следует

$$c_F - u^- = c_v^+ \left( 1 \pm \frac{^{4/3}(\tau_* - \tau_{**})}{\sigma^+ - \sigma^-} \right)^{-1/2} = c_* \quad (3.3)$$

где  $c_v^+ = c_v(\rho^+/\rho^-)^{1/2}$ ,  $c_v = (\beta\rho^-)^{-1/2}$  — локальная объемная скорость,  $c_{v0} = (\beta\rho_0)^{-1/2}$  — ее значение в состоянии покоя,  $c_{v0}^2 = c^2 - ^{4/3}c_t^2$ ,  $c_t$  — скорость поперечных волн. Отсюда полная аналогия с динамической пластичностью достигается только при  $\tau_* = \tau_{**}$  и в отсутствие скачка плотности  $\rho^+ \approx \rho_0$ , когда  $c_* = c_v$ . В общем случае  $c_F$  меняется с амплитудой ударной волны, причем за счет изменений двух множителей в формуле (3.3).

Для ударных волн нагружения (сжатия исходного материала)  $\sigma^- - \sigma_0 < 0$ ,  $\sigma^+ - \sigma_0 < 0$ ,  $u^- > 0$  и в условиях (3.1)–(3.3) нужно выбирать нижний знак. Материал за фронтом упругого предвестника движется в одном с ним направлении, а для скорости фронта разрушения имеем

$$\text{sign}\{(c_F - u^-) - c_v^+\} = \text{sign}(\tau_* - \tau_{**}) \quad (3.4)$$

Другими словами, скорость фронта разрушения  $c_*$  меньше объемной скорости в материале, если  $\tau_* > \tau_{**}$ , что естественно для хрупкоразрушаемых материалов, и если увеличение плотности  $\rho^+$  за фронтом разрушения относительно невелико.

При самоподдерживающемся разрушении (задача Л. А. Галина и Г. П. Черепанова [1]) в материале распространяется волна разгрузки (растяжения исходного материала), т. е.  $\sigma^- - \sigma_0 > 0$ ,  $u^- < 0$  — частицы двигаются к разгруженной плоскости,  $\sigma^+ - \sigma_0 > 0$ , причем в формулах (3.1)–(3.3) нужно выбирать верхний знак. В частном случае, при  $\sigma^+ = 0$  и  $\rho^+ = \rho_0$  решение переходит в решение [18]. Режиму предельного разрушающего напряжения соответствует двухфронтальная структура волны разрушения, причем скорость фронта разрушения меньше объемной локальной скорости.

4. Рассмотрим теперь режим предельной скорости разрушения. При этом решение (2.1)–(2.5) замыкается условием  $c_F - u^- = N$ , где  $N$  — предельная скорость, но фиксированная для заданного материала и типа разрушения. Перед фронтом разрушения должно быть выполнено условие

$$\tau_d = \mu |\sigma^- - \sigma_0| (\lambda + 2\mu)^{-1} \geq \tau_* \quad (4.1)$$

Соотношение (2.5) принимает вид

$$\left( \frac{N}{c_v} \right)^2 = \frac{\rho^+}{\rho^-} \left( 1 \pm \frac{4}{3} \frac{\tau_d - \tau_{**}}{\sigma^+ - \sigma^-} \right)^{-1} \quad (4.2)$$

причем условие (4.1) соответствует условию  $N \leq c_* \leq c_v^+$ . Другими словами, скорость фронта разрушения будет меньше, чем та же скорость при режиме предельного напряжения, и меньше скорости  $c_v^+$  (а также локальной скорости  $c_v$ , если эффект изменения  $\rho^+$  относительно мал).

Величина  $\tau_d$  — так называемая «динамическая прочность» материала на сколовое разрушение. Покажем, что величина  $\tau_d$  не есть, однако, параметр материала, а меняется с амплитудой ударной волны, т. е. является характеристикой процесса. Выразив в соотношении (4.2) амплитуду ударного предвестника, согласно левой части (4.1), через  $\tau_d$ , получим

$$\left(1 \pm \frac{4}{3} \frac{\tau_d - \tau_{**}}{\sigma^+ - \sigma_0 + (\lambda + 2\mu) \tau_d \mu^{-1}}\right)^{-1} = \left(\frac{N}{c_v}\right)^2 \frac{\rho^-}{\rho^+} = \frac{1}{R} \quad (4.3)$$

где  $R$ , вообще говоря, также зависит от амплитуды  $\sigma^+ - \sigma_0$ . Разрешая (4.3) относительно  $\tau_d$ , получим

$$\tau_d = \frac{\tau_{**} \pm \sqrt{\tau_{**}^2 + \frac{3}{4}(\sigma^+ - \sigma_0)(R-1)}}{1 \pm \sqrt{\frac{3}{4}(\lambda + 2\mu)\mu^{-1}(R-1)}} \quad (4.4)$$

причем, как и выше, верхний знак соответствует волне нагружения, а нижний — волне разгрузки. Только при  $R=1$  выполнено равенство  $\tau_d = \tau_{**}$ . В общем случае  $\tau_d$  зависит от финитного напряжения в ударной волне. Разницу  $\tau_d - \tau_{**}$  следует называть динамической перегрузкой материала.

Предельной скоростью развития трещины продольного сдвига является сама скорость  $c_t$  поперечных волн, трещин поперечного сдвига — скорость волны Рэлея, которая весьма близка к  $c_t$  ( $c_R = 0.92c_t$  при  $\nu = 0.25$ , см., например, обзор Ф. Эрдогана [14]). Поэтому если применять условие хрупкого разрушения сколом в виде

$$f(\sigma_{ij}^-) = |\sigma_{11} - \sigma_{22}| \geq 2\tau_* \quad (4.5)$$

и считать, что при этом создается сеть однонаправленных трещин поперечного сдвига, то предельной скоростью распространения фронта подобного разрушения будет величина  $N \sim 0.6c_t$  (трещины растут под углом в  $45^\circ$  к направлению движения фронта). Если происходит сколовое разрушение, но критерий разрушения зависит от среднего давления (условие Мора — Кулона), то ориентация трещин по отношению к фронту разрушения будет несколько иной, а скорость  $N$  будет составлять иную долю от  $c_t$ , причем в волнах нагрузки и разгрузки разную. Заметим, впрочем, что условие Мора — Кулона в одномерных плоских волнах может и не достигаться — это зависит от коэффициента Пуассона в упругом случае или от дилатансии (см. ниже).

5. Скорость фронта разрушения, равная примерно половине скорости поперечных волн, может тем самым свидетельствовать, что в упомянутых опытах по взрыву в стекле К-8 (см. [11]) на фронте имело место сколовое разрушение, а уже за этим фронтом шел легко выявляемый фронт роста радиальных трещин. Другая интерпретация условия  $N \sim 0.5c_t$  следует из опытов Беньявского (см. обзор [19]), согласно которым именно при такой скорости происходит ветвление трещины.

Опыт А. А. Спивака и В. М. Цветкова (см. [11]) по самоподдерживающемуся разрушению (в цилиндрической симметрии) выявил двуфронтальную структуру волны разгрузки, причем данные о движении фронта разрушения вполне допускают следующую интерпретацию: скорость фронта практически постоянна ( $\sim 500$  м/с) и составляет примерно половину скорости поперечных волн.

Хотя экспериментальных данных о волновой картине при самоподдерживающемся плоском разрушении еще нет, имеется обширная литература по двуволновой структуре плоских волн нагружения [2, 20]. Фронт первой волны (упругий предвестник) идет действительно со скоростью, примерно равной скорости  $D \approx c$ . Согласно динамической упругопластичности, скорость второго фронта должна быть равной объемной скорости [2]. Это положение используется даже как критерияльное [20]: если скорость второго фронта оказалась в опытах ниже скорости объемных волн, то это должно выявлять фазовый переход в материале, который также приводит к двуфронтальной структуре. Амплитуда упругого предвестника должна быть равной и соответствовать статической прочности материала (см. (3.1)). За фронтом второй волны зависимость  $\sigma$  от удельного объема должна переходить в кривую гидростатического сжатия при «смещении по вертикали» на постоянную величину, равную  $\frac{4}{3}\tau_{**}$ .

Однако оказывается, что амплитуда упругого предвестника, как правило, соответствует особому гюгониевскому пределу упругости (HEL), превышающему статическую прочность. Значения HEL для пластичных металлов имеют порядок  $10^8$  Па, тогда как для хрупких материалов —  $10^9$  Па. Более того, HEL зависит от амплитуды удара. Для хрупко разрушаемых материалов также характерно особое «жидкостноподобное» поведение за фронтом второй волны: в вольфраме [21], в кварце [22], в кристаллах  $Al_2O_3$  [23],  $MgO$  [24]. Наиболее ярко этот эффект проявляется в кристаллах сапфира ( $Al_2O_3$ ): значения HEL меняются при ударах по разным осям анизотропии, но все состояния за вторым фронтом ложатся на одну кривую, причем «смещение по вертикали» равно нулю. Скорость фронта второй волны меньше объемной  $c_0$  [22, 23].

Таким образом, именно решение задачи о двухфронтальной волне по режиму предельной скорости разрушения в главных чертах соответствует HEL, причем четко зафиксирована [21, 23, 24] зависимость HEL от финитного напряжения в ударной волне (в опытах с кварцем [22] HEL менялся от 3.5 до 10 ГПа при статической прочности  $\sim 4$  ГПа). Опыты с вольфрамом также говорят о неопределенности HEL [21]. Жидкостноподобное поведение материалов соответствует условию  $\tau_{..} \approx 0$ , что должно приводить к снижению скорости  $c_F$  второго фронта по сравнению с  $c_0$ .

По данным для вольфрама [21], величина скорости  $c_F$  составляла  $3.5 \cdot 10^3$  м/с при комнатной температуре и  $3.1 \cdot 10^3$  м/с при 1223 К, что значительно меньше, чем  $c_0$  (соответственно  $4.02 \cdot 10^3$  и  $3.93 \cdot 10^3$  м/с). При этом скорость  $c_F$  определенно возрастала с амплитудой волны. В кварце [22] скорость фронта разрушения растет линейно с массовой скоростью  $w^+$ , как и в обычных ударных волнах, и превышает  $c_0$ . Это объясняется большей сжимаемостью кварца в раздробленном состоянии, чем в сплошном, и подтверждает вывод (ср. [16]), что скорость фронта разрушения  $N$  может меняться подобно другим характерным волновым скоростям. Тогда становится понятным и отмеченный в [25] рост скорости трещин при увеличении заряда ВВ. Наконец, уменьшение  $\tau_{..}$  в хрупко разрушаемом вольфраме [21] связано с более интенсивным дроблением материала при больших динамических нагрузках.

Предположение о зависимости  $\tau_{..}$  от среднего давления (критерий разрушения Мора — Кулона) при расчете по режиму предельного напряжения дает фиксированное значение для гюгониевского предела упругости (зависящее от коэффициента внутреннего трения) и не может объяснить связь динамической прочности с амплитудой плоской волны.

Плоские ударные волны в канифоли изучались Б. Г. Лукишовым и др. [41]. При амплитудах более 2.5 ГПа за фронтом ударной волны материал деформировался пластическим образом. При амплитудах от 0.4–0.6 до 2.5 ГПа среда дробилась во фронте самой ударной волны. При меньших амплитудах дробления в самом фронте ударной волны не происходит. Разрушение в хвостовой части волны было зафиксировано в опытах [26] по взрывам в дисках из гранита и мрамора. Скорость трещин достигала половины скорости поперечных волн, т. е. по оценке [26] скорости «почти равной предельной скорости распространения трещин». Указывалось, что вблизи заряда происходило сколовое разрушение, а вдали возникали трещины отрыва.

Конечная скорость радиальных трещин, равная 0.4  $c$ , некоторыми авторами [27] вводилась в оценочные расчеты взрывного движения. Считалось, что в интервалах времени между приходом упругой волны и трещин материал в рассматриваемой точке может выдержать разрушающее напряжение. Условие, выполняющееся на фронте трещин, в [27] не изучались, равно как и возможность динамических перегрузок.

6. Возникает естественный вопрос, как образуются трещины, слагающие фронт разрушения. Являются ли они магистральными, непрерывно растущими из зоны вхождения ударной волны в материал, или же они возникают на дефектах, позднее сливаясь в однонаправленное семейство сплошных трещин? Роль дефектов заметна при образовании радиальных трещин. Возникающие под действием растягивающих азимутальных напряжений эти трещины отрыва, ортогональные к фронту разрушения, в силу сферической симметрии случайным образом повернуты вокруг нормали к фронту. Это приводит к характерному игольчатому или пирамидальному виду осколков. Случайность контролируется распределением дефектов.

Рассеянное появление трещин в массиве характерно для разрушения откольного типа. В опытах по отколу [20, 28] было обнаружено, что при отражении плоской взрывной волны от свободной поверхности металла испытуемый образец выдерживает растягивающие напряжения, в 100 раз превышающие статический предел прочности на отрыв. Растяжение в отраженной волне действует в течение времени порядка  $10^{-6}$  с. За это время трещина, зародившаяся на каком-нибудь микродефекте, может пройти расстояние порядка 1 мм. Если диаметр испытуемого образца  $\sim 1$  см, то он может остаться внешне неразрушенным. Хотя трещина внутри возникла, образец показал необычно высокую прочность.

Только в том случае, если число мест зарождения трещин (микроразрушений) велико, при короткоимпульсном растяжении возможно образование системы трещин, разделяющей образец на части. Верно и обратное (и это было получено [20, 28]) — с уменьшением диаметра образца число дефектов также падает, а разрывающее удельное усилие растет, причем асимптотическая экстраполяция дает значения теоретической прочности  $E/(2\pi)$ , где  $E$  — модуль Юнга, соответствующие разрыву вдоль кристаллических плоскостей. Таким образом, впечатляющий факт о сверхпрочности металлов по отношению к кратковременным нагрузкам находится в соответствии с представлениями об эффекте конечной скорости роста трещин.

В упоминавшихся выше опытах [10] было также замечено, что при разрушении отколом «трещины, появившись, развиваются во времени», и это заставляет «пересмотреть часто используемое допущение о мгновенности разрушения материала». Отсюда вывод о необходимости «оценивать время разрушения». Не будем здесь останавливаться на работах, в которых время запаздывания разрушения вводилось как независимый параметр. Отметим лишь работу [29], в которой задавалось запаздывание начала разрушения, т. е. трещины не сразу появлялись после превышения статической прочности. Это приводило к пульсирующему характеру продвижения фронта разрушения, состоящему из интервалов движения (со скоростью больше скорости звука) и остановок. Автору известна только одна экспериментальная работа [30], в которой фиксировались остановки роста трещин при взрыве в диске из плексигласа. Скорость на интервалах движения была близка к  $c_R$ . Можно ли интерпретировать эти данные как свидетельство о локальном разрушении на фронте путем создания отдельных мелких трещин? Какое напряжение нужно для локального разрушения?

Обратимся к опытам [31], в ходе которых фиксировались сбросы напряжений в образце (кварцита, точнее — арканзаского новокулита), происходящие в момент возникновения откольной локальной трещины. Оказалось, амплитуда излучаемой при этом волны (см. также упомянутые опыты Бьяневского [19]) соответствует сбросу на величину статической прочности (на растяжение) монолитного образца. Поскольку трещина откола ветвилась, скорость ее приближалась к предельной. Продолжительность импульса растяжения  $\sim 10^{-6}$  с. За это время трещина достигала длины  $\sim 4$  мм, что при ширине образца в 1–3 см сохраняло его целостность (образец не разрушался). При амплитуде растяжения, на 50% превосходящей статическую прочность, возникла сеть трещин, приводящая к фрагментации образца, причем большая амплитуда приводила к более мелкому дроблению. Таким образом, при локальном разрушении на фронте разрушения последний должен излучать дополнительные упругие волны с амплитудой, пропорциональной статической прочности материала.

7. В [31] параметры роста трещин тем самым сводились к статически разрушающему напряжению, а не к гриффитсовской энергии на разрушение  $\gamma$ . Заметим в этой связи следующее. При камуфлетном взрыве наблюдается так называемое геометрическое подобие [32], если использовать в качестве линейного масштаба  $L$  величину  $[\epsilon/\rho c^2]^{1/2}$ , где  $\epsilon$  — энергия взрыва. Если бы характерным прочностным параметром было бы не напряжение  $\sigma$  (той же размерности, что и  $\rho c^2$ ), а энергия  $\gamma$ , затрачиваемая на образование новой свободной поверхности в массиве (имеющая размерность  $\rho c^2 \cdot L$ ), то линейный масштаб был бы иным.

В [9] отмечалась возможность введения следующего линейного масштаба для взрыва в идеально хрупком материале —  $[\epsilon(E\gamma)^{-1/2}]^{2/5}$ . Отсюда в тех случаях, когда выполняется геометрическое подобие по корню кубическому из энергии взрыва, либо параметром должна служить не  $\gamma$ , а прочность, выраженная в напряжениях, либо основные энергетические затраты взрыва в твердом теле идут не на хрупкое разрушение, а на пластическое трение в разрушенном материале.

Математической моделью, описывающей развитие внутренней системы трещин или изменение порового пространства в материале в условиях действия сухого трения, является упругопластическая дилатансионная модель [19, 32–35]. По этой модели необратимые деформации «пластические» в том смысле, что для их описания используются представления о мгновенной поверхности текучести  $f(\sigma_{ij}) = \sigma$  и закон течения (неассоциированный). Модель использует данные статических испытаний, а в применении к хрупким горным породам определяет начало дилатансионного предразрушения и постепенный рост внутренних трещин и пустот вплоть до масштабов испытываемых образцов [19, 35]. Учет сил сухого трения регулируется дилатансионным эффектом, поскольку диссипация энергии механического движения пропорциональна [33] разности  $\alpha - \Lambda$ , где  $\alpha$  — коэффициент внутреннего трения,  $\Lambda$  — скорость дилатансии. Дилатансия учитывает рыхление материала из-за роста трещинной пустотности. В частности, этот эффект объясняет радиальное расширение образцов горной породы стержневой формы при их соударении [34, 36].

Чтобы дилатансионная модель допускала динамические «перегрузки» материала, она должна быть модифицирована с использованием внутреннего масштаба



времени, имеющего порядок  $\Omega/N$ , где  $\Omega$  — расстояние между дефектами (см. [31]). Отсюда, чем больше дефектов, тем ближе статическая модель к динамической. Динамические и статические дилатационные кривые [37] для типичных горных пород расходятся на 10–20%. Умеренные расхождения поверхностей прочности для известняка зафиксированы в [38]. Подобные динамические поправки характерны для зависимости определяющих уравнений от скорости деформаций [39]. Им соответствует поиск связи «динамической прочности» со скоростью нагружения (ср. [13]). Для этого специально проводят эксперименты [39] с пологим фронтом нагружения в ударной волне. Было получено [40], что при скоростях деформаций  $\sim 10^3 \text{ с}^{-1}$  начинается резкое увеличение максимального напряжения, выдерживаемого материалом. Завершается ли этот переход к рассмотренной выше «динамической прочности»  $\tau_d$  [19, 39] или же переход [40] обусловлен проявлениями инерционных радиальных сил (опыты [40] проводились со стержнями)? Имеющиеся данные по трехосным статическим испытаниям [19] говорят, что напряженные состояния, соответствующие значениям HEL для таких горных пород, как гранит, статически недостижимы [41].

Формально можно ввести и иные, нежели  $c_F - u = N$ , замыкающие условия на фронте разрушения, которые также будут приводить в расчетах к эффекту динамической перегрузки. Так, в [42] предлагалось задавать превышение динамической прочности над статической как функцию скачка массовых скоростей на фронте пластической волны (ср. [43]), причем имелся в виду учет вязкостных свойств материала. Традиционно учет эффекта скорости деформации ведется иначе [44] и также приводит к зависимости HEL от пройденного пути (от толщины мишени). Последний эффект также отмечается для таких горных пород, как кварциты [45]. Этот эффект, однако, слабее, нежели зависимость HEL от финитной амплитуды волны. Так [24], для кристаллов MgO при ударном сжатии до 17 ГПа HEL  $\approx 4$  и 3.5 ГПа при толщинах  $\approx 5$  и 10 мм соответственно, тогда как ударное сжатие в 42 ГПа привело к значению HEL  $\approx 9 \pm 1$  ГПа. Для объяснения эффекта затухания HEL с расстоянием в хрупких горных породах использовалась модель релаксирующей среды [45].

Поступила 29 I 1979

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Галин Л. А., Черепанов Г. П. О самоподдерживающемся разрушении напряженного хрупкого тела. Докл. АН СССР, 1966, т. 167, № 3.
2. Duvall G. E. Shock waves in the study of solids. Appl. Mech. Revs, 1962, vol. 15, No. 11. (Рус. перев.: Механика, Сб. перев., 1963, № 3 (79).)
3. Hopkins H. G. Dynamic expansion of spherical cavities in metals. In: Progress in Solid Mechanics, vol. 1. Amsterdam, North-Holland Publ., 1960. (Рус. перев.: М., «Мир», 1964).
4. Коряков В. П. О зоне и фронте трещин в упругом теле под действием давления. ПМТФ, 1965, № 6.
5. Алиев Х. М. Ударная волна разрушения в хрупких средах. Докл. АН СССР, 1963, т. 151, № 1.
6. Родионов В. Н. К вопросу о повышении эффективности взрыва в твердой среде. М., Изд-во Ин-та горного дела им. А. А. Скочинского, 1962.
7. Григорян С. С. Некоторые вопросы математической теории деформирования и разрушения твердых горных пород. ПММ, 1967, т. 31, вып. 4.
8. Слепян Л. И. О волне хрупкого разрушения. Инж. ж. МТТ, 1968, № 4.
9. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. М., «Наука», 1974.
10. Адушкин В. В., Сухотин А. П. О разрушении твердой среды взрывом. ПМТФ, 1964, № 4.
11. Разрушение и деформирование твердой среды взрывом. Под ред. В. Н. Родионова. М., «Недра», 1976.
12. Цветков В. М., Сизов И. А., Поликарпов А. Д. О поведении хрупкоразрушаемой среды при камуфлетном взрыве. Физ.-техн. пробл. разработки полезн. ископ., 1977, № 4.
13. Цветков В. М., Сизов И. А., Сырников Н. М. О механизме разрушения хрупкой среды при камуфлетном взрыве. Физ.-техн. пробл. разработки полезн. ископ., 1977, № 6.
14. Leibowitz H., ed. Fracture, vol. 2. New York — London. Acad. Press, 1968. (Рус. перев.: М., «Мир», 1975).
15. Dahlberg L. Method of measuring crack growth in polymers and some experiments on polymethylmethacrylate. Publ. Inst. Hallfasthetslära, KTN, 1972, No. 179, p. 30.
16. Чхетиани Л. А. Определение скорости звука в среде, сжатой ударной волной. Физ. и механ. горн. пород, 1977, № 4.
17. Curran D., Schockey D. A., Winkler S. Crack propagation at supersonic velocities. II. Theoretical model. Internat. J. Fract. Mech., 1970, vol. 6, No. 3.

18. Григорян С. С. О некоторых работах по разрушению хрупких тел в динамических условиях. Изв. АН СССР. МТТ, 1977, № 1.
19. Николаевский В. Н., Лившиц Л. Д., Сизов И. А. Механические свойства горных пород. Деформация и разрушение. В сб.: Итоги науки и техники. Механика деформируемого твердого тела, т. 11. М., ВИНТИ, 1978.
20. Ring-velocity impact phenomena. Kinslow R., ed. Acad. Press, New York — London, 1970. (Рус. перев.: М., «Мир», 1973).
21. Dandekar D. P. Loss of shear strength in polycrystalline tungsten under shock compression. J. Appl. Phys., 1976, vol. 47, No. 10.
22. Wackerle J. Shock wave compression of quartz. J. Appl. Phys., 1962, vol. 33, No. 3. (Рус. перев.: М., «Мир», 1965).
23. Graham R. A., Brooks W. P. Shock-wave compression of sapphire from 15 to 420 kbar. The effects of large anisotropic compression. J. Phys. Chem. Solids, 1971, vol. 32, No. 10.
24. Ahrens T. J. High-pressure electrical behavior and equation of state of magnesium oxide from shock waves measurements. J. Appl. Phys., 1966, vol. 37, No. 7.
25. Чхегиани Л. И. Исследование скорости распространения трещин при разрушении мрамора взрывной нагрузкой. Научн. сообщ. Ин-та горного дела им. А. А. Скочинского, 1969, № 62.
26. Daniel I. M., Rowlands R. E. On waves and fracture propagation in rock media. Exptl Mech., 1975, vol. 15, No. 12.
27. Миндели Э. О., Кусов Н. Ф., Корнеев А. А., Марцинкевич Г. И. Исследование волн напряжений при взрыве в горных породах. М., «Наука», 1978.
28. Glass C. M., Golaski S. K. Fracture of metals by shocks. Army Sympos. on Solid Mech., Unclassified Meeting, Paper VI-6, Commander Hotel, Ocean City, Md., 1972.
29. Слепян Л. И. О моделях в теории волн хрупкого разрушения. Изв. АН СССР. МТТ, 1977, № 1.
30. Чхегиани Л. А. Исследование процесса распространения радиальных трещин в плексигласе. Научн. сообщ. Ин-та горного дела им. А. А. Скочинского, 1971, вып. 81.
31. Shockey D. A., Petersen C. F., Curran D. R., Rosenberg J. T. Failure of rock under high rate tensile loads. New horizons in rock mechanics. Proc. 14th Sympos. on Rock Mech., June 1972. Amer. Soc. Civil Engrs, N. Y., 1973.
32. Родионов В. Н., Адушкин В. В., Костюченко В. Н., Николаевский В. Н., Ромашов А. Н., Цвезков В. М. Механический эффект подземного взрыва. М., «Недра», 1971.
33. Николаевский В. Н. Определяющие уравнения пластического деформирования сыпучей среды. ПММ, 1971, т. 35, вып. 6.
34. Николаевский В. Н., Сырников Н. М., Шефтер Г. М. Динамика упругопластических дилатирующих сред. В сб.: Успехи механики деформируемых сред. М., «Наука», 1975.
35. Nikolaevskii V. N., Rice J. R. Current topics on the non-elastic deformation of geological materials. In: High-Pressure Science and Technology, vol. 2. New York, Plenum Press, 1979.
36. Glenn L. A., Janach W. Contrasting fracture models for granite under dynamic loading. J. Engng Mater. and Tech., 1978, vol. 100, p. 287—293.
37. Christensen R. J., Swanson S. R., Brown W. S. Split-Hopkinson-bar tests on rock under confining pressure. Exptl Mech., 1972, vol. 12, No. 11.
38. Young C., Dabugnon O. A reflected shear-wave technique for determining dynamic rock strength. Internat. J. Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr., 1977, vol. 14, No. 5—6.
39. Grady D. E., Hollenbach R. E. Rate-controlling processes in the brittle failure of rocks. Sandia Laboratoria, New Mexico. SAND 76—0659, Febr. 1977.
40. Perkins R. D., Green S. J., Friedman M. Uniaxial stress behavior of porphyritic tonalite at strain rates to  $10^3$ /second. Internat. J. Rock Mech. Min. Sci., 1970, vol. 7, No. 5.
41. Schock R. N., Heard H. C. Static mechanical properties and shock loading response of granite. J. Geophys. Res., 1974, vol. 79, No. 11.
42. Ставищев Л. П. Деформации оснований сооружений от ударных нагрузок. М., Стройиздат, 1969.
43. Kulikovskiy A. G. On the discontinuous solutions in mechanics of continuous media. In: Theoretical and Applied Mechanics, Amsterdam, North-Holland, 1977, p. 407—421.
44. Herrmann W. Some recent results in elastic-plastic wave propagation. In: Propagation of shock waves in solids, New York, ASME, 1976.
45. Ahrens T. J., Duvall G. E. Stress relaxation behind elastic shock waves in rocks. J. Geophys. Res., 1966, vol. 71, No. 18.