

УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ДВУНОГОГО ШАГАЮЩЕГО АППАРАТА

В. В. БЕЛЕЦКИЙ, П. С. ЧУДИНОВ

(Москва)

Рассматривается задача управления плоским движением шагающего аппарата, состоящего из весомого корпуса и пары невесомых двузвенных ног, подвешенных в одной точке корпуса [1]. Различным способам управления движением такой модели аппарата посвящен ряд работ [2, 3]. В данной работе строится двухэтапный алгоритм управления, отслеживающий заданное программное движение. На первом этапе с помощью шарнирных моментов обеспечивается вертикальная стабилизация. На втором этапе решения задачи управления с помощью этих же моментов, а также за счет выбора длины и продолжительности очередного шага достигаются продольная и угловая стабилизации. Весь алгоритм управления (синтез шарнирных моментов, выбор длины и продолжительности шага) описывается конечными формулами. Приведен пример работы алгоритма.

1. Рассмотрим двуногий шагающий аппарат, состоящий из весомого корпуса и пары невесомых двузвенных ног, подвешенных в точке корпуса O . Плоское одноопорное движение такого аппарата описывается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} Mx_c'' &= R_x, & My_c'' &= R_y - Mg \\ I\theta'' &= R_y(x_c - x_v) - R_x(y_c - y_v) \end{aligned} \quad (1.1)$$

Моменты сил управления q и u соответственно в бедренном и коленном шарнирах опорной ноги даются соотношениями

$$\begin{aligned} q &= R_x(y - y_v) - R_y(x - x_v) \\ u &= R_x(y_k - y_v) - R_y(x_k - x_v) \end{aligned} \quad (1.2)$$

Моменты в шарнирах переносимой ноги в силу ее невесомости равны нулю. В уравнениях (1.1) и соотношениях (1.2) введены обозначения: x_c, y_c — координаты центра масс аппарата; x, y — координаты точки подвеса ног O ; x_k, y_k — координаты колена опорной ноги; x_v, y_v — координаты точки опоры; R_x, R_y — составляющие реакции в точке опоры; M — масса корпуса; I — момент инерции корпуса относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости xy ; θ — угол отклонения корпуса, считываемый от вертикали по направлению движения; g — ускорение силы тяжести; $v=1, 2, 3, \dots$ — номер шага аппарата.

Координаты центра масс аппарата и точки подвеса ног связаны формулами

$$x_c = x + \rho \sin \theta, \quad y_c = y + \rho \cos \theta \quad (1.3)$$

в которых ρ — расстояние от точки O до центра масс аппарата. Координаты колена опорной ноги даются соотношениями

$$x_k = x + p \sin \gamma, \quad y_k = y - p \cos \gamma$$

$$\gamma = \operatorname{arctg} \left(\frac{x_v - x}{y - y_v} \right) + \operatorname{arctg} \left[\frac{4p^2}{(x - x_v)^2 + (y - y_v)^2} - 1 \right]^{1/2}$$

Здесь p — длина бедра, а также голени; γ — угол между бедром опорной ноги и вертикалью.

Задача состоит в построении алгоритма управления аппарата, движение которого описывается уравнениями (1.1), (1.2). В качестве возмущений рассматриваются отклонения фазовых координат аппарата $(\theta, \theta', x, x', y, y')$ от номинальных значений и отклонения (за счет неровностей поверхности) вертикальной координаты точки опоры y_v от горизонтальной поверхности $y=0$. Без ограничения общности предполагается, что возмущения действуют на аппарат в момент начала шага. Движение аппарата считается стабилизированным, если точка подвеса ног O движется с заданной постоянной поступательной скоростью V_N на заданной высоте h_N от горизонтальной поверхности, а колебания корпуса периодичны и непрерывны по углу и угловой скорости.

В качестве управлений рассматриваются опорные реакции R_x, R_y , длина l и продолжительность шага T ; зная R_x, R_y, l, T , моменты в шарнирах можно вычислить по формулам (1.2).

2. Пусть аппарат совершал невозмущенное движение по горизонтальной поверхности с постоянной поступательной скоростью точки подвеса V_N , постоянной высотой точки подвеса ног h_N , длиной шага l_N и периодическими по углу и угловой скорости колебаниями корпуса

$$\begin{aligned} x' &= V_N = \text{const}, y = h_N = \text{const} \\ l &= l_N, \theta(0) = \theta(T), \theta'(0) = \theta'(T) \end{aligned} \quad (2.1)$$

В момент начала очередного шага аппарат подвергся воздействию возмущений и перешел в возмущенное фазовое состояние $X_0(\theta_0, \theta_0', \dots, y_0')$. Требуется вернуть аппарат на режим (2.1).

Задача решается в два этапа. На первом этапе обеспечивается требуемая высота точки подвеса ног h_N (вертикальная стабилизация); на втором этапе достигается постоянная поступательная скорость V_N (продольная стабилизация), желаемая длина шага l_N и периодичность колебаний корпуса (угловая стабилизация).

Рассмотрим первый этап решения задачи. Зададим управления R_x, R_y следующими формулами:

$$\begin{aligned} R_x &= M\alpha^2(x_c - x_v) \\ R_y &= Mg - M\alpha y_c' - M\beta^2(y_c - H) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Здесь α, β — положительные константы; H — заданная величина. Такой синтез управлений использует специфику уравнений (1.1) и позволяет выполнить ряд полезных требований.

Во-первых, задание управлений R_x, R_y в виде (2.2) позволяет проинтегрировать систему (1.1). Подставляя (2.2) в (1.1) и интегрируя, с учетом (1.3) получим

$$\begin{aligned} x(t) &= x_v - \rho \sin \theta(t) + c_1 \exp(\alpha t) + c_2 \exp(-\alpha t) \\ y(t) &= H - \rho \cos \theta(t) + d_1 \exp(k_1 t) + d_2 \exp(k_2 t) \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\theta(t) = \sum_{i=1}^2 [a_i \exp(\pm \alpha t) + b_i \exp((k_i + \alpha)t) + f_i \exp((k_i - \alpha)t)] + a_3 t + a_4$$

Решения $x(t)$, $y(t)$, $\theta(t)$ записаны для произвольного ν -го шага аппарата. Постоянные a_i , b_i , c_i , d_i , f_i , a_3 , a_4 ($i=1, 2$) выражаются через начальные значения фазовых координат $(\theta_0, \theta_0', x_0, x_0' = V_0, y_0, y_0')$ на ν -м шаге

$$c_i = \frac{1}{2} [\rho \sin \theta_0 + x_0 - x_\nu \pm \alpha^{-1} (V_0 + \rho \theta_0' \cos \theta_0)]$$

$$k_i = -\alpha/2 \pm (\alpha^2/4 - \beta^2)^{1/2}$$

$$d_i = \frac{(-1)^{i+1}}{(k_2 - k_1)} [k_j (y_0 + \rho \cos \theta_0 - H) - (y_0' - \rho \theta_0' \sin \theta_0)]$$

$$a_i = \frac{M c_i}{I \alpha^2} [g - \alpha^2 (H - y_\nu)], \quad b_i = \frac{M c_i d_i (k_i^2 - \alpha^2)}{I (k_i + \alpha)^2}$$

$$f_i = [M c_2 d_i (k_i^2 - \alpha^2)] / [I (k_i - \alpha)^2]$$

$$a_3 = \theta_0' - \alpha (a_1 - a_2) - \sum_{i=1}^2 [b_i (k_i + \alpha) + f_i (k_i - \alpha)]$$

$$a_4 = \theta_0 - \sum_{i=1}^2 (a_i + b + f_i) \quad (i=1, 2; j=i+(-1)^{i+1}).$$

Правые части уравнений (1.1) разрывны: x_ν , y_ν меняются от шага к шагу скачком, представляя собой кусочно-постоянные функции времени. Поэтому непрерывность решения обеспечивается склейкой функций (2.3) в начальные моменты каждого шага. Склейка производится путем выбора значений констант a_i , b_i , c_i , d_i , f_i , a_3 , a_4 ($i=1, 2$) сообразно с новыми значениями x_ν , y_ν и новыми начальными данными.

Во-вторых, в силу (2.2) задача вертикальной стабилизации (по координате y) выделяется в независимую задачу. При этом достигается стремление координаты y к заранее заданному значению h_N . Действительно, при таком задании реакции R_y вертикальная координата центра масс y_C асимптотически стремится к заданной величине H , т. е. в пределе будет выполняться равенство $y_C = y + \rho \cos \theta = H$.

Поскольку в процессе движения корпус аппарата незначительно отклоняется от вертикали ($\cos \theta \approx 1$), высота точки подвеса ног будет практически постоянна: $y = H - \rho = h_N$.

В управлениях (2.2) имеются два свободных параметра — α и β . Кроме того, свободными параметрами являются длина и продолжительность шага: l и T . С использованием α , β , l , T задача вертикальной стабилизации решается следующим образом. По известному в момент начала шага фазовому состоянию X_0 выбираются такие значения параметров α и T , чтобы удовлетворить краевым условиям

$$\theta(\alpha, T) = 0, \quad x'(\alpha, T) = V_N \quad (2.4)$$

Условия (2.4) означают, что корпус в конце шага принимает вертикальное положение, а поступательная скорость — заданное значение V_N . Параметр β выбирается так, чтобы обеспечить быструю сходимость y_C к H , а длина шага задается формулой $l = x(T) - x(0)$.

Первый этап стабилизации кончается, когда в конце какого-то очередного шага (с номером ν^*) выполняется условие $|y(T_{\nu^*}) - h_N| < \varepsilon$, т. е. когда высота точки подвеса ног попадает в ε -окрестность заданного значения h_N . Продолжительность ν^* -го шага определяется из условий (2.4), а длина l_{ν^*} выбирается из требования, чтобы периодические колебания корпуса происходили с нулевым начальным значением угла наклона:

$\theta_0=0$. Возможное влияние неровности поверхности ($y_v \neq 0$) ликвидируется выбором параметров α , T . С v^*+1 -го шага начинается второй этап стабилизации.

На втором этапе решения задачи управления ходьбой требуется обеспечить движение аппарата с постоянной поступательной скоростью V_N , периодическими колебаниями корпуса и с заданной длиной шага l_N . Высота точки подвеса ног тоже должна быть постоянной и лежать в пределах ε -окрестности значения h_N .

На втором этапе используются следующие управления:

$$R_x = M\alpha^2(x_c - x_v), \quad R_y = Mg - M\alpha y_c \quad (2.5)$$

Как и ранее, параметр α в (2.5) является свободным. Подставляя (2.5) в (1.4) и интегрируя, найдем законы изменения координат

$$\begin{aligned} x(t) &= x_v - \rho \sin \theta(t) + c_1 \exp(\alpha t) + c_2 \exp(-\alpha t) \\ y(t) &= H_0 - \rho \cos \theta(t) - d_3 \exp(-\alpha t) \\ \theta(t) &= k[c_1 \exp(\alpha t) + c_2 \exp(-\alpha t)] + c_3 t + c_4 \end{aligned} \quad (2.6)$$

В решениях (2.6) константы c_1 , c_2 имеют те же значения, что и в (2.3) и

$$H_0 = y_0 + \rho \cos \theta_0 + \alpha^{-1}(y_0^* - \rho \theta_0^* \sin \theta_0)$$

$$d_3 = \alpha^{-1}(y_0^* - \rho \theta_0^* \sin \theta_0)$$

$$k = MI^{-1} \alpha^{-2} [g + \alpha^2 (y_v - H_0)]$$

$$c_3 = \theta_0^* - \alpha k (c_1 - c_2), \quad c_4 = \theta_0^* - k (c_1 + c_2)$$

Отметим, что в силу (2.4) в этих формулах $\theta_0=0$.

Будем строить алгоритм стабилизации на втором этапе задачи, предполагая, что в процессе движения угол θ мал (допущения о малости θ не делается). Построенный таким образом алгоритм будем применять к движению, описываемому точными нелинейными уравнениями (1.1), рассматривая влияние нелинейности как возмущающее воздействие.

Используем свободный параметр α для того, чтобы обеспечить постоянство поступательной скорости $x^*(t) = V_N = \text{const}$. Запишем $x^*(t)$ с учетом предположения о малости угла θ

$$\begin{aligned} x^*(t) &= -\rho \theta^* + \alpha [c_1 \exp(\alpha t) - c_2 \exp(-\alpha t)] \\ c_i &= 1/2 [\rho \theta_0^* + x_0 - x_v \pm \alpha^{-1} (V_0 + \rho \theta_0^*)] \quad (i=1, 2) \end{aligned} \quad (2.7)$$

Подставляя в (2.7) выражение для θ^* , получим

$$x^*(t) = \alpha (1 - \rho k) [c_1 \exp(\alpha t) - c_2 \exp(-\alpha t)] - \rho \theta_0^* (1 - \rho k) + \rho k V_0$$

Поскольку α — свободный параметр, выберем его так, чтобы удовлетворить условию $\rho k = 1$. Тогда имеем $x^*(t) = V_0 = V_N = \text{const}$, что и требовалось. Из условия $\rho k = 1$ находим α^2 :

$$\alpha^2 = \frac{M \rho g}{I_0 + M \rho (H_0 - \rho - y_v)}, \quad I_0 = I + M \rho^2$$

Поскольку величина H_0 сама зависит от α , исключим ее из равенства и выразим α непосредственно через y_0 , y_0^* , y_v

$$\alpha(y_0, y_0^*, y_v) = \frac{R}{2} [(y_0^{*2} + 4gR^{-1})^{1/2} - y_0^*] \quad (2.8)$$

$$R = M\rho / [I_0 + M\rho(y_0 - y_v)]$$

Аналогично выразим через y_0, y_0^*, y_v и величину $h = H_0 - \rho$

$$h(y_0, y_0^*, y_v) = y_0 + \frac{y_0^*}{2g} [(y_0^{*2} + 4gR^{-1})^{1/2} + y_0^*] \quad (2.9)$$

Запишем законы изменения координат (2.6) с учетом малости угла θ и выбора параметра α в виде (2.8)

$$x(t) = x_0 + V_N t, \quad y(t) = h - d_s \exp(-\alpha t) \quad (2.10)$$

$$\rho\theta(t) = c_1 \exp(\alpha t) + c_2 \exp(-\alpha t) + x_v - x(t)$$

Итак, используя на втором этапе стабилизации управления (2.5) и выбирая параметр α согласно (2.8), обеспечим движение аппарата с заданной поступательной скоростью V_N . Вертикальная координата точки подвеса ног будет при этом асимптотически стремиться к значению h (2.9), хотя и произвольному, но лежащему внутри ε -окрестности заданного значения h_N . Это достигается соответствующим выбором свободного параметра β на v^* -м шаге.

Теперь для аппарата, движение которого происходит согласно формулам (2.10), следует обеспечить периодичность колебаний корпуса по углу и угловой скорости и заданную длину шага

$$\theta(0) = \theta(T) = 0, \quad \theta'(0) = \theta'(T), \quad l = l_N \quad (2.11)$$

Согласно [1], условия периодичности колебаний при комфортабельном движении со скоростью V_N и длиной шага l_N имеют вид

$$\rho\theta_0 = S^{-1/2} l_N, \quad \rho\theta_0^* = 1/2 \alpha l_N \operatorname{cth}(1/2 \alpha T_N) - V_N \left(T_N = \frac{l_N}{V_N} \right) \quad (2.12)$$

Здесь θ_0, θ_0^* — значения угла и угловой скорости корпуса в момент начала шага; $S = x_v - x_0$ — расстояние от точки опоры до проекции точки подвеса ног на горизонтальную плоскость в момент начала шага, которое назовем опорным отрезком.

Следовательно, чтобы добиться периодичности колебаний, необходимо связать параметры $\theta_0, \theta_0^*, S, l_N, V_N$ соотношениями (2.12). Кроме (2.12) требуем на периодическом движении выполнения условия $\theta_0 = 0$. Выполнение условий (2.12) с $\theta_0 = 0$ достигается выбором параметров v^* -го и v^*+1 -го шагов. Выбирается такая длина l_v^* для v^* -го шага (первого этапа стабилизации) и такие значения длины l_{v^*+1} и продолжительности T_{v^*+1} v^*+1 -го шага (второго этапа стабилизации), чтобы конечные значения θ, θ' на v^*+1 -м шаге удовлетворяли условиям (2.12) с $\theta_0 = 0$:

$$\theta(T_{v^*+1}) = 0, \quad \rho\theta(T_{v^*+1}) = S^{-1/2} l_N \quad (2.13)$$

$$\rho\theta'(T_{v^*+1}) = 1/2 \alpha l_N \operatorname{cth}(1/2 \alpha T_N) - V_N$$

Получаем систему трех уравнений относительно неизвестных $l_v^*, l_{v^*+1}, T_{v^*+1}$, которые определяются в такой последовательности: в начале v^* -го шага из условий (2.4) находят его параметры α_v^*, T_v^* ; по формулам (2.3) рассчитывается начальное фазовое состояние для v^*+1 -го шага; по формулам (2.8) определяется значение α для v^*+1 -го и последующих

шагов; из первого и третьего уравнений системы (2.13) находятся l_v и T_{v+1} ; из второго уравнения системы (2.13) определяется величина l_{v+1} .

Сделав v^* -й и v^*+1 -й шаги с найденными значениями l_v , l_{v+1} , T_{v+1} , аппарат начиная с v^*+2 -го шага будет двигаться с параметрами (2.1), т. е. к v^*+2 -му шагу аппарат практически возвращен на первоначальный невозмущенный режим. Отметим, что одновременно с угловой стабилизацией в силу (2.5) с v^*+1 -го шага убирается остаточная вертикальная скорость y_0 , для чего требуется два-три шага аппарата.

3. Если решать задачу стабилизации (2.1) только с управлениями (2.2), удовлетворяя условиям (2.4), то в пределе аппарат выйдет на периодический по углу и угловой скорости режим с заданной высотой точки подвеса ног

$$\theta(0) = \theta(T) = 0, \quad \theta'(0) = \theta'(T), \quad x'(0) = x'(T) = \dot{V}_N, \quad y = h_N \quad (3.1)$$

Покажем это. Пусть выполнилось равенство $y_c = H$. Тогда в формулах (2.3) коэффициенты принимают следующие значения:

$$a_i = kc_i, \quad d_i = b_i = f_i = 0 \quad (i=1, 2)$$

$$k = MI^{-1}\alpha^{-2}[g - \alpha^2(H - y_v)], \quad a_3 = \theta_0' - \alpha k(c_1 - c_2)$$

Запишем выражение для $\theta'(T)$:

$$\theta'(T) = \alpha k [c_1 \exp(\alpha T) - c_2 \exp(-\alpha T)] + a_3 \quad (3.2)$$

Чтобы вычислить первое слагаемое в (3.2), найдем значение $x'(T)$:

$$x'(T) = -\rho \theta'(T) \cos \theta(T) + \alpha [c_1 \exp(\alpha T) - c_2 \exp(-\alpha T)]$$

Тогда $\theta'(T)$ можно представить так:

$$\theta'(T) = k [x'(T) + \rho \theta'(T) \cos \theta(T)] + a_3$$

или с учетом (2.4)

$$\theta'(T) = k [V_N + \rho \theta'(T)] + \theta_0' - k(V_N + \rho \theta_0') \quad (3.3)$$

Из (3.3) непосредственно следует равенство $\theta_0' = \theta'(T)$. Таким образом, при $y_c \rightarrow H$ условий (2.4) достаточно для обеспечения периодичности колебаний корпуса по углу и угловой скорости.

Найдем длину шага периодического режима (3.1). По определению, имеем $l = x(T) - x(0)$. Такое задание l сохраняет значение опорного отрезка S на каждом шаге одинаковым, равным значению его в момент начала процесса стабилизации. Используя (2.3), запишем

$$l = x_v - \rho \sin \theta(T) + c_1 \exp(\alpha T) + c_2 \exp(-\alpha T) - x_0$$

Поскольку $x_v - x_0 = S$, $\theta(T) = 0$, получим $l = S + c_1 \exp(\alpha T) + c_2 \exp(-\alpha T)$. Из равенства $\theta'(0) = \theta'(T)$ выразим $\exp(\alpha T) = -c_2/c_1$. Тогда $l = 2S$, где S — величина опорного отрезка в момент начала процесса стабилизации. Если на первоначальном невозмущенном периодическом режиме аппарат имел нулевое начальное значение угла наклона корпуса (что эквивалентно условию $S = 1/2 l_N$), а в момент приложения возмущений величина S не изменилась, то на полученном периодическом режиме (3.1) длина шага равна исходной: $l = l_N$. Если величина S подверглась возмущению, то, сделав ее в процессе стабилизации равной $1/2 l_N$, в пределе получим заданную длину шага l_N .

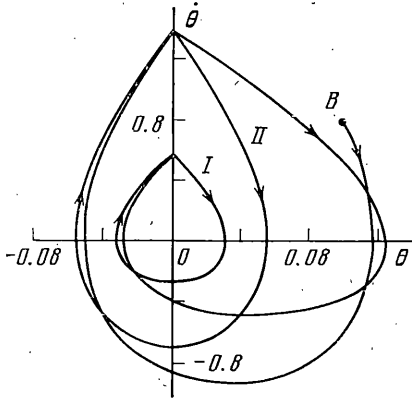
Таким образом, при стабилизации, использующей только управления (2.2), в силу (2.4) аппарат выходит на периодический режим (3.1) с заданной длиной шага.

4. Рассмотрим иллюстрирующий пример (таблица). В первых шести строках таблицы записано фазовое состояние корпуса аппарата в начале очередного шага; в остальных строках — продолжительность и длина очередного шага, вертикальная координата точки опоры, величина ε , характеризующая близость движения корпуса к периодическому движению, на котором $\varepsilon=0$, параметры α и β .

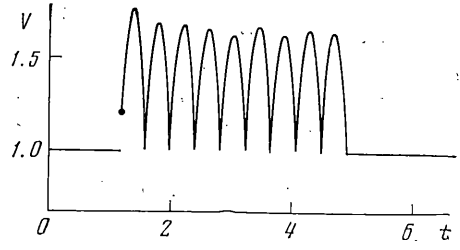
| v | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|----------------------------|-------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|-------|
| θ_0 , рад | 0.0 | 0.0 | 0.1 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| $\dot{\theta}_0$, рад/с | 0.57 | 0.57 | 0.8 | 1.41 | 1.41 | 1.38 | 1.37 | 1.37 | 0.57 | 0.57 | 0.57 |
| x_0 , м | -0.30 | 0.30 | 0.90 | 1.50 | 2.10 | 5.09 | 5.69 | 6.29 | 7.09 | 7.69 | 8.29 |
| V_0 , м/с | 1.0 | 1.0 | 1.2 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 |
| y_0 , м | 0.7 | 0.7 | 0.7 | 0.74 | 0.75 | 0.72 | 0.71 | 0.708 | 0.706 | 0.706 | 0.706 |
| \dot{y}_0 , м/с | 0.0 | 0.0 | 0.2 | 0.06 | 0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.001 | 0.0 | 0.0 |
| T , с | 0.6 | 0.6 | 0.39 | 0.41 | 0.41 | 0.41 | 0.42 | 0.80 | 0.6 | 0.6 | 0.6 |
| l , м | 0.6 | 0.6 | 0.605 | 0.599 | 0.598 | 0.599 | 0.77 | 0.63 | 0.6 | 0.6 | 0.6 |
| y_v , м | 0.0 | 0.0 | 0.1 | -0.1 | 0.0 | -0.1 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| ε | 0.0 | 0.0 | 0.708 | 0.003 | 0.006 | 0.002 | 0.002 | 0.8 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| α , с ⁻¹ | 2.82 | 2.82 | 2.33 | 2.18 | 2.29 | 2.26 | 2.37 | 2.81 | 2.81 | 2.81 | 2.81 |
| β , с ⁻¹ | 0.0 | 0.0 | 1.16 | 1.09 | 1.14 | 1.13 | 1.18 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |

Аппарат с параметрами $M=40$ кг, $\rho=0.4$ м, $I=1/3 M\rho^2$ совершал невозмущенное периодическое движение с постоянной поступательной скоростью $V_N=1$ м/с, высотой точки подвеса ног $h_N=0.7$ м, длиной шага $L_N=0.6$ м и $\theta_0=0$. В начале третьего шага аппарат подвергся воздействию возмущений по координатам θ , $\dot{\theta}$, x , y . Отклонение координаты θ от номинального значения $\theta_0=0$ составило $\approx 5^\circ$ (0.1 рад); отклонение $\dot{\theta}$ от номинала $\dot{\theta}_0=0.57$ рад/с составило 40% (0.8 рад/с); увеличение координаты x произошло на 20% (1.2 м/с); вертикальная скорость приняла значение $\dot{y}=0.2$ м/с. Кроме того, вертикальная координата точки опоры y_v , отражающая степень неровности поверхности, с третьего по десятый шаги также искажала движение аппарата. Максимальное отклонение координаты y_v от горизонтальной поверхности составило ± 0.15 м. Третий — одиннадцатый шаги аппарата — это первый этап стабилизации согласно изложенному алгоритму. С двенадцатого шага, т. е. с момента выполнения условия $|y-h_N| < 0.01$ м, по четырнадцатый шаг — второй этап стабилизации. К пятнадцатому шагу аппарат убирает остаточную вертикальную скорость и координата y принимает постоянное значение $h=0.706$ м. В данном примере аппарат за двенадцать шагов вернулся к первоначальному невозмущенному состоянию.

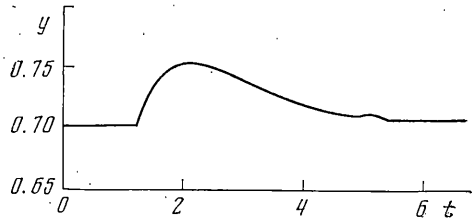
Решение данного примера представлено на фиг. 1—6. Изображены соответственно зависимости $\theta^*(t)$, $x^*(t)$, $y^*(t)$, $R_x(t)$, $R_y(t)$, $q(t)$, $u(t)$. Первым двум шагам аппарата (невозмущенному движению) на фиг. 1 соответствует кривая I, возмущенному состоянию корпуса в начале третьего шага — точка B. Затем в течение третьего шага аппарата осуществляется переход на кривую II, соответствующую 4—11-му шагам аппарата (первому этапу стабилизации). На двенадцатом шаге аппарата происходит переход фазовой точки с кривой II на кривую I — на первоначальное невозмущенное движение (значения угловой скорости $\dot{\theta}$ и угла θ даны соответственно в рад/с и рад). Из фиг. 2 видно, что на 1—2-м и 12—15-м шагах аппарата скорость поступательного движения постоянна (значения скорости V даны в м/с, времени — в секундах). Процесс вертикальной стабилизации представлен на фиг. 3 (где значения координаты y даны в метрах). Максимальное значение R_x (фиг. 4) составляет 38% от веса аппара-



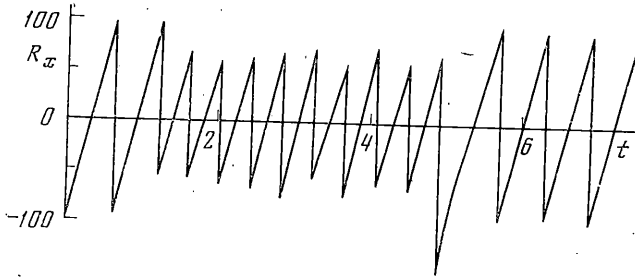
Фиг. 1



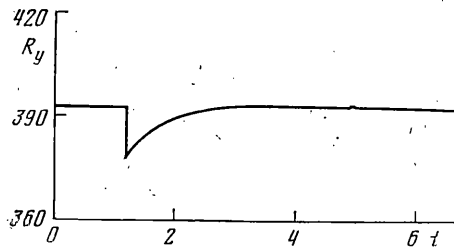
Фиг. 2



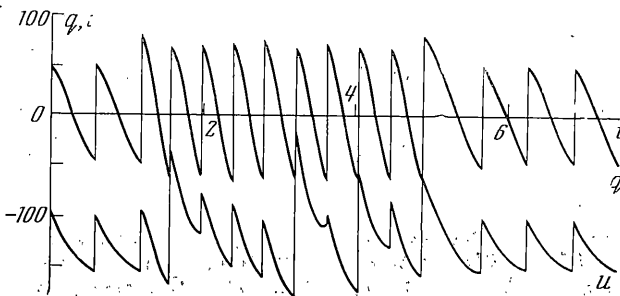
Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

та; вертикальная составляющая реакции R_y (фиг. 5) за пять шагов достигает своего предельного значения Mg (значения составляющих сил реакции даны в Н). Управляющий момент (фиг. 6) в коленном шарнире в три раза больше, чем в бедренном шарнире (значения моментов даны в Н·м).

Результаты расчетов показывают, что предложенный алгоритм управления успешно справляется с задачей отслеживания заданных программных траекторий при наличии возмущений. Он обладает эффективностью и быстродействием, поскольку описывается конечными формулами. Алгоритм допускает различные модификации и может быть применен к аппарату с весовыми ногами¹.

Поступила 23 IV 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Белецкий В. В. Динамика двуногой ходьбы. Ч. 1-2. Изв. АН СССР. МТТ, 1975, № 3-4.
2. Белецкий В. В., Чудинов П. С. Линейная задача стабилизации двуногой ходьбы. Изв. АН СССР. МТТ, 1977, № 6.
3. Болотин Ю. В., Новожилов И. В. Управление походкой двуножного шагающего аппарата. Изв. АН СССР. МТТ, 1977, № 3.

¹ См.: Белецкий В. В., Чудинов П. С. Управление двуногой ходьбой. М., Ин-т прикл. матем. АН СССР, 1977, препринт № 10; Чудинов П. С. Одна задача стабилизации двуногой ходьбы. М., Ин-т прикл. матем. АН СССР, 1977, препринт № 93.