

к данной обнаруживается условие, которому должно удовлетворять соотношение пластичности для скоростей (приращений) деформаций и скоростей (приращений) напряжений должна существовать потенциальная связь. Для гладких предельных поверхностей это условие эквивалентно принципу градиентальности. Проводится соответствующий анализ существующих соотношений пластичности и показывается, что невыполнение этого условия приводит к нарушению принципа детерминизма, частным выражением которого является указанная концепция.

11 II 1980. В. А. Шачнев (Москва). *Некоторые представления решений граничных задач двумерной анизотропной теории упругости.*

Получены точные решения специальных граничных задач линейной термоупругости однородного анизотропного тела, цилиндрической формы, когда на контуре поперечного сечения заданы усилие и перемещение в определенных направлениях. Эти направления могут согласованно меняться вдоль контура. Точные решения специальных задач используются для получения представлений решений других граничных задач и для сведения граничной задачи к решению некоторого одномерного сингулярного уравнения. В качестве примера рассмотрено интегральное уравнение для ортотропной и, в частности, изотропной полосы. С помощью полученных представлений удалось решить задачу о распределении напряжений в окрестности угловой точки контура сечения и, в частности, в окрестности вершины трещины в теле.

18 II 1980. Ю. И. Няшин (Пермь). *Об управлении уровнем остаточных напряжений.*

Рассмотрена краевая задача определения термических и деформационных остаточных напряжений 1-го рода. Показано, что для отсутствия остаточных напряжений необходима совместность упругих деформаций в момент спада нагрузки. На основе теории гильбертовых пространств сформулирована целевая функция, описывающая уровень остаточных напряжений через текущие параметры процесса. Для управления уровнем остаточных напряжений использованы методы нелинейного программирования. Рассмотрено решение задач снижения уровня остаточных напряжений при горячей прокатке и волочении.

25 II 1980. В. Г. Громов (Ростов-на-Дону). *Неустойчивость, бифуркации, катастрофы установившихся движений последственно-деформируемых тел.*

Рассматривается задача устойчивости на конечном отрезке времени установившихся движений. Сформулирован необходимый и достаточный критерий устойчивости, состоящий в вырождении «упругой» части главного линейного оператора задачи возмущений. Изучена роль граничной точки конечного интервала устойчивости как особой точки основного движения. Получены математические критерии разветвления и непродолжимости установившихся движений.

Развиты методы расчета закритических режимов, сводящиеся к построению решений нелинейных уравнений вне интервала устойчивости. Показано, что в рамках квазистатического подхода возможны два типа движений: бифуркации и катастрофы. Первое означает возможность отвествления новых движений от основного, второе – исчезновение локальных режимов деформирования. Даны методики расчета бифуркаций и катастроф.

R. I. Мазинг

УДК 531/534:061.6

## ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СЕМИНАРЫ

Семинары по численным методам в механике сплошной среды  
под руководством Н. Ф. Морозова, П. Е. Товстикса, К. Ф. Черных

10 V 1979. А. В. Булыгин (Казань). *Геометрический подход к исследованию механики некоторых классов оболочек.*

Показывается, что на поверхностях, имеющих излом, или типа тора, возможны особые бесконечно малые изгибы (квазизгибы), при которых претерпевают разрыв нетангенциальные связи между элементами поверхности, но тангенциальные связи не нарушаются. В наглядной форме вскрываются особенности механики

соответствующих оболочек, обсуждается допустимость распространения на оболочки теоремы о возможных изгибаниях в безмоментной теории. Излагаются решения ряда задач статики, устойчивости, колебаний тороидальных оболочек, построенные в основном на геометрических соображениях.

16 V 1979. П. А. Жилин (Ленинград) *Прямое построение теории оболочек на основе физических принципов.*

Оболочкой сложности  $N$  называется двумерная деформируемая среда, напряженное состояние которой определяется заданием  $N$  тензоров напряжений. При  $N=1$ , оболочка называется мембраной, а при  $N=2$  — простой. Важнейшей для приложений является теория простых оболочек, включающая теории мягких, сетчатых, ребристых, многослойных и других оболочек. Предложена система физических принципов, управляющих поведением простых оболочек и переносящих на двумерную среду фундаментальные идеи Бернулли — Эйлера — Коши. Специальная форма записи законов термодинамики применительно к двумерной среде позволяет включить в рассмотрение процессы с диссипацией энергии. Основная задача — формулировка определяющих уравнений — решается на основе использования теории размерностей, асимптотических разложений, теории симметрии псевдоевклидовых тензоров и принципа Кюри.

23 V 1979. С. Б. Филиппов (Ленинград) *Осесимметричные колебания оболочек вращения. Сравнение асимптотических и численных результатов.*

Методом ортогональной прогонки вычисляются частоты и формы осесимметричных колебаний оболочки в форме эллипса вращения, а также конической оболочки, сопряженной по параллели с цилиндрической. Производится сравнение полученных результатов с результатами асимптотического исследования данных задач.

30 V 1979. П. Е. Товстик (Ленинград) *К задаче о колебаниях оболочки вращения в жидкости.*

Рассматривается задача о малых свободных квазипоперечных колебаниях оболочки вращения, находящейся в контакте с идеальной жидкостью. Предполагается, что нормальный прогиб является быстро меняющейся функцией, а перемещения жидкости локализованы вблизи поверхности оболочки. При помощи метода асимптотических разложений найдено выражение для присоединенной массы жидкости и построены интегралы уравнений, описывающих оболочку.

18 VI 1979. А. А. Вакуленко (Ленинград) *К теории определяющих соотношений для сред с ползучестью.*

Ранее автором было введено понятие термодинамического времени и было показано, что Больцмановская суперпозиция в шкале этого времени согласна с термодинамической точки зрения для всякой деформируемой сплошной среды, для которой справедливо обычное предположение об обратимости разгрузки элементарного объема (Изв. АН СССР. МТТ, 1979, № 1). Термодинамическое время определяется со-

отношением  $\lambda = \int_0^t \theta(\tau) d\tau$ , в котором  $\theta$  — плотность производства энтропии. Упомянутая суперпозиция при этом дает

$$e(t) = E : \sigma(t) + \int_0^{\lambda(t)} \Phi(\lambda - \eta) : \sigma(\eta) d\eta \quad (1)$$

где  $\sigma$  и  $e$  — тензор напряжения и тензор деформации, двоеточие обозначает двукратное свертывание.

Оказывается, что для однокомпонентной среды принципы сохранения массы и энергии и второе начало термодинамики всегда приводят к такому соотношению для  $\theta$ , в совокупности с которым (1) является определяющим соотношением для упругопластической среды лишь с «атермической» пластичностью (при надлежащей конкретизации  $\Phi$  из (1) можно извлечь любую из известных моделей такой среды). Для того чтобы среда обладала ползучестью, необходимо, чтобы она была по меньшей мере двухкомпонентной. В широком классе случаев имеется только

одна возможность обоснованного введения второго компонента — предположение о наличии в теле микропор, после плотности которых изменяется в ходе процесса. В рамках отмеченного предположения, вводящего в качестве второй фазы распределение микропор, оказывается возможным также объяснить ряд экспериментальных факторов, касающихся процесса разрушения при ползучести.

19 VI 1979. Л. А. Тимохов (Ленинград) *Турбулентный обмен в структурно-неоднородном морском ледяном покрове.*

Уравнение движения отдельной льдинки осредняется для статистического ансамбля льдин. Усредненные уравнения движения содержат члены, отражающие интегрально-нелинейное взаимодействие флуктуаций скорости льдин. Линеаризованное уравнение для турбулентных флуктуаций решается методом Фурье при условии, что внешняя возбуждающая сила — воздействие ветра и течения на льдину — известна, а поля средних скоростей дрейфа и сплошности льдов являются слабоградиентными. На основе полученных решений определяются члены нерегулярного обмена по типу рейнольдсовых напряжений для турбулизированных жидкостей. Для кинетической части удается получить вид коэффициентов турбулентного переноса, которые зависят от структуры поля средних скоростей и концентрации льдов. Потенциальная часть членов нерегулярного обмена зависит от градиента сплошности ледяного покрова.

20 VI 1979. Г. Е. Скворцов (Ленинград) *О динамической теории структурных релаксирующих жидкостей.*

Обсуждаются основы и схема построения динамической теории жидких сред, проявляющих свою структуру. Теория предназначается для описания течений различных жидкых сред в широком диапазоне скоростей и градиентов и основывается на функциональных определяющих соотношениях, учитывающих нелинейность, запаздывание и нелокальность. Общий вид определяющих соотношений получается с использованием фундаментального кинетического уравнения, принципа соответствия и дополнительных физических условий. Для их конкретизации необходимы подходящие экспериментальные данные.

21 VI 1979. М. П. Короткина (Ленинград) *Термодинамика сред сложной структуры.*

При построении термодинамики моментной теории упругости основные термодинамические понятия остаются без изменений. В этих моделях усложняются понятия поля перемещения и тензора напряжения. Эти модели могут применяться для описания процессов в средах сложной структуры, когда составляющие компоненты мало отличаются по тепловым свойствам. Как следует из статических моделей, построенных методом Кубо, в длинноволновом приближении вместо закона теплопроводности Фурье имеет место расширенный закон теплопроводности Фурье  $(1+\tau\nabla)q = -\lambda\nabla T$ , где  $\tau$  — время релаксации теплового процесса. Этот закон в 1877 г. был впервые предложен Максвеллом для описания тепловых волн, распространяющихся в сплошной среде.

В средах сложной структуры, когда составляющие компоненты сильно отличаются по тепловым свойствам, термодинамическое описание среды значительно усложняется. Тепловые процессы в этих средах описываются при помощи новых термодинамических величин: вектора температуры и вектора энтропии. Раскрыть физическое содержание этих понятий удается при помощи методов статистической физики. Такой сложной термодинамической системой является пьезокерамика, пьезопластика, магнитные пленки, сложные композиты и другие материалы. Тепловые эффекты тонкой структуры в этих средах можно наблюдать в области резонансных частот, на ударных волнах, которые возникают при импульсном воздействии на эти среды, в переходных режимах. Эти эффекты макроскопически наблюдаются в экспериментах.

21 VI 1979. Э. Л. Аэро (Ленинград) *Усреднение полей напряжений при построении моделей сред с внутренними степенями свободы.*

Рассматриваются среды, поведение которых в процессе деформирования сопряжено с изменением внутреннего строения, приводящим к изменению их механических свойств. Предлагается единый подход к построению макромоделей сред с внутренними степенями свободы на основе усреднения макроскопических законов сохранения и их пространственных моментов. Особое внимание уделено построению

средних полей напряжений. Показано, что классическая концепция Коши поверхности напряжений не может быть обоснована процедурой усреднения микроскопических сил по элементарным площадкам.

Предлагается способ построения регулярного поля макронапряжений посредством усреднения микроскопических сил или источников поля микронапряжений по элементарным объемам. Показано, что несимметричный тензор макронапряжений может возникать и в случае симметричных микронапряжений в зависимости от микроструктуры среды и характера микроскопических взаимодействий.

24 IX 1979. М. Юдовин (Ленинград) *Об уравнениях моментной теории упругости.*

Рассмотрим две краевые задачи: (1), (2) и (3), (4).

$$Lu + \eta \Delta \operatorname{rot} \omega = f + \frac{1}{2} \operatorname{rot} g, \quad \delta^2 M \omega + \frac{1}{2} \operatorname{rot} u - \omega = \delta^2 g \quad (1)$$

$$u|_{\partial \Omega} = \varphi, \quad \omega|_{\partial \Omega} = \psi \quad (2)$$

$$Lu + \frac{1}{2} \eta \Delta \operatorname{rot} \operatorname{rot} u = f + \frac{1}{2} \operatorname{rot} g \quad (3)$$

$$u|_{\partial \Omega} = \varphi, \quad (\operatorname{rot} u)|_{\partial \Omega} = (\psi)_t \quad (4)$$

Уравнения (1) и (3) описывают соответственно континуум и псевдоконтинуум Коссера ( $L$  – оператор Ламэ,  $M$  отличается от  $L$  лишь коэффициентами,  $(\dots)_t$  – касательная составляющая вектора).

*Теорема.* Пусть  $(u_0, \omega_0)$  и  $u_0$  – решение задач (1), (2) и (3), (4) ( $u_0, u_0 \in W_2^2(\Omega)$ ;  $\omega_0, \operatorname{rot} u_0 \in W_2^3(\Omega)$ ).

Тогда имеет место представление  $u_0 = u_0 + u_1$ ,  $\omega_0 = \operatorname{rot} u_0 + \omega_2 + \omega_1$ , где  $\omega_2$  – функция типа погранслоя, а для  $(u_1, \omega_1)$  справедлива оценка

$$\|u_1\|_{W_2^2(\Omega)} + \|\omega_1\|_{W_2^3(\Omega)} + 1/\delta \| \frac{1}{2} \operatorname{rot} u_1 - \omega_1 \|_{L_2(\Omega)} = 0(6)$$

В доказательстве используется схема Вишика – Люстерника. При этом дополнительного исследования требует задача (3), (4), так как в отличие от задачи (1), (2) она не является эллиптической в смысле Дугласа – Ниренберга. Система (3) сводится к переопределенному системе, эллиптической в смысле В. А. Солонникова, что позволяет доказать однозначную разрешимость задачи (3), (4).

18 X 1979. С. Г. Михлин (Ленинград) *Некоторые вопросы упругопластического состояния.*

Предполагается, что пластическое состояние описывается гипотезой Сен-Венана – Мизеса, а упругопластическое состояние – вариационным принципом Хаара – Кармана.

Рассмотрены три задачи упругопластического состояния: задача кручения, задача о плоской деформации и общая трехмерная задача. Каждая из них сводится в силу принципа Хаара – Кармана к некоторой односторонней вариационной задаче. Из общих теорем вытекает существование и единственность решений рассматриваемых задач при некоторых естественных ограничениях на данные. Получена оценка погрешности приближенного решения односторонних вариационных задач, если ограничивающим множеством является шар, а приближенное решение строится по методу Ритца (в частности, по методу конечных элементов): в энергетической метрике данной задачи погрешность имеет порядок  $O(\sqrt{e_n(u)})$ , где  $u$  – точное решение задачи, а  $e_n(u)$  – его наилучшее приближение в  $n$ -мерном пространстве энергетического пространства, натянутом на соответствующие  $n$  координатных функций.

Если граница ограничивающего множества обладает определенной характерной гладкостью, то порядок погрешности –  $O(e_n(u))$ .

Доказано, что решения односторонних вариационных задач в достаточно широких условиях устойчивы относительно малых возмущений данных задач. Рассмотренные в докладе задачи упругопластического состояния этим условиям удовлетворяют и, следовательно, решения этих задач устойчивы относительно малых возмущений данных.

25 X 1979. В. А. Дудников (Ленинград) *О некоторых приближенных способах вычисления коэффициентов интенсивности напряжений и оценках критических нагрузок в задачах моментной теории упругости.*

Рассматриваются уравнения моментной теории упругости со стесненным вращением в плоской области с разрезом. На основе метода, разработанного М. Г. Мазей и Б. А. Пламеневским, получены выражения для коэффициентов интенсивности напряжений в первом приближении. Проведено сравнение с результатами Штернберга – Леппингтона. Получены соотношения между критическими нагрузками по

моментной теории и Гриффитсу. Результаты представлены графически. Проанализирована возможность получения коэффициентов из сравнения моментной и классической асимптотик при  $r=l$  ( $l$  — параметр моментности). В качестве примера рассмотрена задача о двухслойной среде с трещиной на границе раздела. Показано, что в этом случае коэффициенты зависят от параметра  $\beta$ , характеризующего взаимодействие двух сред.

4 XII 1979. О. Б. Агаларян, А. М. Линьков (Ленинград) *Интеграл типа интеграла Райса в задаче об осесимметричном кручении.*

Метод доказательства инвариантности интеграла Райса в плоской задаче, основанный на принципе возможных перемещений, использован для вывода интегрального соотношения в задаче об осесимметричном кручении. Установлено, что в общем случае полученный интеграл зависит от выбора контура интегрирования. Однако для разрезов, параллельных оси вращения, он инвариантен. Кроме того, интеграл становится инвариантным с точностью до малых порядка  $\sin \theta (d/R)$  при малых значениях этого отношения ( $\theta$  — угол, образуемый разрезом с осью вращения;  $R$  — расстояние от края трещины до точек контура;  $d$  — расстояние от края трещины до оси вращения). Полученное соотношение полезно для оценки точности вычислений и переноса результатов, имеющихся в изучении антиплоской деформации, на задачи об осесимметричном кручении.

4 XII 1979. А. М. Линьков (Ленинград) *Плоская задача о системе упругих блоков.*

Прямое приложение имеющихся граничных интегральных уравнений к решению контактных задач о системах упругих элементов, взаимодействующих произвольным образом вдоль общих границ, как правило, не оптимально с вычислительной точки зрения, поскольку получающиеся системы громоздки и содержат излишнее число неизвестных. Более эффективным является применение специальных форм таких уравнений позволяющих использовать особенность контактных задач, когда усилия на общих границах остаются непрерывными и зависят лишь от разности смещений. Это обеспечивает компактность окончательных уравнений и сокращение почти вдвое числа неизвестных. Соответствующие результаты приведены для плоской задачи и основаны на специальном виде граничных интегральных уравнений, получаемом для отдельных блоков и обладающим следующими свойствами: в уравнение входят только механические величины и не входят фиктивные нагрузки или смещения; оно содержит смещения только под знаком интегралов; граничные интегральные уравнения тождественно удовлетворяются для точек вне блока, если оно выполняется на его границах. Суммирование таких уравнений для всех блоков дает окончательное соотношение искомого типа. Установлена его эквивалентность исходной задаче и рассмотрены примеры, выявляющие особенности задач при нелинейном взаимодействии на границах блоков. В частных случаях получаются соотношения для плоскости с включением, для смещенной задачи об упругом однородном теле, о теле с криволинейными трещинами.

20 XII 1979. Б. Н. Семенов (Ленинград) *Асимптотика напряженно-деформированного состояния в окрестности луночного выреза.*

Проведены расчеты напряженно-деформированного состояния плоскости, ослабленной луночным вырезом. На основе решения Линга — Вейнеля построено асимптотическое представление в окрестности угловой точки. Изучена зависимость коэффициентов интенсивности от угла при вершине луночного выреза.

7 XII 1979. И. И. Бугаков, И. И. Демидова (Ленинград) *Кавазхрупко-разрушение образцов с вырезом, имеющим угловые точки.*

Экспериментально исследованы напряженное состояние и прочность плоских образцов из стеклообразного прозрачного эпоксидного полимера. Контур выреза совпадает с дугами двух пересекающихся окружностей радиуса  $R$ . Круговые точки располагались на поперечной оси образца  $Ox$ . Длина выреза  $2a=1$  см для всех образцов была одинаковой; угол между осью  $Ox$  и касательной к контуру выреза варьировался от  $90^\circ$  (окружность) до  $180^\circ$  (щель) за счет изменения величины  $R$ . Методом фотоупругости найдено распределение разности главных напряжений вдоль оси  $Ox$  (при  $X/2a \geq 0.01$ ). Установлено, что с уменьшением  $\gamma$  локализация напряжений около угловой точки и порядок особенности, который в интервале  $x/2a \in (0.01-0.05)$ , хорошо согласуются с полученными Б. Н. Семеновым математически.

Прочность определяется на разрывной машине Р-0.5 при скорости деформирования 3% в мин. Установлено, что с уменьшением  $\gamma$  критическая нагрузка  $\sigma$  возрастает; более резкое увеличение  $\sigma$  наблюдается при  $\gamma < 110^\circ$ . С уменьшением  $\gamma$  изменяется и вид поверхности разрушения, которая для случая щели зеркальная, при  $\gamma > 150^\circ$  — зеркальная у выреза, а далее — шероховатая. По мере приближения  $\gamma$  к  $90^\circ$  ее рельеф становится все более грубым, начинается ветвление трещины, которое усиливается и приводит при  $\gamma < 116^\circ$  к отделению кусков клиновидной формы. Таким образом, с уменьшением  $\gamma$  увеличивается скорость распространения трещины.

10 XII 1979. А. А. Чижик (Ленинград) *О некоторых прикладных вопросах механики разрушения в турбостроении.*

Проведенные опыты на образцах с наклонными трещинами из материалов, применяемых в энергомашиностроении, выявили диморфизм локальных разрушений, связанный с изменением траектории начального развития трещины и смены механизма локального разрушения. Эти опыты позволили для большинства материалов, используемых в турбостроении, построить эмпирические поверхности локальных разрушений в безразмерных координатах  $K_I/K_{Ic} - K_{III}/K_{IIIc}$ . Анализ этих данных показал, что применяемые традиционные подходы и оценка предельных нагрузок или критических размеров трещин по критерию  $K_{Ic}$  дают корректные результаты лишь при условии  $K_{III}/K_{IIIc}$  менее 0.65—0.7. При  $K_{III}/K_{IIIc}$  более 0.7 необходимо проведение проверочных расчетов по критериям локального разрушения путем продольного или поперечного сдвига. Предложенная модель предельного состояния для тел с трещинами при произвольном напряженном состоянии в ее вершине является обобщением известной теории Давиденкова — Фридмана на случай локальных разрушений в вершине трещины. На материалах, применяемых для лопаток паровых турбин, выявлена тенденция к увеличению локальных силовых, деформационных и энергетических критериев разрушения при увеличении угла в угловой точке.

15 XII 1979. Р. М. Бергман (Баку) *Некоторые задачи о свободных колебаниях цилиндрических оболочек произвольных очертаний и толщины.*

Методом асимптотического интегрирования построены решения моментных уравнений свободных колебаний упругих тонких цилиндрических оболочек произвольного очертания, свободно опертых по торцам. Предполагается, что изменяемость искомого напряженно-деформированного состояния велика. Рассмотрены оболочки как средней длины, так и короткой, причем для оболочек средней длины наряду с кривизной вдоль направляющей изменяется и толщина. Показано, что для значений частного параметра, соответствующего нижней части спектра, уравнения колебаний имеют как простые, так и кратные точки поворота. Переменность кривизны цилиндрической оболочки существенно сказывается на интегралах квазипоперечных колебаний, а переменность толщины значительно влияет и на интегралы квазитангенциальных колебаний.

18 XII 1979. Б. Н. Квасников (Ленинград) *Асимптотический метод построения укороченных уравнений в теории тонких оболочек.*

Обсуждается проблема построения приближенных методов расчета. Поставлена задача аналитического обоснования известных и поиска возможных аппроксимаций уравнений с постоянными и переменными коэффициентами, описывающими геометрию оболочки. Вводится специальный асимптотический (порядковый) анализ, предназначенный для выделения состояний с различными асимптотическими свойствами в зависимости от поведения и интенсивности функций. Рассматриваются порядковые соотношения, совместность которых определяет связь показателей изменяемости напряженного состояния по осям координат в форме линейного алгебраического уравнения, порядки функций, асимптотическую погрешность и область асимптотической непротиворечивости. Коэффициенты уравнений ставятся в зависимость от асимптотических свойств и считаются несвободными параметрами. Даётся оценка сверху диапазона, в пределах которого коэффициенты подчинены изменяемости напряженного состояния и не могут меняться быстрее функций дифференциальных уравнений.

26 XII 1979. Л. Я. Юхимук (Ленинград). *Об одной модификации моторного метода.*

Разработан численный метод решения задач строительной механики на основе развития моторного метода, созданного Р. Мизесом и Б. Н. Горбуновым. Алгоритм

метода построен на использовании матричной зависимости между действующей нагрузкой и приращениями перемещений. Это позволило в рамках одномерной задачи избежать построения общей матрицы жесткости и ее обращения, что требуется при использовании метода конечных элементов. При решении предложенным методом одномерных задач необходимая оперативная память ЭВМ не зависит от числа конечных элементов, тогда как в методе конечных элементов она возрастает пропорционально этому числу. Метод не приводит к вычислению малой разности близких величин при уменьшении шага вычислений и практически имеет точность аналитического решения (если такое существует) в широком диапазоне изменения числа конечных элементов.

УДК 531/534:061.6.

### МОСКОВСКИЙ АВТОМЕХАНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ СЕМИНАРЫ

#### Семинар по механике твердого деформируемого тела под руководством Э. И. Григорюка

15 II 1979. И. Б. Богояд (Томск) Исследования по динамике реальной жидкости, взаимодействующей с твердым телом и имеющей свободную поверхность.

Движение ограниченного объекта несжимаемой жидкости описывается уравнениями Навье – Стокса. На свободной поверхности заданы условия отсутствия касательных напряжений и условие равенства нормального напряжения силам капиллярного давления. Для улучшения аппроксимации решения вблизи твердой границы и для согласования теоретических и экспериментальных данных вводится модель течения жидкости в окрестности линии трехфазного контакта (жидкость – твердая граница – газ), в соответствии с которой граничное условие для касательной составляющей сносится с твердой стенки внутрь жидкости на толщину пристеночной пленки.

С единых позиций вариационного принципа Лагранжа формулируются вариационные, вариационно-разностные и разностные схемы решения задачи о движении жидкости со свободной поверхностью с учетом ее реальных свойств и нелинейного характера движения. Для случая идеальной жидкости проводится сравнение функционалов по Лагранжу, Гамильтону, Бейтмену.

Излагаются алгоритмы решения конкретных задач, построенные на основе вариационных, разностных и комбинаций вариационных и разностных методов. При этом не накладываются ограничения на порядок малости движения жидкости, геометрию твердых границ, величину вязкости жидкости. Обсуждаются результаты решения на ЭВМ следующих задач: движение в безграничной идеальной жидкости упругого стержня переменного поперечного сечения; малые гравитационные колебания идеальной жидкости в сферической и наклонной цилиндрической с крышкой полостях; осесимметричные нелинейные колебания идеальной жидкости в сферической и цилиндрической полостях с учетом сил капиллярного давления и переменности поля массовых сил; малые колебания вязкой жидкости в прямоугольном канале и прямом круговом цилиндре; малые колебания вязкой жидкости, содержащей пузырь с изотермическим газом и взаимодействующей с упругим элементом; нелинейные колебания вязкой жидкости в прямоугольном канале с крышкой.

22 II 1979. В. В. Адищев (Новосибирск) Теоретическое и экспериментальное исследование напряженно-деформированного состояния оболочек взрывных камер.

Изучается задача о вынужденных колебаниях цилиндрической оболочки конечной длины под действием осесимметричной нагрузки взрывного типа при различных краевых условиях (шарнир, заделка). Влияние днищ не учитывается. Формальные решения построены методом разложения в ряды по собственным функциям. На основе анализа решений показано, что оболочку необходимо рассматривать как систему с несколькими степенями свободы. Найдены зависимости этого числа от конструктивных параметров. Выделение главных форм колебаний позволило осуществить предельный переход к мгновенному нагружению и получить упрощенные расчетные формулы, пригодные для инженерных расчетов.

Решение, построенное для оболочки с защемленными краями, включает в себя краевой эффект при колебаниях. Показано, что учет изгибных деформаций не только необходим, но они являются определяющими при расчете на малоцикловую уста-