

ким к установившемуся. Показано, что влияние упругих деформаций на движение тела при этих предположениях сводится к появлению квадратичных по компонентам угловой скорости поправок к тензору инерции. Для их представления вводится некоторый тензор четвертого порядка, имеющий простой физический смысл. Исследованы его свойства и указан способ его вычисления.

24 XII 1979. Ю. Б. Кулифеев (Москва) *Дискретный метод идентификации параметров непрерывных динамических объектов.*

Рассмотрено применение дискретного метода нелинейной фильтрации по максимуму правдоподобия для идентификации непрерывных динамических объектов. Предложен способ согласования непрерывной математической модели объекта с дискретным методом оценивания его параметров. Приведены результаты численного эксперимента.

Е. А. Привалов

УДК 531/534:061.6

МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ СЕМИНАРЫ

Научно-исследовательский семинар кафедры теории упругости
под руководством А. А. Ильюшина

5 IX 1979. А. А. Ильюшин (Москва) *Об основах термодинамики необратимых процессов в механике сплошной среды.*

Основой для исследований уравнений состояния сплошной однородной среды служат постулат макроскопической определенности и теория процессов. Термомеханический процесс $\Pi(\varepsilon, T)$ задан на интервале $t_0 \leq \tau \leq t$, если заданы тензор деформации $\varepsilon(\tau)$ и температура $T(\tau)$. В совокупности всех термомеханических опытов с данным материалом, т. е. для всех Π (при однородных по координатам состояниях) с помощью тензометров, динамометров, калориметров в принципе могут быть построены два и только два независимых функционала процесса Π : скалярный функционал тепловыделения $\Phi_T(\Pi)$ и тензорный функционал напряжения $F(\Pi)$ (А. А. Ильюшин, МСС, § 11; Изд-во МГУ, 1978). Уравнения движения и уравнение теплового баланса (с законом Фурье) при заданных $F^0(\Pi)$ и $\Phi_T(\Pi)$ представляют замкнутую систему уравнений механики сплошной среды. Функционалы рассеяния $W^*(\Pi) \geq 0$ и энтропии $\varepsilon(\Pi)$ в общем случае обычно вводятся одним соотношением $\rho T ds - W^* dt = \rho d\Phi_T$ (d — дифференциал по параметру t), т. е. без дополнительных гипотез они не определены.

12 IX 1979. Ю. В. Соколкин (Пермь) *Стохастические краевые задачи механики композитов.*

Исследованы три типа случайных полей: вырожденное, локально-эргодическое и квазилокально-эргодическое. На основе этих полей построены стохастические модели композитов, позволяющие совместно учесть как случайность свойств компонентов, так и случайность их расположения в матрице. Для рассматриваемых моделей композитов разработаны методы решения соответствующих краевых задач. Рассмотрены примеры расчета структурных деформаций и напряжений в осесимметричных и пространственных конструкциях типа «ортотропная оболочка — наполнитель с прямолинейными торцами» и в коротком цилиндре с каналом сложной формы от действия давления. Разработана методика оценки работоспособности композиционных конструкций на основе стохастических критериев разрушения.

26 IX 1979. Н. Х. Суюншалиев (Ташкент) *Конечные деформации при кручении подкрепленного цилиндра.*

Рассматривается круговой цилиндр из неогнутого материала, торцы которого скреплены с абсолютно жесткими дисками. Через диски цилиндру передаются равные противоположно направленные моменты, вызывающие в нем конечные деформации. Получено точное решение рассматриваемой задачи, удовлетворяющее уравнениям равновесия и условиям на поверхности. Интересной особенностью задачи оказалось, что отличны от нуля все шесть компонент тензора напряжений. Установлено существование критического параметра нагрузки и вычислено его значение. Найдены

выражения и построены графики для физических компонент напряжений, углов закручивания и других параметров.

3 X 1979. А. З. Зарифьян (Новочеркасск) *Расчет тонкостенных стержней открытого профиля при упругопластических деформациях.*

Дан вывод интегродифференциальных уравнений изгиба и кручения тонкостенных стержней открытого профиля по деформированному состоянию с учетом физической нелинейности материала. Решение основано на теории тонкостенных стержней открытого профиля В. З. Власова и малых упругопластических деформаций. Разработаны алгоритмы расчета на ЭВМ физически нелинейных тонкостенных элементов конструкций по методу «упругих» решений, основанные на применении численных методов (последовательных приближений, колокации, Бубнова — Галеркина) к решению краевых задач.

Выполнена комплексная программа экспериментально-теоретических исследований напряженно-деформированного состояния тонкостенных стержней в упругой и упругопластической стадиях, составленная с использованием теории научного планирования эксперимента. Подтверждены основные теоретические предпосылки, положенные в основу вывода уравнений теории при упругопластических деформациях. Проведен анализ процесса деформирования реальных элементов металлических конструкций, имеющих начальные несовершенства. Предложена методика нахождения предельных нагрузок, определяемых потерей несущей способности или величиной перемещений, при которых нарушается условие нормальной эксплуатации конструкции.

10 X 1979. Л. К. Приварников (Днепропетровск) *Граничные задачи теории упругости для многослойных оснований простой и сложной структуры.*

Излагается единый подход к решению основных и смешанных задач теории упругости для многослойных оснований, которые не расслаиваются при деформации. Каждый слой основания неограничен в плане, однороден и изотропен и имеет постоянную толщину. В основе подхода лежат так называемые функции податливости основания, которые могут быть построены до решения какой-либо граничной задачи. При помощи их удается в явном виде получить решения I и II граничных задач для произвольных упругих оснований. Решение плоских и некоторых осесимметричных задач удается свести к решению интегральных уравнений второго рода. Обсуждаются трудности численной реализации решений основных и смешанных задач и указываются пути получения надежных числовых результатов при помощи ЭВМ.

Подробно рассмотрен новый класс задач для оснований с односторонними связями между слоями, которые при деформации могут расслаиваться.

Решены новые важные в прикладном отношении задачи о деформации многослойного основания со сквозным цилиндрическим отверстием, задачи о действии массовых нагрузок на основания, задачи о действии подвижных нагрузок на вязкоупругое многослойное основание. Указаны пути численной реализации решений. Представлены результаты вычислений на ЭВМ и результаты внедрения.

17 X 1979. В. И. Малый (Москва) *О неустойчивости симметричных колебаний сферической оболочки.*

Рассмотрен процесс колебаний упругой сферической оболочки, вызванный импульсом равномерного внутреннего давления. При мало отличающемся от однородного распределении масс по поверхности сферы колебания оболочки на начальном этапе близки к симметричным с чисто мембранными напряжениями. При больших временах процесс колебаний можно охарактеризовать как медленную перекачку энергии из мембранной в изгибные формы колебаний идеальной сферической оболочки. Указан номер изгибной формы, в которую энергия перекачивается наиболее интенсивно. Показано, что имеются неблагоприятные значения отношения толщины оболочки к ее радиусу, при которых сколь угодно малая неоднородность распределения дополнительных масс вызывает полную перекачку энергии из мембранной формы в изгибную с соответствующим значительным возрастанием максимальных напряжений.

24 X 1979. Ю. Г. Коротких (Горький) *Моделирование процессов вязкоупругопластического деформирования тел при силовых и тепловых воздействиях.*

Реализован комплексный подход к решению вязкоупругопластических прикладных задач при силовых, тепловых, квазистатических и импульсных воздействиях.

Разработаны варианты уравнений состояния термовязкопластичности при переменных силовых и температурных воздействиях и выработаны методики определения параметров уравнений состояния по результатам базового эксперимента. Введены математические модели типовых физических экспериментов. Предложены достаточно общие методики решения прикладных задач вязкоупругопластичности при квазистатических и динамических силовых и тепловых воздействиях.

31 X 1979. Б. Е. Победря (Москва) *Информация о научной деятельности Института основных проблем механики Польской Академии наук в связи с его 25-летием.*

Дан небольшой обзор становления и развития института, его структуры. Кратко излагаются основные научные достижения института по теории поля, новым материалам, теории конструкций и сплавов. Рассмотрен вопрос об участии института в народном хозяйстве ПНР и о подготовке кадров.

28 XI 1979. А. А. Ильюшин (Москва) *Пластические течения в процессах калибровки.*

Калибровка профилированного металла как отделочная операция обработки волочением и прокаткой поддается теоретическому анализу ввиду малости калибровочных деформаций. Анализ уравнений пластического течения (Изв. АН СССР. ОТН, 1958)

$$\rho \left(\frac{dv_i}{dt} - F_i \right) = -p_{,i} + G\Delta v_i + 2g_{,j}v_{ij}; \quad v_{i,i} = 0$$

где v_{ij} — тензор скоростей деформаций, $\omega = \sqrt{v_{ij}v_{ij}}$, $ds/dt = \omega$, $G(s, \omega, T)$ — известная характеристика металла, вместе с граничными условиями трения на почти цилиндрической боковой поверхности показывает, что в поперечных сечениях (x_1, x_2) возникают близкие к плоским напряженным состояниям, и потому находится поле скоростей течения и давления на инструмент. Работа может служить обоснованием автоматических методов проектирования калибровок, разработанных Ижевским металлургическим заводом.

28 XI 1979. Б. Е. Победря (Москва) *Связанные задачи термовязкоупругости.*

Дается постановка связанной задачи термовязкоупругости. Описываются основные методы ее решения. Из анализа размерностей делается заключение о важности различных параметров задачи и их взаимосвязи. Оцениваются безразмерные параметры теплопроводности, расширения и связанности. Приводится точное решение одной связанной задачи термовязкоупругости, дан анализ эффекта связанности в зависимости от «вязкости».

28 XI 1979. М. Р. Короткина (Москва) *Термодинамика неоднородных сред.*

Неоднородная среда рассматривается как сложный континуум, термоупругое состояние которого описывается несколькими полями смещения и несколькими полями температур, число которых равняется числу различных фаз, составляющих рассматриваемую структуру.

Для описания поведения таких систем вводятся новые термодинамические параметры: вектор температуры и вектор энтропии. В этом случае для вектора температуры имеет место уравнение теплопроводности, в которое входит поток тепла, имеющий тензорную размерность. Установление равновесия в неоднородных средах происходит сначала по внутренним переменным, а затем происходит процесс релаксации по макроскопическим переменным. Каждая неоднородная структура имеет набор характеристик размерных параметров и спектр времен релаксации.

28 XI 1979. В. Л. Бердичевский (Москва) *Об уточненных уравнениях теории оболочек.*

Построены уравнения, представляющие асимптотическое уточнение классических уравнений теории оболочек.

5 XII 1979. А. М. Жуков (Москва) *Упруговязкие свойства гомогенных полимеров.*

При фиксированных скоростях нагружения, изменявшихся более чем на три порядка, обнаружено отсутствие влияния скорости на модули упругости.

В опытах на ползучесть установлена пригодность главной кубической нелинейной теории вязкоупругости А. А. Ильюшина для предсказания ползучести и при ступенчато-меняющихся нагрузках в условиях растяжения.

12 XII 1979. М. Р. Короткина (Москва) *Нелокальная термоупругость.*

Дается термодинамическое описание сред сложной структуры, где вместо функций состояния появляются функционалы процесса. Эти процессы в общем случае являются нелокальными по координатам и по времени. Появляются новые термодинамические параметры: тензор микродеформации, вектор температуры и вектор энтропии.

Все микронеоднородные структуры делятся на два класса: структуры с внутренней симметрией и структуры без внутренней симметрии. Для систем с внутренней симметрией уравнения для макроскопических полей смещения и температуры не связаны уравнениями, описывающими внутренние механические и тепловые формы движения. Взаимодействие макроскопических и микроскопических механических и тепловых форм движения в средах с внутренней симметрией можно получить только на высоких частотах. На длинных волнах с помощью макроскопических механических и тепловых форм движения нельзя возбудить внутренние механические и тепловые формы движения. В структурах без внутренней симметрии внутренние механические и тепловые формы движения связаны с макроскопическими механическими и тепловыми формами движения на всех частотах.

19 XII 1979. Т. Холматов (Самарканд) *О квазистатической задаче вязкоупругости в напряжениях.*

Дана новая постановка квазистатической задачи линейной теории термовязкоупругости в напряжениях, которая заключается в решении шести уравнений относительно шести компонент симметричного тензора напряжений при удовлетворении шести граничных условиям. Дается вариационная постановка этой задачи. Вариационно-разностным методом строится разностная схема для решения соответствующей упругой задачи. Приложен метод решения задач линейной вязкоупругости на основе метода численной реализации упругого решения.

Дана постановка квазистатической задачи некоторого класса физически нелинейных теорий вязкоупругости. Дано определение обобщенного решения этой задачи, доказаны теоремы его существования и единственности. Предложены методы последовательных приближений для ее решения и доказаны теоремы о сходимости этих методов, в том числе быстросходящегося, скорость сходимости которого существенно более высокая, чем геометрической прогрессии. Дана конкретизация некоторых нелинейно нелинейных вязкоупругих сред.

19 XII 1979. В. В. Дорогинин (Москва) *О действии симметричной нагрузки на слоистое кольцо.*

Рассмотрено равновесие периодически неоднородного по радиусу упругого кольца, сжатого двумя единичными нормальными усилиями, равномерно распределенными по участкам границы с центральными углами величиной β . Получено асимптотическое решение этой задачи методом осреднения в анизотропном и нулевом приближениях. Построено также точное решение в рядах Фурье по углу β и исследована зависимость погрешности асимптотического решения от характера нагрузки ($0 \leq \beta \leq \pi$). Методом численной реализации упругого решения результаты обобщены на случай чередующихся упругих и вязкоупругих слоев.

26 XII 1979. А. М. Сёмов (Москва) *Применение функций двух комплексных переменных к построению решений некоторых краевых задач пространственной теории упругости.*

Рассмотрен один подход к построению решения статических уравнений Ламэ пространственной задачи теории упругости в случае отсутствия массовых сил, позволяющих расширить класс областей, для которых при построении общего решения уравнений Ламэ можно использовать функции двух комплексных переменных. Решение уравнений Ламэ строится в виде функций произвольных криволинейных координат. В частном случае декартовой системы координат дано новое представление общего решения уравнений Ламэ через произвольные голоморфные функции двух комплексных переменных.

Рассмотрено применение функций двух комплексных переменных к построению решений стационарной и квазистатической задач несвязанной теории термоупругости.

26 XII 1979 И. И. Астахова (Москва) *Задача термовязкоупругости с учетом фазового перехода.*

Дана постановка плоской задачи термовязкоупругости для многоугольника. Отдельно решается задача теплопроводности с учетом фазового перехода. Строится алгоритм для численного решения.

В. Е. Победря

Семинар по механике деформируемого твердого тела
под руководством Ю. Н. Работнова, Л. А. Галина, Г. С. Шапиро, В. Д. Ключникова

7 I 1980. А. А. Локшин (Москва) *Гиперболические операторы с памятью.*

Рассмотрены системы динамических уравнений линейной наследственной анизотропной теории упругости. Детерминанты таких систем, взятые относительно операции свертки, с точностью до младших слагаемых представимы в виде $L_0 + \Phi(t) * L_1 = L$, где L_0 и L_1 — дифференциальные операторы в частных производных, причем L_0 гиперболический. Найдены необходимые и достаточные условия гиперболическости оператора L (гиперболическость L равносильна гиперболическости той системы, детерминантом которой он является). Показано, что если L_0 — строго гиперболический оператор с ограниченной поверхностью нормалей, а $\Phi(t)$ — неотрицательная, монотонно убывающая, вогнутая вверх функция, имеющая при $t \rightarrow +0$ особенность не более сильную, чем логарифмическая, то L гиперболический. Если же особенность $\Phi(t)$ при $t \rightarrow +0$ сильнее логарифмической, то коэффициенты операторов L_0 и L_1 должны быть связаны серией алгебраических условий для того, чтобы обеспечить гиперболическость оператора L .

14 I 1980. В. К. Хохлов (Москва) *О прочности композитов.* Проанализированы существующие и предложен новый критерий прочности, позволяющий хорошо описать имеющиеся экспериментальные данные о зависимости условного касательного напряжения от отношения пролета к высоте балки прямоугольного сечения при испытаниях на центральный поперечный изгиб сосредоточенной силой.

21 I 1980. А. Ю. Смыслов (Куйбышев) *Уравнения пластичности пористых сред.*

Получены определяющие соотношения пластического деформирования для статически однородной пористой среды, материал твердой фазы которой удовлетворяет закону трансляционного упрочнения Ишлинского — Прагера. Получено уравнение поверхности нагружения, которое в пространстве главных напряжений является эллипсоидом вращения, вытянутым вдоль оси гидростатического давления. Для сжатия в пресс-форме приведены кривые зависимости пористости от напряжения сжатия, хорошо согласующиеся с экспериментальными данными. Получены также определяющие соотношения пластического деформирования пористой среды с учетом упругих деформаций материала твердой фазы.

28 I 1980. А. А. Радченко (Москва) *Накопление повреждаемости в волокнистых композитах при статическом и циклическом нагружениях.*

Рассмотрено определение упругих постоянных волокнистого композиционного материала с учетом микротрещин, образованных в процессе циклического нагружения. Для объяснения ряда эффектов, обнаруженных при статическом испытании материалов с микротрещинами, предложена модель внутренних трещин с взаимодействующими берегами. Показано, что поведение материала, содержащего микротрещины с взаимодействующими берегами, будет существенно нелинейным. С учетом сил взаимодействия сухого трения решены задачи о круглых и эллиптических в плане трещинах. Показано, что поведение такого модельного тела качественно соответствует экспериментальным данным.

4 II 1980. В. Д. Ключников (Москва) *Принцип детерминизма в пластичности.*

Указываются новые аспекты высказанной автором ранее (ММП, 1959, т. 23, вып. 2) концепции о предельных свойствах пластических процессов, основанной на том, что малое изменение процесса нагружения должно вызывать малое изменение процесса деформирования и наоборот. Кроме реализованной уже возможности прямого построения соотношений пластичности предельным переходом от ломаной траектории нагружения (с участками простейших пластических закономерностей)

к данной обнаруживается условие, которому должно удовлетворять соотношение пластичности для скоростей (приращений) деформаций и скоростей (приращений) напряжений должна существовать потенциальная связь. Для гладких предельных поверхностей это условие эквивалентно принципу градиентальности. Проводится соответствующий анализ существующих соотношений пластичности и показывается, что невыполнение этого условия приводит к нарушению принципа детерминизма; частным выражением которого является указанная концепция.

11 II 1980. В. А. Шачнев (Москва) *Некоторые представления решений граничных задач двумерной анизотропной теории упругости.*

Получены точные решения специальных граничных задач линейной термоупругости однородного анизотропного тела, цилиндрической формы, когда на контуре поперечного сечения заданы усилие и перемещение в определенных направлениях. Эти направления могут согласованно меняться вдоль контура. Точные решения специальных задач используются для получения представлений решений других граничных задач и для сведения граничной задачи к решению некоторого одномерного сингулярного уравнения. В качестве примера рассмотрено интегральное уравнение для ортотропной и, в частности, изотропной полосы. С помощью полученных представлений удалось решить задачу о распределении напряжений в окрестности угловой точки контура сечения и, в частности, в окрестности вершины трещины в теле.

18 II 1980. Ю. И. Няшин (Пермь) *Об управлении уровнем остаточных напряжений.*

Рассмотрена краевая задача определения термических и деформационных остаточных напряжений 1-го рода. Показано, что для отсутствия остаточных напряжений необходима совместность упругих деформаций в момент снятия нагрузки. На основе теории гильбертовых пространств сформулирована целевая функция, описывающая уровень остаточных напряжений через текущие параметры процесса. Для управления уровнем остаточных напряжений использованы методы нелинейного программирования. Рассмотрено решение задач снижения уровня остаточных напряжений при горячей прокатке и волочении.

25 II 1980. В. Г. Громов (Ростов-на-Дону) *Неустойчивость, бифуркации, катастрофы установившихся движений наследственно-деформируемых тел.*

Рассматривается задача устойчивости на конечном отрезке времени установившихся движений. Сформулирован необходимый и достаточный критерий устойчивости, состоящий в вырождении «упругой» части главного линейного оператора задачи возмущений. Изучена роль граничной точки конечного интервала устойчивости как особой точки основного движения. Получены математические критерии разветвления и непродолжимости установившихся движений.

Развиты методы расчета критических режимов, сводящиеся к построению решений нелинейных уравнений вне интервала устойчивости. Показано, что в рамках квазистатического подхода возможны два типа движений: бифуркации и катастрофы. Первое означает возможность ответвления новых движений от основного, второе — исчезновение локальных режимов деформирования. Даны методики расчета бифуркаций и катастроф.

Р. И. Мазинг

УДК 531/534:061.6

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СЕМИНАРЫ

Семинары по численным методам в механике сплошной среды
под руководством Н. Ф. Морозова, П. Е. Товстик, К. Ф. Черныха

10 V 1979. А. В. Булыгин (Казань) *Геометрический подход к исследованию механики некоторых классов оболочек.*

Показывается, что на поверхностях, имеющих излом, или типа тора, возможны особые бесконечно малые изгибания (квазиизгибания), при которых претерпевают разрыв нетангенциальные связи между элементами поверхности, но тангенциальные связи не нарушаются. В наглядной форме вскрываются особенности механики