

## ИССЛЕДОВАНИЕ АЭРОСТАТИЧЕСКОЙ ОПОРЫ С ЭЛАСТИЧНОЙ ДИАФРАГМОЙ ПРИ УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ РАБОТЫ

В. Г. ДВОРЯНИНОВ

(Москва)

Для выявления взаимосвязи параметров аэростатической опоры (АСО) использовано совместное решение уравнений нелинейной теории оболочек и гидродинамической теории смазки. При ряде допущений сложная краевая задача для системы нелинейных дифференциальных уравнений приводится к одному нелинейному дифференциальному уравнению третьего порядка, решение которого позволило получить простые расчетные формулы для определения основных параметров АСО.

Приводятся результаты экспериментов, проведенных на специальном стенде с натурными образцами АСО и подтверждающих теоретические положения.

1. Аэростатическая опора представляет собой дискообразную конструкцию (фиг. 1). К нижней стороне диска в его центральной части шайбой радиусом  $r_1$  и по периферии кольцом радиусом  $r_2$  крепится эластичная диафрагма. В недеформированном состоянии диафрагма прижата к диску. Сжатый воздух от пневмосети поступает в зону между диском и диафрагмой, давление в ней повышается, диафрагма растягивается и диск начинает подниматься. При этом воздух через отверстия в диафрагме поступает в зону, ограниченную диафрагмой и опорной поверхностью (зона воздушной подушки).

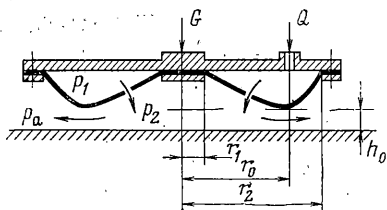
Давление в воздушной подушке возрастает до того момента, пока равнодействующая сил гидростатического давления в ней не уравновесится внешней нагрузкой  $G$ . Тогда диафрагма, до этого момента соприкасавшаяся с опорной поверхностью, отрывается от нее, образуется зазор  $h_0$ , через который воздух истекает в атмосферу.

При установившемся режиме работы АСО гидродинамические силы воздушного потока уравновешиваются силами упругой деформации эластичной диафрагмы, а диафрагма принимает определенную форму (фиг. 2).

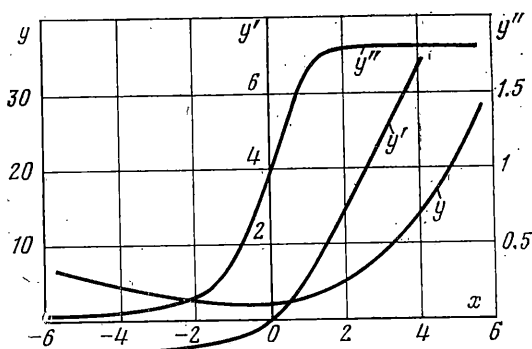
Поток воздуха, протекающий по каналу, образованному плоской твердой и криволинейной эластичной стенками, можно разделить на три участка, имеющие свои особенности.

Первый характеризуется тем, что давление на участке практически не изменяется и равно давлению в воздушной подушке  $p_2$ . Диафрагма на этом участке находится под действием сил давления в баллоне  $p_1$  и давления  $p_2$ .

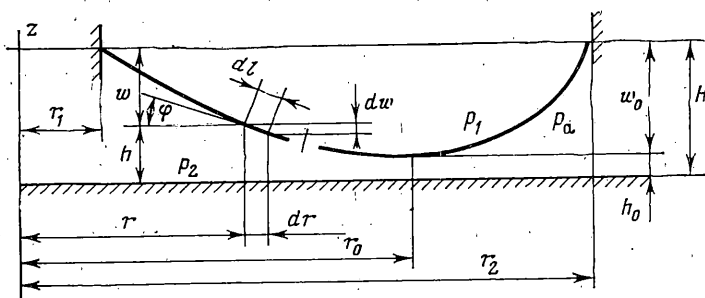
На втором участке высота канала достигает минимальной величины  $h_0$ . На этом участке (зона минимального зазора), протяженность которого составляет несколько миллиметров, скорость потока достигает максимальной величины, а давление резко изменяется от  $p_2$  до атмосферного  $p_a$ . Диафрагма находится под действием сил постоянного давления  $p_1$  и переменного давления в воздушной подушке, а также силы трения, обу-



Фиг. 1



Фиг. 3



Фиг. 2

словленной вязкостью воздуха (эта сила из-за малости по сравнению с силами давления в расчетах не учитывается).

При выходе потока из зазора (третий участок) скорость потока быстро падает до нуля, а на диафрагму действуют силы давления в баллоне  $p_1$  и давления атмосферы  $p_a$ . Наиболее важным для работы аэростатической опоры и сложным для расчета является зона минимального зазора.

Для расчета течения воздуха вблизи минимального зазора ( $h_0 \leq 0.1$  мм) используем уравнение Рейнольдса (случай осесимметричного течения нежимаемой жидкости), теорию больших прогибов пластин (максимальный прогиб  $w_0$  значительно больше толщины диафрагмы  $\delta$ ) и закон Гука для эластичного материала диафрагмы, так как относительная деформация диафрагмы не превышает 20% в рабочем состоянии. Тогда получится система трех дифференциальных уравнений с тремя неизвестными функциями  $h(r)$ ,  $p(r)$ ,  $N_r(r)$ :

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{6\mu Q^2}{\pi r h^3} - \frac{3\rho Q^2}{\pi^2 20} \frac{d}{dr} \left( \frac{1}{r^2 h^2} \right)$$

$$\frac{d}{dr} \left( r N_r \frac{dw}{dr} \right) + r(p_1 - p) = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{d}{dr} \left[ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r^2 N_r) \right] + \frac{E\delta}{2r} \left( \frac{dw}{dr} \right) = 0$$

со следующими граничными условиями:

$$\begin{aligned} r=r_1, \quad p=p_2, \quad w=0, \quad \frac{d}{dr}(rN_r) - \nu N_r = 0 \\ r=r_2, \quad p=p_a, \quad w=0, \quad \frac{d}{dr}(rN_r) - \nu N_r = 0 \end{aligned}$$

Здесь  $p$  — статическое давление воздуха,  $r$  — текущий радиус,  $E$  — модуль Юнга,  $Q$  — объемный расход воздуха,  $\mu$  — коэффициент динамической вязкости,  $\nu$  — коэффициент Пуассона,  $\rho$  — плотность воздуха.

Учитывая трудоемкость решения системы уравнения (1.1) при инженерных расчетах, в данной работе рассматривается приближенное решение задачи.

Как и в работе [1], рассматриваем уравнения с помощью метода, аналогичного методу внешних и внутренних разложений. При внешнем разложении за малый параметр принимается отношение толщины вязкого смазочного слоя  $h$  (зона минимального зазора) к радиусу  $r_0$ , где  $r_0$  — расстояние от оси  $ACO$  до минимального зазора  $h_0$ .

При внутреннем разложении протяженность участка падения давления (зона минимального зазора «растягивается». При этом предполагается малое относительное изменение  $r$  по сравнению с резким относительным изменением давления на этом участке. Поэтому во втором уравнении системы (1.1) величину  $r$  приближенно можно заменить на  $r_0$ .

Натяжение диафрагмы вдоль радиуса на участке от  $r_1$  до  $r_2$  считаем постоянным, т. е.  $N_r = N = \text{const}$ ; как будет видно ниже, такое допущение не вносит больших погрешностей при расчете. Тогда второе уравнение системы (1.1) примет вид

$$N(d^2w/dr^2) + (p_1 - p) = 0 \quad (1.2)$$

Влияние инерционного члена в первом уравнении системы (1.1) на характер распределения давления в зоне воздушной подушки невелико и его можно не учитывать [2].

Дифференцируя уравнение (1.2) и заменяя  $dw$  на  $-dh$ , а  $dp/dr$  — выражением из первого уравнения системы (1.1), получим нелинейное дифференциальное уравнение третьего порядка

$$Nd^3h/dr^3 = 6\mu Q/\pi r_0 h^3 \quad (1.3)$$

При обозначениях

$$y = h/h_0, \quad x = (r - r_0)/\lambda, \quad \lambda^3 = N\pi r_0 h_0^4 / 6\mu Q \quad (1.4)$$

уравнение (1.3) принимает вид

$$d^3y/dx^3 = 1/y^3 \quad (1.5)$$

При решении уравнения (1.5) применительно к участку наименьшего зазора принималось, что давление в баллоне и воздушной подушке одинаково (в действительности  $p_1 = (1.02 - 1.04)p_2$ ). В рассматриваемом случае условия при  $x \rightarrow \pm\infty$  являются асимптотическими (в смысле внутреннего разложения) на границах вязкого слоя. Решение уравнения (1.5) проводилось на ЭВМ «МИНСК-22» методом Рунге — Кутты при следующих граничных условиях:

$$\begin{aligned} x=0, \quad y=1, \quad \frac{dy}{dx} = 0 \\ x \rightarrow -\infty, \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{p_1 - p_2}{h_0 N} \lambda^3 \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (1.6)$$

$$x \rightarrow +\infty, \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{p_1 - p_a}{h_0 N} \lambda^2$$

Результаты решения уравнения (1.3) графически представлены на фиг. 3. Как видно из фиг. 3 (кривая  $y''$ ),  $d^2 y/dx^2 \rightarrow \text{const} = 1.78$  и при  $x \geq 2$ , согласно условиям (1.6)

$$(p_1 - p_a) \lambda^2 / h_0 N = 1.78 \quad (1.7)$$

Подставляя в равенство (1.7) значение  $\lambda$  из выражения (1.4), получим следующую зависимость для определения высоты минимального зазора  $h_0$  [1]:

$$h_0 = {}^{10}/_{10} (\mu Q / r_0)^{2/3} [N / (\Delta p)^3]^{1/3} \quad (1.8)$$

Значение натяжения  $N$  входит в формулу (1.8) в степени  $1/3$ , но, учитывая изменение натяжения диафрагмы по радиусу на участке от  $r_1$  до  $r_2$  в пределах 40–50% (по данным эксперимента), можно считать ранее принятое допущение о постоянстве натяжения диафрагмы вполне оправданным и допустимым для определения высоты минимального зазора.

Так как в уравнении (1.8) значения величин  $\Delta p$ ,  $N$ ,  $r_0$  также неизвестны, то для определения  $h_0$  по заданным исходным параметрам  $G$ ,  $Q$ ,  $\delta$ ,  $E$  необходимо иметь еще три уравнения, связывающие эти неизвестные величины.

Из уравнения грузоподъемности аэростатической опоры следует, что

$$\Delta p = p_1 - p_a = G / (\pi r_0^2) \quad (1.9)$$

Для определения значения натяжения диафрагмы обратимся к мембранной теории оболочек вращения [3]. Уравнение равновесия сил, действующих на единицу длины кривой меридианального сечения оболочки в направлении касательной, имеет вид

$$\frac{d}{dl} (r N_r) - N_\theta \cos \varphi = 0 \quad (1.10)$$

Здесь  $l$  — длина элемента диафрагмы в ее напряженном состоянии,  $\varphi$  — угол между касательной, проведенной к линии прогиба диафрагмы, и опорной поверхностью,  $N_\theta$  — широтное натяжение диафрагмы.

В уравнении (1.10) касательные силы, действующие только от трения вязкого слоя о диафрагму, из-за их малости не учитывались.

Для оболочки, материал которой при растяжении подчиняется закону Гука, уравнения, связывающие натяжение и деформацию, имеют вид

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E\delta} (N_\theta - \nu N_r), \quad \varepsilon_r = \frac{1}{E\delta} (N_r - \nu N_\theta) \quad (1.11)$$

где  $\varepsilon_r$  и  $\varepsilon_\theta$  — радиальная и широтная относительные деформации элемента диафрагмы.

Тогда, учитывая ранее принятое допущение о постоянстве натяжения  $N_r$  вдоль радиуса, получим из уравнения (1.10)

$$N_r = N_\theta = N \quad (1.12)$$

Из второго уравнения системы (1.11) следует, что

$$N = \frac{E\delta}{1-\nu} \varepsilon_r = \frac{E\delta}{1-\nu} \frac{\Delta s}{2s}, \quad s = \pi (r_2^2 - r_1^2) \quad (1.13)$$

где  $s$  — площадь диафрагмы в ненапряженном состоянии.

Изменение площади диафрагмы

$$\Delta s = 2\pi \int_{r_1}^{r_2} \frac{r dr}{\cos \varphi} - s \approx \pi \int_{r_1}^{r_2} \left( \frac{dw}{dr} \right)^2 r dr \quad (1.14)$$

Здесь принято  $1/\cos \varphi \approx 1 + 1/2 (dw/dr)^2$ , так как в реальных условиях  $\varphi \leq 15^\circ$ .

Подставляя значение  $s$  и  $\Delta s$  в уравнение (1.13), получим для натяжения диафрагмы следующее выражение:

$$N = \frac{E\delta}{2(1-\nu)(r_2^2 - r_1^2)} \int_{r_1}^{r_2} r \left( \frac{dw}{dr} \right)^2 dr \quad (1.15)$$

В результате решения уравнения (1.15) получена зависимость для определения натяжения диафрагмы

$$N = \{ [E\delta(\Delta p)^2(r_2 - r_0)^2] / [8(1-\nu)] \}^{1/2} \quad (1.16)$$

Для составления еще одного уравнения рассмотрим характер изменения тангенса угла наклона диафрагмы в зоне наименьшего зазора (фиг. 2)

$$dw/dr = -dh/dr = -h_0 \lambda^{-1} (dy/dx)$$

В соответствии с характером изменения  $dy/dx$  (фиг. 3) при  $x \rightarrow -\infty$   $dy/dx \rightarrow -1$ , поэтому  $dw/dr = h_0/\lambda$ .

Как уже было принято ранее, на участке  $r_1 < r < r_0$   $p_1 \approx p_2$ , поэтому из второго уравнения системы (1.1) следует

$$r \frac{dw}{dr} = \text{const} = r_0 \left( \frac{dw}{dr} \right)_{r_0} = r_0 \frac{h_0}{\lambda} \quad (1.17)$$

Интегрируя обе части равенства (1.17) на участке от  $r_1$  до  $r_0$ , получим выражение для высоты всплывтия АСО

$$H = \frac{r_0 h_0}{\lambda} \ln \frac{r_0}{r_1} \quad (1.18)$$

На участке  $r_0 < r < r_2$  перепад давления  $\Delta p = p_1 - p_2$  и, согласно второму уравнению системы (1.1), угол наклона диафрагмы

$$dw/dr = \Delta p (r^2 - r_0^2) / (2rN) \quad (1.19)$$

Интегрируя обе части равенства (1.19) на участке от  $r_0$  до  $r_2$  и принимая при этом, что  $(r_2 - r_0)r_2^{-1} \ll 1$ , получим также выражение для высоты всплывтия АСО

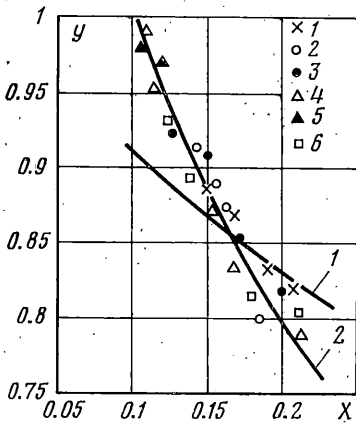
$$H = \Delta p (r_2 - r_0)^2 / 4N \quad (1.20)$$

Приравнявая выражения (1.18) и (1.20) и подставляя соответствующие значения  $\lambda$ ,  $h_0$ ,  $\Delta p$ ,  $N$  из выражений (1.4), (1.8), (1.9), (1.16), получим

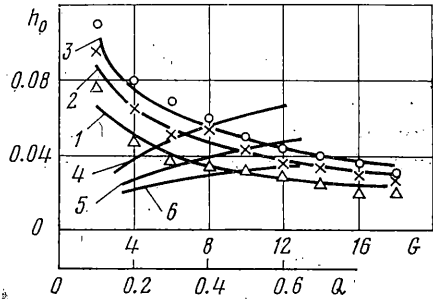
$$r_2/r_0 = 1 + 3(\mu Q E \delta / G^2)^{1/2} \quad (1.21)$$

Если обозначить безразмерную величину  $r_0/r_2 = Y$ , а  $3(QE\mu\delta G^{-2})^{1/2} = X$ , то уравнение (1.21) примет вид

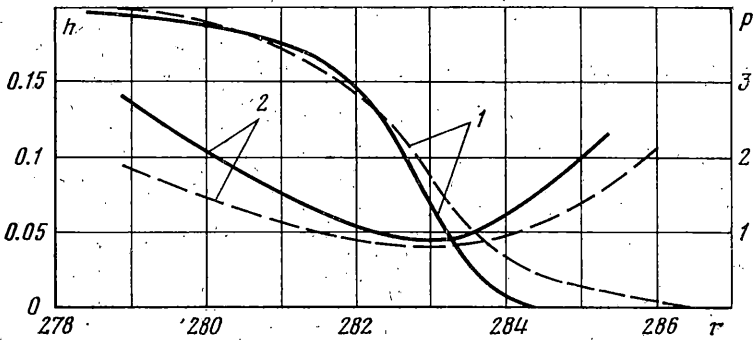
$$Y = 1 / (1 + X) \quad (1.22)$$



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

Таким образом, по заданным начальным параметрам из уравнения (1.21) можно определить радиус  $r_0$ , а из выражений (1.8), (1.9), (1.16) — значения минимального зазора, давления в зоне воздушной подушки и натяжения диафрагмы.

Наличие безразмерной комбинации  $X$  в уравнении (1.22) позволяет обобщить результаты исследований работающих при разных расходах воздуха и нагрузках АСО различных габаритов.

2. Для проверки теоретических выводов проводились экспериментальные исследования. Исследовались натурные образцы аэростатической опоры грузоподъемностью до 6000 кг. Удельный объемный расход воздуха при экспериментах соответствовал эксплуатационным значениям. Диафрагмы исследованных опор изготавливались из листовой резины на основе натуральных и синтетических каучуков различной толщины.

По результатам обработки осциллограмм построен график зависимости  $Y$  от  $X$  (фиг. 4). На графике отдельными точками отмечены экспериментальные значения  $Y$ , полученные при исследовании АСО с диафрагмами различных габаритов, марок, толщин (1 —  $r_2=144$  мм, резина МБ,  $\delta=3$  мм; 2 —  $r_2=144$  мм, резина МБ,  $\delta=2$  мм; 3 —  $r_2=182$  мм, резина МБ,  $\delta=3$  мм; 4 —  $r_2=308$  мм, резина МБ,  $\delta=3$  мм; 5 —  $r_2=460$  мм, резина НО-68-1,  $\delta=4,5$  мм; 6 —  $r_2=308$  мм, резина 1847,  $\delta=4$  мм). Экспериментальные значения  $Y$  образуют сравнительно узкую зону разброса. Кривая 2, проведенная посередине этой зоны, соответствует экспериментальной зависимости  $Y=0.4(0.3+X)^{-1}$ . На графике приводится также теоретическая зависимость (кривая 1).

Несмотря на некоторые расхождения кривых в области эксплуатационного значения безразмерной комбинации  $X=0.12 \pm 0.22$ , отличие расчетного значения  $Y$  от экспериментального не превышает 10%.

На фиг. 5 приведены графики теоретических и экспериментальных значений минимального зазора в зависимости от нагрузки  $G$  (кривые 1-3) и объемного расхода  $Q$  (кривые 4-6). Значения  $h_0$  даны в мм,  $Q$  - м<sup>3</sup>/мин,  $G$  - 10<sup>3</sup> Н.

На фиг. 6 приводятся графики теоретических и экспериментальных значений статического давления (кривая 1) и высоты канала (кривая 2) на участке минимального зазора при нагрузке  $G=10^4$  Н, объемном расходе  $6,7 \cdot 10^{-3}$  м<sup>3</sup>/с (расчет - штриховая кривая, эксперимент - сплошная кривая). Материал диафрагмы - резина МБ,  $\delta=3$  мм, радиус внешней заделки  $r_2=308$  мм. Значения  $h$  и  $r$  даны в мм,  $p - 10^{-2}$  МПа.

Как видно из графиков (фиг. 4, 5, 6), расчетные и экспериментальные данные совпадают качественно и близки в количественном отношении.

Таким образом, рассмотренный в данной работе приближенный метод расчета аэростатической опоры с эластичной диафрагмой дает удовлетворительную сходимость с экспериментом и может быть рекомендован для использования в инженерной практике для расчета параметров таких опор.

Автор благодарит Н. А. Слезкина и Н. Р. Сибгатуллину за обсуждение и полезные замечания.

Поступила 9 X 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Дворянинов В. Г., Сибгатуллин Н. Р., Слезкин Н. А. Движение вязкого газа в слое с гибкой границей. ПММ, 1977, т. 41, вып. 2.
2. Levy S. B., Coogan C. H. Flexible membrane hydrostatic air bearing. Paper ASME, 1967, Pap. 67 - Lub - 1 (For Meet. 1967).
3. Тимошенко С. П., Войновский-Кригер С. Пластины и оболочки. Физматгиз, 1963.