

О НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ
НАСЫЩЕННОГО ЖИДКОСТЬЮ ПЛАСТА
В ОКРЕСТНОСТИ ЭКСПЛУАТАЦИОННОЙ СКВАЖИНЫ

А. Ф. ЗАЗОВСКИЙ

(Москва)

В практике нефтедобычи хорошо известно явление локализации притока жидкости к скважине вблизи кровли и подошвы разрабатываемых нефтеносных пластов. Такая неравномерность отбора по мощности пласта часто является причиной преждевременного обводнения скважин и, как правило, приводит к уменьшению коэффициента нефтеотдачи. Один из возможных механизмов этого явления заключается в образовании горизонтальных трещин вследствие концентрации касательных напряжений на границе контакта относительно мягких насыщенных жидкостью пористых сред и твердых окружающих пласт горных пород¹. Для количественной оценки указанного механизма образования трещин в результате сдвигового разрушения в данной работе исследованы напряжения, возникающие вблизи кровли и подошвы пласта в окрестности скважины, работающей в стационарном режиме, в зависимости от упругих и коллекторских свойств вмещающих и окружающих горных пород, глубины залегания пласта и его мощности.

Подобная задача рассматривалась в [1, 2], однако упругие постоянные пласта и прилегающих к нему горных пород считались при этом одинаковыми и касательные напряжения на границе контакта двух сред не анализировались. Изменение напряженно-деформированного состояния насыщенных пластов и окружающих их горных пород, происходящее в процессе разработки нефтяных и газовых месторождений и отборе воды из водоносных горизонтов, рассматривалось в [2-13]. Обсуждение некоторых схем учета взаимодействия пласта и окружающих горных пород с подробной библиографией содержится в [13].

1. Пусть горизонтальный насыщенный жидкостью пласт заключен между двумя упругими полупространствами: $z \geq h$ и $z \leq -h$. Радиус скважины r_0 , ось которой совпадает с осью z цилиндрической системы координат (r, φ, z) , будем считать много меньшим мощности пласта $2h$, а распределение давления и напряжений в основном пласте и прилегающих горных породах — симметричным (фигура).

В полупространствах $z \geq h$ и $z \leq -h$ выполняются уравнения равновесия упругой среды с коэффициентом Пуассона ν и модулем сдвига G ; в насыщенном жидкостью пласте — уравнения теории консолидации Био, имеющие в перемещениях вид [14, 15]

$$\begin{aligned} \mu \nabla^2 \mathbf{u} + (\lambda + \alpha^2 M + \mu) \text{grad } e - \alpha M \text{grad } \zeta &= 0 \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} - c \nabla^2 \zeta &= 0, \quad \zeta = \frac{1}{M} p + \alpha e, \quad e = \text{div } \mathbf{u} \end{aligned} \quad (1.1)$$

где \mathbf{u} — вектор перемещений, p — поровое давление, λ и μ — постоянные Ламе скелета пористой среды, α и M — некоторые постоянные [16]. В исследуемом ниже случае стационарного режима работы скважины второе уравнение (1.1) заменяется уравнением Лапласа $\nabla^2 \zeta = 0$.

¹ См. работу: *Вайншельбаум В. М., Гольдштейн Р. В., Еглов В. М.* Влияние дискообразной полости на напряженное состояние неоднородной упругой среды с плоской границей раздела. М., Ин-т проблем механики АН СССР, 1974, препринт № 44.

Пользуясь симметрией задачи относительно плоскости $z=0$, будем рассматривать только полупространство $z \geq 0$, на границе которого $z=0$ и в плоскости контакта двух сред $z=h$ должны выполняться граничные условия

$$\frac{dp}{dz}=0, w_1=0, \sigma_{rz1}=0 \quad (z=0) \quad (1.2)$$

$$\frac{dp}{dz}=0, u_1=u_2, w_1=w_2, \sigma_{zz1}=\sigma_{zz2}, \sigma_{rz1}=\sigma_{rz2} \quad (z=h)$$

Здесь u и w — соответственно радиальное и вертикальное смещения скелета пористой среды, σ_{zz} и σ_{rz} — полные нормальное и касательное напряжения; единица в индексе соответствует основному пласту, двойка — окружающим породам (см. фигуру) и

$$\sigma_{ij1} = (\lambda \varepsilon_{ii1} - \alpha p) \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij1} \quad (1.3)$$

$$\sigma_{ij2} = 2G \left(\frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon_{ii2} \delta_{ij} + \varepsilon_{ij2} \right)$$

где ε_{ij} — компоненты тензора деформаций.

Начальное состояние основного пласта определяется давлением жидкости в нем p^0 и напряжениями на кровле и подошве: σ_{zz}^0 и σ_{rz}^0 . Примем

$$p^0 = \rho^0 g H, \sigma_{zz}^0 = -\rho^0 g H, \sigma_{rz}^0 = 0 \quad (1.4)$$

где H — глубина залегания пласта, ρ^0 — плотность жидкости, насыщающей пласт, ρ^0 — средняя плотность окружающих горных пород.

Учитывая, что основной пласт при этом деформируется только в вертикальном направлении и вертикальная составляющая смещения является линейной функцией z , из (1.3) и (1.4) находим остальные напряжения

$$\sigma_{rr}^0 = \sigma_{\theta\theta}^0 = \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \sigma_{zz}^0 - \frac{2\mu}{\lambda + 2\mu} \alpha p^0 \quad (1.5)$$

Так как $2h \gg r_0$, то основной пласт и лежащий выше горный массив будем считать ненарушенным, а скважину в насыщенном жидкостью пласте будем моделировать линейным точечным стоком интенсивности Q_1 и некоторым распределением массовых сил интенсивности Q_2 , приложенных к скелету пористой среды в окрестности оси фиктивной скважины. Вид распределения массовых сил будет уточнен ниже. Величины Q_1 и Q_2 будем подбирать из условия удовлетворения при $r=r_0$ граничных условий, обычно задаваемых на стенке скважины

$$p=p_c, \sigma_{rr1}=-p_c \quad (1.6)$$

Полное решение поставленной таким образом задачи будет получаться в результате суперпозиции трех напряженных состояний

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0 + \sigma_{ij}^{(1)} + \sigma_{ij}^{(2)} \quad (1.7)$$

где $\sigma_{ij}^{(1)}$ и $\sigma_{ij}^{(2)}$ — отклонения от начального напряженного состояния (1.4) и (1.5), вызванные введением указанных особенностей.

2. Напряжения $\sigma_{ij}^{(1)}$ и $\sigma_{ij}^{(2)}$ в насыщенном жидкостью пласте можно искать в виде суммы общего решения и частного решения, отвечающего

наличию линейного точечного стока или распределенным массовым силам.

Так как давление в пласте при стационарном режиме эксплуатации скважины не зависит от напряженно-деформированного состояния коллектора, его отклонение от первоначального постоянного значения может быть задано в виде

$$\frac{p}{2\mu} = \begin{cases} Q_1 \ln(r/R), & r \leq R \\ 0, & r \geq R \end{cases} \quad (2.1)$$

где R — фиктивный контур питания ($R \gg h$). Очевидно, что распределение давления (2.1) удовлетворяет условиям (1.2).

Первое уравнение (1.1) в случае плоской деформации принимает вид (вертикальная составляющая смещения равна нулю)

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right) = \begin{cases} 2T_1/r, & r \leq R \\ 0, & r \geq R \end{cases} \quad T_1 = \frac{\alpha\mu Q_1}{\lambda + 2\mu} \quad (2.2)$$

Интегрируя (2.2), находим

$$u(r) = \begin{cases} c_1 r + c_2/r + T_1 r \ln(r/R), & r \leq R \\ c_3 r + c_4/r, & r \geq R \end{cases}$$

Из требования конечности смещений при $r \rightarrow 0$ и $r \rightarrow \infty$ следует, что $c_2 = c_3 = 0$. Коэффициенты c_1 и c_4 определяются из условий непрерывности смещения u и напряжения σ_{rr} при $r=R$, после чего из соотношений (1.3), принимающих в данном случае вид

$$\sigma_{rr} = \lambda e + 2\mu \frac{\partial u}{\partial r} - \alpha p, \quad \sigma_{\theta\theta} = \lambda e + 2\mu \frac{u}{r} - \alpha p$$

$$\sigma_{zz} = \lambda e - \alpha p, \quad \sigma_{rz} = 0, \quad e = \partial u / \partial r + u/r$$

получаем

$$u(r) = \begin{cases} T_1 r [\ln(r/R) - 1/2], & r \leq R \\ -1/2 T_1 R^2/r, & r \geq R \end{cases}$$

$$\frac{\sigma_{rr}(r)}{2\mu} = \begin{cases} T_1 [1/2 - \ln(r/R)], & r \leq R \\ 1/2 T_1 (R/r)^2, & r \geq R \end{cases} \quad (2.3)$$

$$\frac{\sigma_{\theta\theta}(r)}{2\mu} = \begin{cases} -T_1 [1/2 + \ln(r/R)], & r \leq R \\ -1/2 T_1 (R/r)^2, & r \geq R \end{cases}$$

$$\frac{\sigma_{zz}(r)}{2\mu} = \begin{cases} -2T_1 \ln(r/R), & r \leq R \\ 0, & r \geq R \end{cases}$$

Распределение массовых сил должно удовлетворять следующим требованиям, вытекающим из независимости условий (1.6). Оно должно создавать дополнительные радиальные напряжения σ_{rr} (имитирующие реакцию на силы, приложенные к фиктивной стенке скважины $r=r_0$) и не должно изменять распределения давления (2.1) в области $r \geq r_0$. Очевидно, этим требованиям можно было бы удовлетворить, используя в качестве массовых сил распределение давления

$$\frac{p(r, z)}{2\mu} = \begin{cases} Q_2(z) \ln(r/r_0), & r \leq r_0 \\ 0, & r \geq r_0 \end{cases}$$

функция $Q_2(z)$ при этом должна определяться из второго условия (1.6). Однако в дальнейшем мы будем считать $Q_2 = \text{const}$ и искать приближенное решение задачи, для которого истинное распределение напряжения на

Фиктивной стенке скважины $\sigma_{rr}(r_0, z)$ в условии (1.6) заменено средним статически эквивалентным.

Соответствующие введенному таким образом распределению массовых сил радиальное смещение и напряжения, согласно (2.1) и (2.3), имеют вид

$$\begin{aligned}
 u(r) &= \begin{cases} T_2 r [\ln(r/r_0) - 1/2], & r \leq r_0 \\ -1/2 T_2 r_0^2 / r, & r \geq r_0 \end{cases} & T_2 = \frac{\alpha \mu Q_2}{\lambda + 2\mu} \\
 \frac{\sigma_{rr}(r)}{2\mu} &= \begin{cases} T_2 [1/2 - \ln(r/r_0)], & r \leq r_0 \\ 1/2 T_2 (r_0/r)^2, & r \geq r_0 \end{cases} \\
 \frac{\sigma_{\theta\theta}(r)}{2\mu} &= \begin{cases} -T_2 [1/2 + \ln(r/r_0)], & r \leq r_0 \\ -1/2 T_2 (r_0/r)^2, & r \geq r_0 \end{cases} \\
 \frac{\sigma_{zz}(r)}{2\mu} &= \begin{cases} -2T_2 \ln(r/r_0), & r \leq r_0 \\ 0, & r \geq r_0 \end{cases}
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

3. Для определения напряжений $\sigma_{ij}^{(1)}$ и $\sigma_{ij}^{(2)}$, отвечающих частным решениям (2.3) и (2.4), воспользуемся обобщенным представлением Мак-Нейми — Гибсона общего решения системы уравнений теории консолидации Био для полупространства и слоя [17] и представлением Папковича — Нейбера общего решения уравнений теории упругости [18]:

$$\begin{aligned}
 u_1 &= \int_0^\infty K'(r, \xi) (-E^\circ + zS^\circ) d\xi \\
 w_1 &= \int_0^\infty K(r, \xi) \left[-\frac{\partial E^\circ}{\partial z} + z \frac{\partial S^\circ}{\partial z} + (1-2D)S^\circ \right] d\xi \\
 D &= (\lambda + \alpha^2 M + 2\mu) / (\lambda + \alpha^2 M + \mu) \\
 p &= 2\alpha M (D-1) \int_0^\infty K(r, \xi) \left[-\eta \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \xi^2 \right) E^\circ + \frac{\partial S^\circ}{\partial z} \right] d\xi \\
 \eta &= (\lambda + 2\mu) / [2\alpha^2 M (D-1)] \\
 \sigma_{rr1} &= 2\mu \int_0^\infty \left\{ K(r, \xi) \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \xi^2 \right) E^\circ + (D-2) \frac{\partial S^\circ}{\partial z} \right] + \right. \\
 &\quad \left. + K''(r, \xi) (-E^\circ + zS^\circ) \right\} d\xi \\
 \sigma_{\theta\theta 1} &= 2\mu \int_0^\infty \left\{ K(r, \xi) \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \xi^2 \right) E^\circ + (D-2) \frac{\partial S^\circ}{\partial z} \right] + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{r} K'(r, \xi) (-E^\circ + zS^\circ) \right\} d\xi \\
 \sigma_{zz1} &= 2\mu \int_0^\infty K(r, \xi) (-\xi^2 E^\circ + z\xi^2 S^\circ - D \frac{\partial S^\circ}{\partial z}) d\xi
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

$$\sigma_{rz1} = 2\mu \int_0^{\infty} K'(r, \xi) \left[-\frac{\partial E^{\circ}}{\partial z} + z \frac{\partial S^{\circ}}{\partial z} + (1-D)S^{\circ} \right] d\xi \quad (3.2)$$

$$u_z = \int_0^{\infty} K'(r, \xi) [-f_2^{\circ} - (z-h)f_1^{\circ}] d\xi$$

$$w_z = \int_0^{\infty} K(r, \xi) \left[(3-4\nu)f_1^{\circ} - \frac{\partial f_2^{\circ}}{\partial z} - (z-h) \frac{\partial f_1^{\circ}}{\partial z} \right] d\xi$$

$$\sigma_{zz2} = 2G \int_0^{\infty} K(r, \xi) \left[2(1-\nu) \frac{\partial f_1^{\circ}}{\partial z} - \frac{\partial^2 f_2^{\circ}}{\partial z^2} - (z-h) \frac{\partial^2 f_1^{\circ}}{\partial z^2} \right] d\xi$$

$$\sigma_{rz2} = 2G \int_0^{\infty} K'(r, \xi) \left[(1-2\nu)f_1^{\circ} - \frac{\partial f_2^{\circ}}{\partial z} - (z-h) \frac{\partial f_1^{\circ}}{\partial z} \right] d\xi$$

где E — бигармоническая, а S, f_1, f_2 — гармонические функции в соответствующих областях

$$K(r, \xi) = \xi J_0(r\xi), \quad K'(r, \xi) = -\xi^2 J_1(r\xi)$$

$$K''(r, \xi) = -\xi^3 \left[J_0(r\xi) - \frac{J_1(r\xi)}{r\xi} \right]$$

$$f^{\circ}(\xi) = H_0\{f\}, \quad H_\nu\{f\} = \int_0^{\infty} f(r) J_\nu(\xi r) dr$$

Примем $E^{\circ}, S^{\circ}, f_1^{\circ}$ и f_2° в виде

$$E^{\circ} = (A_1 + A_3 z) \operatorname{sh} \xi z + (A_2 + A_4 z) \operatorname{ch} \xi z$$

$$S^{\circ} = A_5 \operatorname{sh} \xi z + A_6 \operatorname{ch} \xi z$$

$$f_1^{\circ} = B_1 \exp[-\xi(z-h)], \quad f_2^{\circ} = B_2 \exp[-\xi(z-h)] \quad (3.3)$$

Представим смещения и напряжения в насыщенном жидкостью пласте в виде суммы общего и частного решений

$$u_1 = u_1' + u^*, \quad w_1 = w_1' + w^*$$

$$\sigma_{zz1} = \sigma_{zz1}' + \sigma_{zz}^*, \quad \sigma_{rz1} = \sigma_{rz1}' + \sigma_{rz}^* \quad (3.4)$$

тогда в соответствии с (2.1), (2.3) и (2.4)

$$w^*(r, 0) = \sigma_{rz}^*(r, 0) = \partial p(r, 0) / \partial z = \partial p(r, h) / \partial z = 0 \quad (3.5)$$

Подставим (3.3) в (3.1) и (3.2) и воспользуемся краевыми условиями (1.2) и условиями (3.5) для определения A_i ($i=1, 2, \dots, 6$). Получим, что $A_1 = A_4 = A_6 = 0$, а остальные неизвестные находятся из системы уравнений

$$A_3 2\eta \operatorname{ch} \xi h - A_5 \operatorname{sh} \xi h = 0$$

$$A_2 \xi \operatorname{ch} \xi h + A_3 \xi h \operatorname{sh} \xi h - A_5 \xi h \operatorname{sh} \xi h - B_2 \xi = -U$$

$$A_2 \xi \operatorname{sh} \xi h + A_3 (\operatorname{sh} \xi h + \xi h \operatorname{ch} \xi h) - \quad (3.6)$$

$$-A_5 [\xi h \operatorname{ch} \xi h + (1-2D) \operatorname{sh} \xi h] + B_1 (3-4\nu) + B_2 \xi = 0$$

$$\begin{aligned}
 & A_2 \xi \operatorname{ch} \xi h + A_3 \xi h \operatorname{sh} \xi h - A_5 [\xi h \operatorname{sh} \xi h - D \operatorname{ch} \xi h] - \\
 & - B_2 2\chi(1-\nu) - B_2 \chi \xi = \sigma / \xi \\
 & A_2 \xi \operatorname{sh} \xi h + A_3 (\operatorname{sh} \xi h + \xi h \operatorname{ch} \xi h) - \\
 & - A_5 [\xi h \operatorname{ch} \xi h + (1-D) \operatorname{sh} \xi h] + B_1 \chi(1-2\nu) + B_2 \chi \xi = 0 \\
 & U(\xi) = H_1 \{u^*\}, \quad \sigma(\xi) = H_0 \{\sigma_{zz}^*\}, \quad \chi = G/\mu
 \end{aligned}$$

Исключая из системы (3.6) B_1 , B_2 и A_3 , приведем ее к виду

$$\begin{aligned}
 & x_{11} A_2 + x_{12} A_5 = y_1, \quad x_{21} A_2 + x_{22} A_5 = y_2 \\
 & x_{11} = (1-\chi) \varphi \xi \operatorname{ch} \xi h, \quad x_{21} = \xi (\operatorname{sh} \xi h + \psi \operatorname{ch} \xi h) \\
 & x_{12} = D [(\varphi-1) \operatorname{sh} \xi h + \operatorname{ch} \xi h] + (1-\chi) \varphi \xi h \operatorname{sh} \xi h C(\xi) \\
 & x_{22} = \gamma \operatorname{sh} \xi h + [\operatorname{sh} \xi h + \xi h (\operatorname{ch} \xi h + \psi \operatorname{sh} \xi h)] C(\xi) \\
 & y_1 = [1 - (1-\chi) \varphi] U + \sigma / \xi, \quad y_2 = -\psi U, \quad C(\xi) = 1/2 \operatorname{th} \xi h / \eta - 1 \\
 & \varphi = 1 + \frac{2\chi(1-\nu)}{(1-\chi)(1-2\nu) + 2(1-\nu)}, \quad \psi = 1 - \frac{(1-\chi)(3-4\nu)}{(1-\chi)(1-2\nu) + 2(1-\nu)} \\
 & \gamma = \frac{D[1+2(1-\chi)(1-2\nu)]}{(1-\chi)(1-2\nu) + 2(1-\nu)}
 \end{aligned}$$

Из данной системы следует

$$\begin{aligned}
 & A_2 = \Delta_2 / \Delta, \quad A_5 = \Delta_5 / \Delta \tag{3.7} \\
 & \Delta_2 = x_{22} y_1 - x_{12} y_2 = \{- (1-\chi) \varphi [\gamma \operatorname{sh} \xi h + (\operatorname{sh} \xi h + \xi h \operatorname{ch} \xi h) C(\xi)] + \\
 & + D\psi [(\varphi-1) \operatorname{sh} \xi h + \operatorname{ch} \xi h]\} U + \\
 & + \{\gamma \operatorname{sh} \xi h + [\operatorname{sh} \xi h + \xi h (\operatorname{ch} \xi h + \psi \operatorname{sh} \xi h)] C(\xi)\} (U + \sigma / \xi) \\
 & \Delta_5 = x_{11} y_2 - x_{21} y_1 = \xi [(1-\chi) \varphi \operatorname{sh} \xi h U - (\operatorname{sh} \xi h + \psi \operatorname{ch} \xi h) (U + \sigma / \xi)] \\
 & \Delta = \xi \{ (1-\chi) \varphi [(\xi h + \operatorname{sh} \xi h \operatorname{ch} \xi h) C(\xi) + \gamma \operatorname{sh} \xi h \operatorname{ch} \xi h] - \\
 & - D (\operatorname{sh} \xi h + \psi \operatorname{ch} \xi h) [(\varphi-1) \operatorname{sh} \xi h + \operatorname{ch} \xi h]
 \end{aligned}$$

Выразим, учитывая, что $A_3 = (1/2 \operatorname{th} \xi h / \eta) A_5$, искомые напряжения (3.1) через A_2 и A_5 :

$$\begin{aligned}
 & \sigma'_{rr1} = 2\mu \int_0^\infty \{K(r, \xi) [2C(\xi) + D] A_5 \xi \operatorname{ch} \xi z + \\
 & + K''(r, \xi) [-A_2 \operatorname{ch} \xi z - A_5 C(\xi) z \operatorname{sh} \xi z]\} d\xi \\
 & \sigma'_{\theta\theta 1} = 2\mu \int_0^\infty \left\{ K(r, \xi) [2C(\xi) + D] A_5 \xi \operatorname{ch} \xi z + \right. \\
 & \left. + \frac{1}{r} K'(r, \xi) [-A_2 \operatorname{ch} \xi z - A_5 C(\xi) z \operatorname{sh} \xi z] \right\} d\xi \tag{3.8} \\
 & \sigma'_{zz1} = 2\mu \int_0^\infty K(r, \xi) \{-A_2 \xi^2 \operatorname{ch} \xi z - A_5 \xi [C(\xi) z \xi \operatorname{sh} \xi z + D \operatorname{ch} \xi z]\} d\xi
 \end{aligned}$$

$$\sigma_{rz1}' = 2\mu \int_0 K'(r, \xi) \{-A_2 \operatorname{sh} \xi z - A_5 [C(\xi) (\operatorname{sh} \xi z + z \xi \operatorname{ch} \xi z) + D \operatorname{sh} \xi z]\} d\xi$$

Функции $U(\xi)$ и $\sigma(\xi)$ для частных решений (2.3) и (2.4) имеют соответственно вид

$$\begin{aligned} U_1(\xi) &= -\sigma_1(\xi)/\xi = 2T_1 [J_0(R\xi) - 1]/\xi^3 \\ U_2(\xi) &= -\sigma_2(\xi)/\xi = 2T_2 [J_0(r_0\xi) - 1]/\xi^5 \end{aligned} \quad (3.9)$$

4. Расчеты проводились следующим образом. После определения начального напряженного состояния насыщенного жидкостью пласта задавалась величина порового давления жидкости на стенке скважины $r=r_0$ и в соответствии с формулой (2.1) определялась интенсивность стока Q_1 , а затем распределение давления во всем пласте. Далее по формулам (3.6) – (3.9) вычислялись напряжения $\sigma_{ij}^{(1)}$ и $\sigma_{ij}^{(2)}/T_2$ и из условия (1.6), где напряжение σ_{rr1} заменялось средним ему статически эквивалентным, определялась постоянная T_2 и полные напряжения σ_{ij1} .

Так как напряжения $\sigma_{rr}^{(1)}$ и $\sigma_{rr}^{(2)}$ на фиктивной стенке скважины при $h-z \gg r_0$ меняются медленно с изменением z , то условие (1.6) удовлетворялось достаточно точно при $h-z \gg r_0$ и существенно нарушалось лишь в узкой области, прилегающей к границе пласта. В этой области σ_{rr1} оказывалось меньше чем $-p_c$, т. е. для точного удовлетворения (1.6) к стенке скважины вблизи границы контакта необходимо было бы приложить дополнительные растягивающие напряжения. Отмеченное обстоятельство позволяет утверждать, что рассчитанные таким образом касательные напряжения, возникающие на границе контакта двух сред, меньше истинных.

Напряжения σ_{zz1} и $\sigma_{\theta\theta 1}$ также слабо зависят от z при $h-z \gg r_0$; в средней части пласта при $h \gg r_0$ напряжения σ_{rr1} , σ_{zz1} и $\sigma_{\theta\theta 1}$ практически совпадают с решением, соответствующим случаю плоской деформации.

Основной интерес представляет распределение нормальных и касательных напряжений по границе контакта насыщенного жидкостью пласта и окружающих горных пород. Значения σ_{zz1} определяются главным образом снижением давления жидкости в окрестности фиктивной скважины и глубиной залегания основного пласта H , и поэтому меняются медленно как в вертикальном, так и в горизонтальном направлениях. Касательные напряжения σ_{rz1} принимают максимальные значения на границе выхода поверхности раздела двух сред на поверхность фиктивной скважины и быстро убывают в обоих направлениях, причем в вертикальном значительно быстрее, чем в горизонтальном.

Результаты расчетов напряжений σ_{zz1} и σ_{rz1} и их отношения $f = |\sigma_{rz1}/\sigma_{zz1}|$ приведены в табл. 1, 2 ($r_0=0.1$, $p^\circ=100$, $\sigma_{zz}^\circ=250$, $\nu=0.25$, $\mu=1$, $\alpha=0.8$, $M=10$; табл. 2: $h=10$, $G=20$), из которых следует, что величина касательных напряжений, возникающих на границе контакта двух сред, существенно зависит от модуля сдвига окружающих пород G , коэффициентов Ламе скелета пористой среды λ , μ и соотношения между мощностью основного пласта $2h$ и радиусом скважины r_0 .

Два числа в каждой клетке таблиц отвечают различным вариантам снижения давления жидкости в окрестности скважины: первому соответствует $p_c=0.6p^\circ$, второму (в скобках) — $p_c=0$. При изменении глубины залегания основного пласта H , т. е. изменении его начального напряженного состояния, и фиксированном отношении p_c/p° значения f в силу линейности задачи остаются прежними.

Отметим, что при $h \rightarrow \infty$ напряжения σ_{zz1} и σ_{rz1} стремятся к конечному пределу, отвечающему случаю контакта двух полупространств. Также к конечному пределу, соответствующему отсутствию радиального смещения границы контакта двух сред, стремятся σ_{zz1} и σ_{rz1} при $G \rightarrow \infty$ и фиксированных остальных параметров задачи.

Все напряжения в основном пласте меняются линейно с изменением давления на фиктивной стенке скважины p_c , причем касательные напряжения на границе контакта двух сред σ_{rz1} отличны от нуля даже при $p_c=p^\circ$. Из приведенных результатов видно, что уменьшение давления p_c при эксплуатации скважины может привести к увеличению касательных напряжений в несколько раз.

Рассчитанные максимальные значения отношения f в ряде случаев оказываются близки к реальным значениям коэффициента трения горных пород¹, что под-

¹ Для осадочных пород коэффициент трения порядка 0.51 – 0.78 (см. Каталог механических свойств горных пород. ВНИИ горн. геомехан. и маркшейд. дела, Л., 1972).

Таблица 1

G	r	$1/2\sigma_{zz}/\mu$	$1/2\sigma_{rz}/\mu$	f
$h=1, \lambda=1$				
1	0.1	-122.3 (-118.0)	21.9 (35.0)	0.179 (0.279)
	0.2	-122.7 (-119.3)	4.57 (7.84)	0.037 (0.066)
	0.3	-123.0 (-120.1)	2.36 (4.37)	0.019 (0.036)
4	0.1	-119.0 (-110.0)	32.0 (50.2)	0.269 (0.456)
	0.2	-119.8 (-112.0)	6.73 (11.4)	0.056 (0.102)
	0.3	-120.2 (-113.2)	3.55 (6.54)	0.030 (0.058)
20	0.1	-113.2 (-95.8)	34.8 (52.7)	0.308 (0.551)
	0.2	-114.1 (-98.2)	7.45 (12.4)	0.065 (0.126)
	0.3	-114.7 (-99.6)	4.02 (7.34)	0.035 (0.074)
$h=10, \lambda=1$				
1	0.1	-120.6 (-113.9)	23.4 (38.6)	0.194 (0.339)
	0.2	-121.1 (-115.1)	4.87 (8.56)	0.040 (0.074)
	0.3	-121.4 (-115.9)	2.54 (4.78)	0.021 (0.041)
4	0.1	-116.9 (-104.6)	34.4 (56.0)	0.294 (0.535)
	0.2	-117.6 (-106.7)	7.18 (12.5)	0.061 (0.117)
	0.3	-118.1 (-107.8)	3.75 (7.04)	0.032 (0.065)
20	0.1	-112.3 (-93.3)	38.3 (61.0)	0.341 (0.654)
	0.2	-113.2 (-95.6)	8.04 (13.8)	0.071 (0.144)
	0.3	-113.8 (-97.0)	4.23 (7.87)	0.037 (0.081)

Таблица 2

λ	r	$1/2\sigma_{zz}/\mu$	$1/2\sigma_{rz}/\mu$	f
0.5	0.1	-110.0 (-87.5)	23.2 (44.7)	0.211 (0.512)
	0.2	-111.1 (-90.2)	5.51 (11.4)	0.050 (0.126)
	0.3	-111.7 (-91.9)	3.29 (7.20)	0.029 (0.078)
1.0	0.1	-112.3 (-93.3)	38.3 (61.0)	0.341 (0.654)
	0.2	-113.2 (-95.6)	8.04 (13.8)	0.071 (0.144)
	0.3	-113.8 (-97.0)	4.23 (7.87)	0.037 (0.081)
2.0	0.1	-115.3 (-100.7)	58.1 (83.2)	0.504 (0.826)
	0.2	-116.0 (-102.5)	11.4 (17.1)	0.098 (0.167)
	0.3	-116.4 (-103.5)	5.48 (8.84)	0.047 (0.085)

тверждает гипотезу¹ о возможности сдвиговых разрушений и расслоения пластов, разнородных по упругим свойствам, вдоль границы контакта в окрестности скважины в результате концентрации касательных напряжений. Проскальзывание по границе раздела неровных поверхностей контакта приведет к их раскрытию и увеличению эффективной гидравлической проводимости насыщенного жидкостью пласта. Соответствующее перераспределение фильтрационного потока в окрестности скважины проявляется в локализации притока жидкости вблизи кровли и подошвы пласта, что необходимо учитывать при исследовании и эксплуатации скважины.

Дальнейшее изучение возникновения и развития подобных сдвиговых разрушений позволило бы составить более полное представление о механизме указанного явления.

Поступила 11 XII 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Желтов Ю. П. Об учете сжимаемости пористой среды при фильтрации в ней однородной жидкости. Тр. Всес. нефтегаз. н.-и. ин-та, 1962, вып. 37.
2. Желтов Ю. П. Деформации горных пород. М., «Недра», 1966.

¹ См. подстрочн. прим. к стр. 111.

3. Баренблатт Г. И., Крылов А. П. Об упругопластическом режиме фильтрации. Изв. АН СССР. ОТИ, 1955, № 2.
4. Щелкачев В. Н. Разработка нефтеводоносных пластов при упругом режиме. М., Гостоптехиздат, 1959.
5. Бан А., Богомолова А. Ф., Максимов В. А. и др. Влияние свойств горных пород на движение в них жидкости. М., Гостоптехиздат, 1962.
6. Гармонов И. В., Коноплянец А. А., Котлов Ф. В. Оседания земной поверхности в связи с откачкой подземных вод, эксплуатацией месторождений нефти и газа. Всес. н.-и. ин-т экономики минеральн. сырья и геологоразвед. работ. ОНТИ, Обзор № 17, М., 1965.
7. Степанов В. П. Приток жидкости к скважине с учетом изменения напряженного состояния горных пород в результате фильтрации. Тр. Всес. нефтегаз. н.-и. ин-та, 1968, вып. 54.
8. Добрынин В. М. Деформации и изменения физических свойств коллекторов нефти и газа. М., «Недра», 1970.
9. Николаевский В. Н., Басниев К. С., Горбунов А. Т., Зотов Г. А. Механика насыщенных пористых сред. М., «Недра», 1970.
10. Кривонос И. В., Максугов Р. А., Доброскок Б. Е., Пустовойт С. П. О влиянии межпластового перепада давления на приемистость смежных пластов различной проницаемости. Нефтяное хозяйство, 1970, № 1.
11. Кац Р. М. Нелинейная установившаяся фильтрация жидкости в слоистом пласте. Изв. АН СССР. МЖГ, 1972, № 1.
12. Баренблатт Г. И., Енгов В. М., Рыжик В. М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М., «Недра», 1972.
13. Енгов В. М., Малахова Т. А. Об изменении напряженно-деформированного состояния горных пород при изменении давления в насыщенном жидкостью пласте. Изв. АН СССР. МТТ, 1974, № 6.
14. Biot M. A. General theory of threedimensional consolidation. J. Appl. Phys., 1941, vol. 12, No. 2.
15. Biot M. A. Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid. J. Appl. Phys., 1955, vol. 26, No. 2.
16. Biot M. A., Willis D. G. The elastic coefficients of the theory of consolidation. J. Appl. Mech., 1957, vol. 24, No. 4.
17. Керчман В. И. Задачи консолидации и связанной термоупругости для деформируемого полупространства. Изв. АН СССР. МТТ, 1976, № 1.
18. Уфлянд Я. С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. Л., «Наука», 1967.