

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛЕЙ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ СОУДАРЕНИИ ЦИЛИНДРОВ

А. И. ГЛУШКО

(Москва)

Во многих исследованиях откольных явлений основное внимание было направлено главным образом на определение критерия откола при одноосном напряженном состоянии. Для исследования откольных явлений в условиях сложного напряженного состояния иногда предлагается использовать критерии откола при одноосном напряженном состоянии, в которых в качестве аргумента берется некоторая инвариантная величина тензора напряжений, называемая «эффективным» напряжением. Однако при таком подходе оказывается невозможным избежать трудности, связанной с определением поверхности разрыва среды. Очевидно, что при выборе того или иного критерия для описания откола в условиях сложного напряженного состояния важное значение имеет анализ действующих в среде напряжений. В связи с этим в данной работе рассматривается задача соударения двух цилиндров из линейно-упругого материала и анализируются поля напряжений на различных стадиях процесса соударения.

1. Будем рассматривать движения сплошной среды в цилиндрической системе координат и введем обозначения: $x^1=r$, $x^2=\varphi$, $x^3=z$; G_1 — прямо угольник, $0 \leq r \leq R_1$, $0 \leq z \leq H_1$; G_2 — прямоугольник, $0 \leq r \leq R_2$, $H_1 \leq z \leq H_1+H_2$, $G=G_1 \cup G_2$; R_1 , H_1 — постоянные числа, соответствующие величине радиуса и толщине «ударника»; R_2 , H_2 — радиус и толщина «мишени»; Γ — множество граничных точек области G ; p — некоторая точка области G с координатами r , z ; t — время, ρ_0 — плотность, x_0 — некоторый линейный параметр в задаче, c_1 — скорость продольных волн, c_2 — скорость поперечных волн, $c=c_2/c_1$; v^i ($i=1, 2, 3$) — компоненты вектора скорости, σ^{ij} — компоненты тензора напряжений, ϵ_{ij} — компоненты тензора деформаций.

Далее введем безразмерные переменные

$$t' = \frac{c_1 t}{x_0}, \quad r' = \frac{r}{x_0}, \quad z' = \frac{z}{x_0}, \quad v_r = \frac{v^1}{c_1}, \quad v_z = \frac{v^3}{c_1}$$

$$\sigma_r = \frac{\sigma^{11}}{\rho_0 c_1^2}, \quad \sigma_z = \frac{\sigma^{33}}{\rho_0 c_1^2}, \quad \sigma_\varphi = \frac{\sigma^{22} r^2}{\rho_0 c_1^2}, \quad \tau = \frac{\sigma^{13}}{\rho_0 c_1^2}$$

Примем, что связь между компонентами тензора напряжений и компонентами тензора деформаций определяется законом Гука. Тогда система уравнений, описывающая движение линейно-упругой среды в цилиндрической системе координат, в безразмерных переменных записывается в следующем виде:

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r}$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} = \frac{\partial \tau}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau}{r}, \quad \frac{\partial \tau}{\partial t} = c^2 \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial t} &= \frac{\partial v_r}{\partial r} + (1-2c^2) \frac{\partial v_z}{\partial z} + (1-2c^2) \frac{v_r}{r} \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} &= (1-2c^2) \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} + (1-2c^2) \frac{v_r}{r} \\ \frac{\partial \sigma_\varphi}{\partial t} &= (1-2c^2) \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + (1-2c^2) \frac{v_r}{r} \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь для простоты штрихи у зависимых и независимых переменных опущены.

Сформулируем следующую краевую задачу: в области G при $t > 0$ ($t \leq T$) найти решение системы (1.1), удовлетворяющее граничным условиям

$$\begin{aligned} \sigma_r = \tau = 0 \quad \text{при} \quad & \begin{cases} r = R_1, & 0 \leq z \leq H_1 \\ r = R_2, & H_1 \leq z \leq H_1 + H_2 \end{cases} \\ \sigma_z = \tau = 0 \quad \text{при} \quad & \begin{cases} z = 0, & 0 \leq r \leq R_1 \\ z = H_1 + H_2, & 0 \leq r \leq R_2 \end{cases} \end{aligned} \quad (1.2)$$

и начальным данным

$$\begin{aligned} v_r(0, p) = \sigma_r(0, p) = \sigma_z(0, p) = \sigma_\varphi(0, p) = \tau(0, p) = 0, \quad p \in G \\ v_z(0, p) = v_0 > 0, \quad p \in G_1; \quad v_z(0, p) = 0, \quad p \in G_2 \end{aligned} \quad (1.3)$$

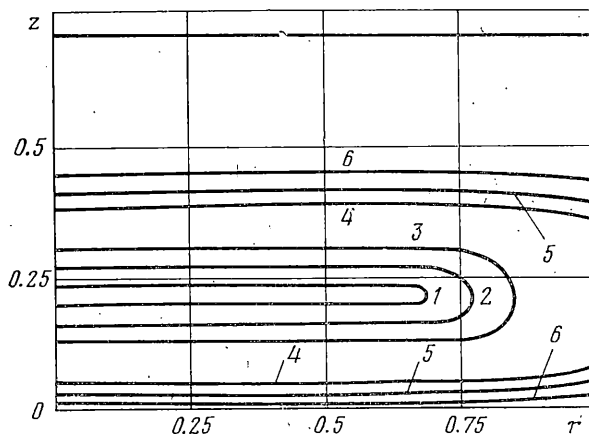
На линии контакта ставится условие «прилипания», т. е. напряжения и скорости при $z = H_1$, $0 \leq r \leq R_1$ непрерывны.

Очевидно, что при такой постановке задачи не учитывается разлет цилиндров. В силу двумерности задачи разделение цилиндров во всех точках плоскости контакта происходит не мгновенно. В момент $t_0 = 2H_1/c_1$, когда фронт плоской волны разгрузки, отраженной от свободной поверхности $z = 0$, совпадает с плоскостью контакта, начинается нарушение контакта между цилиндрами. Нарушение контакта может произойти только по кольцу, ограниченному линиями пересечения плоскости контакта с фронтом тороидальной волны разгрузки и боковой поверхности цилиндров.

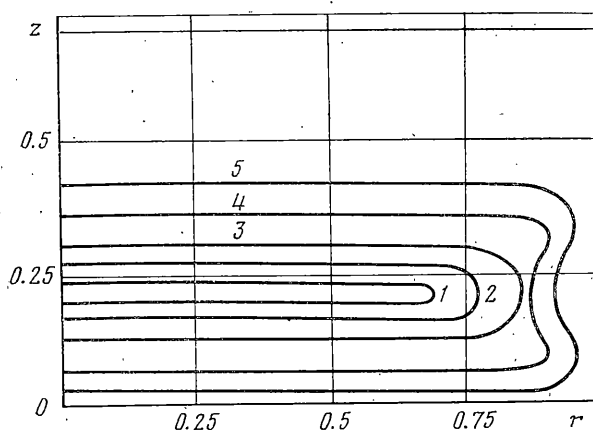
Рассматривая задачу соударения на протяжении интервала времени $\Delta t = (2H_1 + H_2)/c_1$ при $H_1/H_2 = 1/2$, очевидно, что волны, возникающие в плоскости контакта при разлете, не оказывают существенного влияния на распределение напряжений в той области, где растягивающие напряжения превышают наибольшие напряжения при сжатии. Естественно, что в этом случае для анализа полей напряжений можно ограничиться упрощенной постановкой, когда на плоскости контакта принимается условие прилипания.

2. Рассматриваемая краевая задача является математической моделью процесса соударения двух цилиндрических пластин из линейно-упругого материала. Решение этой задачи позволяет получить поля напряжений в различные моменты процесса соударения и оценить размеры откольной «чашечки». Краевая задача (1.1) – (1.3) решается численно методом распада произвольного разрыва [1]. При численных расчетах в области G вводится равномерная сетка с шагом h , а на оси симметрии $r = 0$, $0 \leq z \leq H_1 + H_2$ ставятся дополнительные условия $v_r = \tau = 0$, вытекающие из требования симметрии. Шаг по времени выбирается из условия устойчивости разностной схемы [1], которое можно записать в следующем виде:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta t_r \Delta t_z}{\Delta t_r + \Delta t_z}, \quad \Delta t_r \leq h, \quad \Delta t_z \leq h \quad (2.1)$$



Фиг. 1



Фиг. 2

Расчеты проводились на сетке G_h , имеющей 45 узлов по переменной r и 30 узлов по переменной z . В качестве материала среды бралась медь, скорость продольных волн в которой $c_1 = 4.685 \cdot 10^3$ м/с, скорость поперечных волн $c_2 = 2.1409 \cdot 10^3$ м/с [2].

Следует отметить, что ранее аналогичная задача о соударении двух одинаковых полубесконечных цилиндров была рассмотрена в [3]. В этой работе методом С. Л. Соболева получены формулы, позволяющие определить величины $\Delta = \text{div } u$ и $\omega = \text{rot } u$ (u — вектор смещений). Выражения для Δ и ω представляют собой контурные интегралы в плоскости комплексного переменного. Ввиду громоздкости получаемых формул в [3] приведены численные расчеты величин Δ , ω и смещений u_r только для точек, лежащих на боковой поверхности цилиндров.

Из решения, полученного в [3], следует, что в каждый момент времени t величина ω неограниченно возрастает в тех точках на боковой поверхности цилиндров, которые находятся на расстоянии $z = c_R t$ от плоскости контакта (c_R — скорость волн Релея). Известно также, что при соударении цилиндров с различными радиусами ($R_1 < R_2$) компоненты напряжений σ_r , σ_z обращаются в бесконечность в угловой точке $r = R_1$, $z = H_1$. Очевидно, что при решении задачи соударения с помощью метода сеток могут быть получены только конечные значения неизвестных величин в узлах сетки. Одна-

ко можно показать, что в таких точках отличие аналитического решения от численного будет существенным только в окрестности порядка двух-трех ячеек, а в остальных ячейках разностной сетки погрешность между точным и численным решениями будет равномерно ограничена величиной $\varepsilon = Ch$, где C — постоянная, не зависящая от h .

3. Приведем результаты численных расчетов. *Задача соударения двух цилиндров с одинаковыми радиусами.* В безразмерных переменных величина радиуса принималась равной единице, толщина ударника $H_1 = 0.233$, толщина мишени $H_2 = 0.433$, скорость соударения в безразмерных переменных принималась равной $u_0 = 0.025$, что в размерных единицах соответствует $u_0 \approx 100$ м/с.

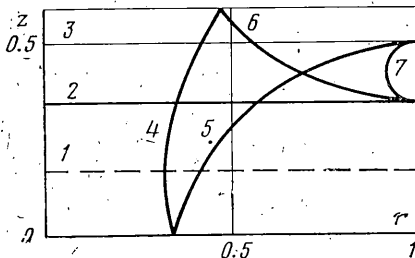
В начальные моменты времени в среде образуется следующая волновая картина. От плоскости контакта в противоположных направлениях распространяются плоские волны сжатия. Наряду с волнами сжатия возникает «тороидальная» волна разгрузки, фронт которой в сечении любой плоскостью, проходящей через ось симметрии, имеет форму полукруга. Центр этого полукруга лежит на линии пересечения плоскости контакта и боковой поверхности цилиндров, а диаметр в каждый момент времени равен расстоянию между фронтами волн сжатия. Поведение линий уровня $\sigma_z = \text{const}$ в момент времени $t = 0.106$, соответствующий началу отражения волны сжатия от поверхности $z = 0$, показано на фиг. 1, где линиям 1–6 соответствуют следующие значения σ_z : 1 — 0.0125, 2 — 0.0124, 3 — 0.0118, 4 — 0.0071, 5 — 0.0047, 6 — 0.0022. Поведение линий уровня $\sigma_r = \text{const}$ в этот же момент времени показано на фиг. 2, где линиям 1–5 соответствуют следующие значения σ_r : 1 — 0.00624, 2 — 0.00618, 3 — 0.00590, 4 — 0.0040, 5 — 0.0020.

Из фиг. 1, 2 видно, что линии уровня $\sigma_z = \text{const}$, $\sigma_r = \text{const}$ являются прямыми линиями вплоть до фронта тороидальной волны разгрузки и симметричны относительно плоскости контакта. В области, ограниченной осью симметрии, фронтами плоских волн сжатия и фронтом тороидальной волны разгрузки, движение одномерно, т. е. $v_r = v_\varphi = 0$, $\varepsilon_r = \varepsilon_\varphi = 0$, $\tau = 0$, а в области, ограниченной боковой поверхностью цилиндров и фронтом тороидальной волны, поле напряжений неоднородно.

В последующие моменты времени в результате отражения волн сжатия от плоскостей $z = 0$ и $z = H_1 + H_2$ возникают отраженные плоские волны разгрузки, движущиеся навстречу друг другу вдоль оси Oz , а при падении тороидальной волны разгрузки на плоскости $z = 0$ и $z = H_1 + H_2$ возникают отраженные тороидальные волны. Интенсивные растягивающие напряжения возникают в момент времени, когда фронт плоской волны разгрузки, распространяющийся «вверх», совпадает с фронтом волны разгрузки, распространяющимся «вниз». Волновая картина, соответствующая этой стадии процесса соударения, изображена схематично на фиг. 3. Здесь цифрами 1–7 обозначены: 1 — плоскость контакта; 2, 3 — фронты плоских волн растяжения; 4 — фронт тороидальной волны разгрузки; 5, 6 — фронты отраженных тороидальных волн; 7 — фронт тороидальной волны нагрузки.

Численные расчеты показывают, что в области G_1 , ограниченной линиями 2–6 (фиг. 3), значения компонент σ_r , σ_z , σ_φ больше значений σ_r , σ_z , σ_φ в других точках области G_2 , не принадлежащих G_1 , а в области G_2 , ограниченной осью симметрии и линиями 2–4, образуется однородное напряженное состояние; причем в G_2 компоненты v_r и v_φ вектора скорости и касательные напряжения τ равны нулю. Оказывается, что до тех пор, пока фронт тороидальной волны разгрузки не достигает оси симметрии, конфигурация волновой картины не изменяется, а максимальные значения σ_r , σ_z , σ_φ примерно на 10% больше максимальных значений σ_r , σ_z , σ_φ в стадии сжатия.

Поведение линий уровня $\sigma_z = \text{const}$ в момент времени $t=0.833$, соответствующий описанной выше волновой картине, показано на фиг. 4.



Фиг. 3

Здесь линиям 1-8 соответствуют следующие значения σ_z : 1-0.0120, 2-0.0110, 3-0.0100, 4-0.0090, 5-0.0080, 6-0.0060, 7-0.0040, 8-0.0025. Поведение линий уровня $\sigma_r = \text{const}$ в этот же момент времени показано на фиг. 5. Здесь линиям 1-5 соответствуют следующие значения σ_r : 1-0.0080, 2-0.0070, 3-0.0060, 4-0.0050, 5-0.0035. Из фиг. 4 видно, что в области, ограниченной линией 1, значения компоненты σ_z превышают наибольшее значение σ_z на стадии сжатия¹, равное 0.0120. Аналогично фиг. 5 показывает, что в области, ограниченной линией 2, значения компоненты σ_r превышают наибольшее значение σ_r на стадии сжатия, равное 0.0072. В последующие моменты времени область, в которой σ_z превышает наибольшее значение σ_z на стадии сжатия, и область, в которой σ_r превышает наибольшее значение σ_r на стадии сжатия, смещаются в направлении оси симметрии и при $t=0.999$ максимальные значения σ_r , σ_z , σ_φ оказываются расположенными на оси симметрии.

Задача соударения двух цилиндров с различными радиусами. Расчеты проводились при следующих значениях геометрических параметров: радиус ударника $R_1=0.666$, толщина ударника $H_1=0.233$, радиус мишени $R_2=1.0$, толщина мишени $H_2=0.433$, скорость соударения $u_0=0.025$ (≈ 100 м/с).

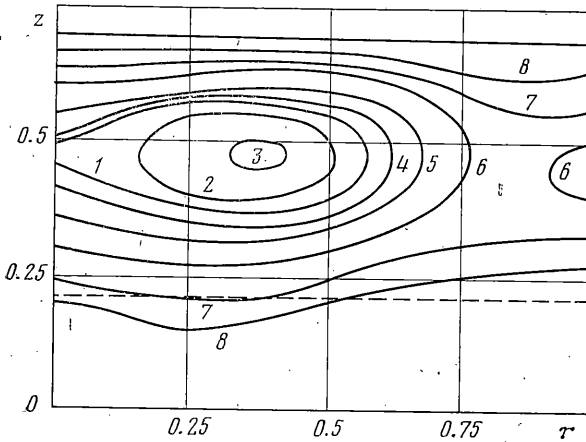
Очевидно, что в начальные моменты времени, так же как и при соударении цилиндров с одинаковыми радиусами, в среде будут распространяться в противоположных направлениях плоские волны сжатия, а также возникает тороидальная волна разгрузки, распространяющаяся в направлении оси симметрии.

На фиг. 6 показано поведение линий уровня $\sigma_z = \text{const}$ в момент времени $t=0.105$, соответствующий началу отражения волны сжатия от плоскости $z=0$. На этой фигуре линиям 1-7 соответствуют следующие значения σ_z : 1-0.01240, 2-0.0115, 3-0.0100, 4-0.0075, 5-0.0045, 6-0.0020, 7-0.0010. Поведение линий уровня $\sigma_r = \text{const}$ в этот же момент времени показано на фиг. 7. Здесь линиям 1-6 соответствуют следующие значения σ_r : 1-0.0059, 2-0.0040, 3-0.0036, 4-0.0031, 5-0.0025, 6-0.0022.

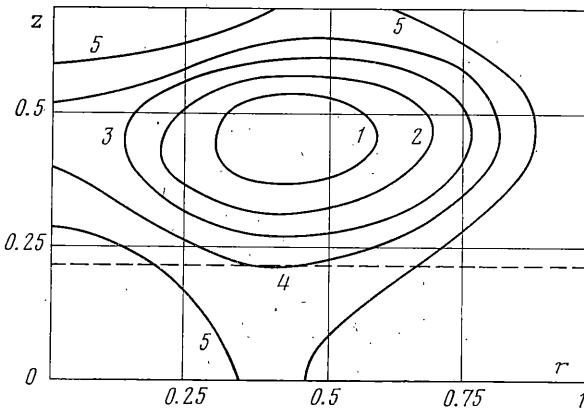
Из этих фигур видно, что линии уровня $\sigma_r = \text{const}$ и $\sigma_z = \text{const}$ являются прямыми линиями вплоть до пересечения с фронтом тороидальной волны разгрузки. Очевидно, что в силу граничного условия $\sigma_r=0$ на боковой поверхности цилиндров линии уровня $\sigma_r = \text{const}$ не пересекают боковой поверхности ударника, а линии уровня $\sigma_z = \text{const}$ в силу граничного условия $\sigma_z=0$ на свободной поверхности мишени $z=H_1$, $R_1 \leq r \leq R_2$ не пересекают плоскости контакта при $R_1 \leq r \leq R_2$.

В результате отражения плоской волны сжатия и тороидальной волны разгрузки от плоскости $z=0$ волновая картина изменяется: образуется плоская отраженная волна разгрузки и отраженная тороидальная волна. Затем в плоскости контакта происходит дифракция отраженных волн, а в тот момент времени, когда тороидальная волна разгрузки достигает бо-

¹ Здесь и ниже приводятся значения компонент σ_r , σ_z , σ_φ в стадии сжатия, взятые по абсолютной величине.



Фиг. 4



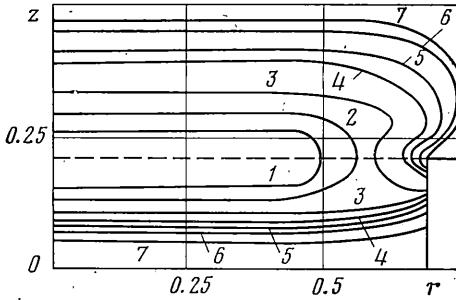
Фиг. 5

вой поверхности мишени, образуется еще одна отраженная тороидальная волна. Волновая картина, соответствующая этой стадии процесса соударения, изображена схематично на фиг. 8. Здесь цифрами 1–7 обозначены: 1 – плоскость контакта, 2 – фронт отраженной волны разгрузки, 3 – фронт плоской волны сжатия, распространяющейся «вверх», 4 – фронт тороидальной волны разгрузки, 5 – фронт отраженной тороидальной волны, 6 – фронт дифракционной волны, 7 – фронт отраженной тороидальной волны.

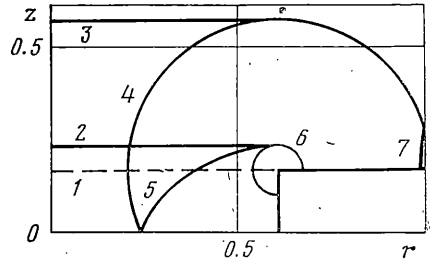
Интерференция плоских отраженных волн разгрузки приводит к образованию интенсивных растягивающих напряжений. Рассмотрим поля напряжений σ_r и σ_z в стадии растяжения. На фиг. 9 показано поведение линий уровня $\sigma_z = \text{const}$ в момент времени $t = 0.833$. Здесь линиям 1–8 соответствуют следующие значения σ_z : 1 – 0.0130, 2 – 0.0120, 3 – 0.0092, 4 – 0.0078, 5 – 0.0060, 6 – 0.0030, 7 – 0.0020, 8 – 0.0014.

Из фиг. 9 видно, что максимальное значение $\sigma_z = 0.0135$ достигается в точке, лежащей на оси симметрии, а в области, ограниченной осью симметрии и линией 2, компонента σ_z превышает максимальное значение σ_z на стадии сжатия, равное 0.0120.

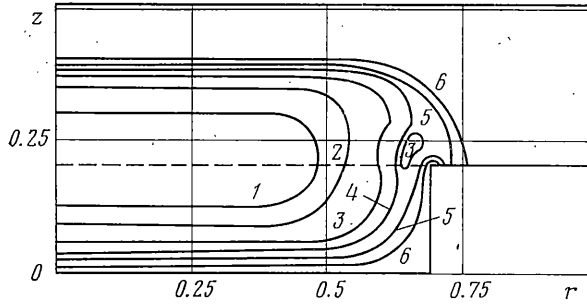
Анализ полей напряжений показывает, что на стадии растяжения компонента σ_z не превышает максимального значения σ_z в момент времени $t = 0.833$. Тогда, принимая во внимание, что компонента σ_z на стадии сжа-



Фиг. 6



Фиг. 8

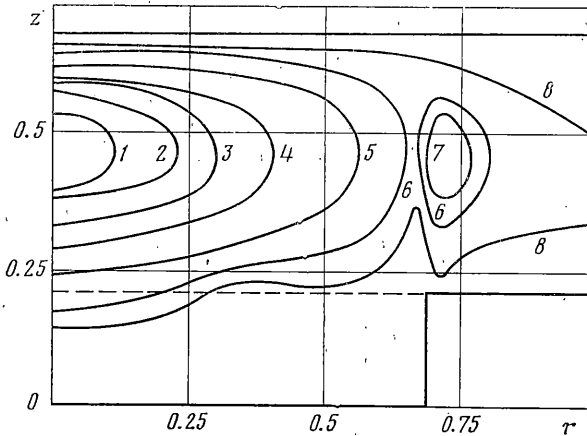


Фиг. 7

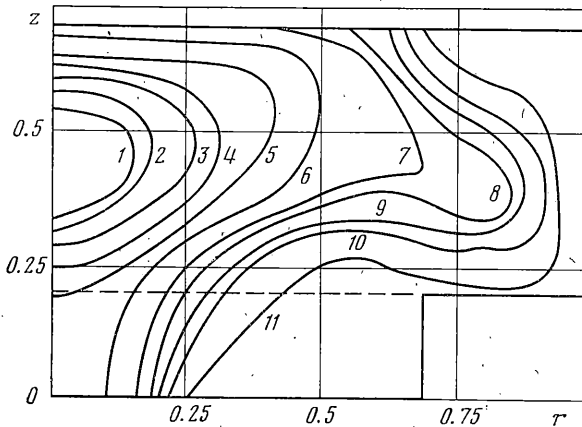
тия не превышает значения 0.0120, нетрудно заметить, что наибольшее значение σ_z в стадии растяжения превосходит наибольшее значение σ_z в стадии сжатия примерно на 10%.

Поведение линий уровня $\sigma_r = \text{const}$ при $t=0.833$ показано на фиг. 10. Здесь линиям 1–11 соответствуют следующие значения σ_r : 1 – 0.0095, 2 – 0.0085, 3 – 0.0075, 4 – 0.0065, 5 – 0.0055, 6 – 0.0045, 7 – 0.0035, 8 – 0.0030, 9 – 0.0025, 10 – 0.0020, 11 – 0.0010. Рассматривая фиг. 10, можно видеть, что максимальное значение $\sigma_r = 0.0109$ достигается в точке, лежащей на оси симметрии, а в области, ограниченной осью симметрии и линией 3, значения компоненты σ_r превышают наибольшее значение σ_r на стадии сжатия, равное 0.0072. Анализ полей напряжения показывает, что наибольшее значение компоненты σ_r в стадии растяжения равно 0.0119. Принимая во внимание, что в стадии сжатия σ_r не превышает значения 0.0072, очевидно, что наибольшее значение σ_r на стадии растяжения примерно на 60% превышает наибольшее значение σ_r на стадии сжатия.

Интересно сравнить поля напряжений в стадии растяжения в случае соударения цилиндров с одинаковыми радиусами (фиг. 4, 5) и в случае соударения цилиндров при отношении радиусов $R_1 : R_2 = 2 : 3$ (фиг. 9, 10). Из сравнения этих фигур можно видеть, что в момент времени $t=0.833$ в случае соударения цилиндров при отношении радиусов $R_1 : R_2 = 2 : 3$ максимальные значения $\sigma_z = 0.0135$, $\sigma_r = 0.0109$ больше, чем максимальные значения $\sigma_z = 0.0122$, $\sigma_r = 0.0089$ в случае соударения цилиндров с одинаковыми радиусами. Однако, как показывает анализ полей напряжений, в последующие моменты времени ситуация изменяется и при $t=0.999$ максимальные значения компонент σ_z и σ_r равны $\sigma_z = 0.0140$, $\sigma_r = 0.0106$ при соударении цилиндров с равными радиусами, а в случае соударения цилиндров при $R_1 : R_2 = 2 : 3$ максимальные значения σ_z и σ_r равны $\sigma_z = 0.0075$, $\sigma_r = 0.0060$.



Фиг. 9



Фиг. 10

Величина максимальных растягивающих напряжений σ_r , σ_z , σ_φ пропорциональна радиусу R_1 и толщине ударника (при условии $H_1 < H_2$), а также пропорциональна скорости соударения. Расстояние от тыльной поверхности мишени до точек (окружности), в которых растягивающие напряжения максимальны, пропорционально толщине ударника и с достаточной степенью точности можно принять его равным H_1 .

Многочисленные экспериментальные исследования показывают, что часто при соударении твердых деформируемых тел происходят откольные разрушения [4]. Откольные явления вызываются интенсивными динамическими растягивающими напряжениями, возникающими при интерференции волн разгрузки. Ниже на основе анализа полей напряжений, возникающих при соударении двух цилиндров, рассмотрен инженерный подход к оценке размеров откольной «чашечки».

Вопрос о критерии разрушения при сложном напряженном состоянии в настоящее время не имеет однозначного ответа. Считается, что в этом случае критерий разрушения должен быть записан либо в виде некоторой функции от инвариантов тензора напряжений, либо в виде некоторого функционала от инвариантов тензора напряжений, если учитывается временной характер откольных явлений. Следует отметить, что целью данной работы является не расчет размеров откольной чашечки на основании определенного критерия откола, а оценка размеров. В качестве условия, по которому делается оценка размеров, используются соображения о том, что кольцевые напряжения σ_φ не оказывают существенного влияния на откол, а размеры области, в которой как значения компоненты σ_r , так и значения компоненты σ_z

близки к некоторому критическому значению σ^* , будут по порядку величины совпадать с размерами откольной чашечки.

Для оценки размеров откольной чашечки предположим, что при напряжениях σ_r и σ_z , превышающих критические значения σ_r^* и σ_z^* , в среде происходит разрушение. Затем пусть в момент времени t_s в среде можно выделить область G' , в которой выполняются условия $\sigma_r \geq \sigma_r^*$, $\sigma_z \geq \sigma_z^*$. Обозначим через p произвольную точку области G ; r, z — координаты точки p ; $d = \max r$ ($p \in G'$), $h_1 = \min z$ ($p \in G'$), $h_2 = \max z$ ($p \in G'$).

Тогда можно ожидать, что откол происходит в момент времени t_s , ширина откольной чашечки (расстояние от оси симметрии до наиболее удаленной точки чашечки) будет больше d , а высота чашечки h (расстояние от тыльной поверхности мишени до наиболее удаленной на оси симметрии точки чашечки) будет лежать в интервале $H_3 - h_2 \leq h \leq H_3 - h_1$, где $H_3 = H_1 + H_2$ — суммарная толщина ударника и мишени. Например, если считать, что $\sigma_r^* = 0.0095$, $\sigma_z^* = 0.0130$, то на фиг. 10 в области G' , ограниченной линией уровня I , выполняются условия $\sigma_r \geq \sigma_r^*$, $\sigma_z \geq \sigma_z^*$. Тогда, исходя из фиг. 10, можно ожидать, что ширина откольной чашечки будет более 0.07 (т. е. $\approx 7\%$ от радиуса мишени), а высота h заключена в интервале $0.07 \leq h \leq 0.13$ (т. е. от 7 до 13% от радиуса мишени).

Автор благодарит Н. В. Зволинского и А. Н. Ковшова за внимание к работе.

Поступила 12 XII 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Годунов С. К., Забродин А. В., Прокопов Г. П. Разностная схема для двумерных нестационарных задач газовой динамики и расчет обтекания цилиндра с отходящей ударной волной. *Ит., вычисл. матем. и матем. физ.*, 1961, т. 1, № 6.
2. Годунов С. К., Козин Н. С., Роменский Е. И. Уравнение состояния упругой энергии металлов при нешаровом тензоре деформации. *ПМТФ*, 1974, № 2.
3. Малков М. А. Двумерная задача об упругом соударении стержней. *Докл. АН СССР*, 1963, т. 148, № 4.
4. Райнзарт Дж. С., Пирсон Дж. Поведение металлов при импульсивных нагрузках. М., Изд-во иностр. лит., 1958.