

ПЕРЕДВИЖЕНИЕ АНТРОПОМОРФНОГО МЕХАНИЗМА (со стопами)  
ПРИ ИМПУЛЬСНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ. II.

ДВУХОПОРНАЯ ФАЗА

Р. А. ВЕЛЕРШТЕЙН, А. М. ФОРМАЛЬСКИЙ

(Москва)

Данная работа является непосредственным продолжением [1], в которой рассматривалось движение механизма в одноопорной фазе. Здесь изучается мгновенная двухопорная фаза. Именно во время этой фазы в суставах механизма прикладываются импульсные воздействия, в результате которых возникает желаемое баллистическое движение в одноопорной фазе.

1. Уравнения движения в фазе двойной опоры. Во время двойной опоры происходит смена опоры с одной ноги на другую, поэтому уравнения (1.1), приведенные в [1], для описания двухопорного движения не годны.

К пяти угловым переменным (см. (1.2) в [1]) присоединим еще две обобщенные координаты  $x$  и  $y$ , описывающие положение тазобедренного сустава  $O$  (фиг. 1).

Через  $u_1, u_2$  обозначим моменты сил в коленных суставах, через  $q_1, q_2$  — моменты сил, действующих между корпусом и бедрами, через  $\pi_1, \pi_2$  — моменты сил в голеностопных суставах ног, через  $R_1 (R_{1x}, R_{1y})$  и  $R_2 (R_{2x}, R_{2y})$  — силы, приложенные к стопам. При невесомых стопах силы  $R_1$  и  $R_2$  прикладываются к голеностопным суставам. Единицу в индексе будем относить к передней ноге, двойку — к задней (фиг. 1). Если ноги касаются поверхности, то  $R_1, R_2$  — силы реакции поверхности.

Уравнения движения механизма, полученные в [2], можно представить в такой же удобной матричной форме, как и уравнения (1.1) в [1]:

$$B(z)z'' + A \|\sin z_i\| + D(z) \|z_i'^2\| = C(z)w - Mg\eta \quad (1.4)$$

Здесь в отличие от обозначений (1.2), принятых в [1]:

$$z^* = \|x, y, \psi, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2\|$$

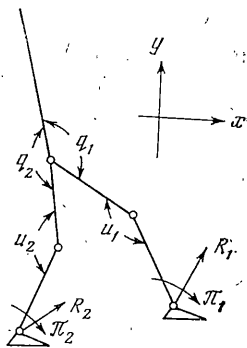
$$\|\sin z_i\| = \|0, 0, \sin \psi, \sin \alpha_1, \sin \alpha_2, \sin \beta_1, \sin \beta_2\|$$

$$\|z_i'^2\| = \|0, 0, \psi'^2, \alpha_1'^2, \alpha_2'^2, \beta_1'^2, \beta_2'^2\|$$

(1.2)

$$w^* = \|u_1, u_2, q_1, q_2, \pi_1, \pi_2, R_{1x}, R_{1y}, R_{2x}, R_{2y}\|$$

$$\eta^* = \|0, 1, 0, 0, 0, 0, 0\|$$



Фиг. 1

Симметрическая матрица  $B(z)$  определяется выражениями

$$\begin{aligned} b_{11}=b_{22}=M, \quad b_{13}=-K_r \cos \psi, \quad b_{14}=K_a \cos \alpha_1, \quad b_{15}=K_a \cos \alpha_2 \\ b_{16}=K_b \cos \beta_1, \quad b_{17}=K_b \cos \beta_2, \quad b_{23}=-K_r \sin \psi, \quad b_{24}=K_a \sin \alpha_1, \quad b_{25}=K_a \sin \alpha_2 \\ b_{26}=K_b \sin \beta_1, \quad b_{27}=K_b \sin \beta_2, \quad b_{33}=J, \quad b_{44}=b_{55}=J_a \\ b_{46}=J_{ab} \cos (\alpha_1-\beta_1), \quad b_{57}=J_{ab} \cos (\alpha_2-\beta_2), \quad b_{66}=b_{77}=J_b \end{aligned} \quad (1.3)$$

Остальные элементы  $b_{ij}=0$  (при  $i < j$ ). У матрицы  $A$  отличны от нуля пять диагональных элементов:

$$a_{33}=-gK_r, \quad a_{44}=a_{55}=gK_a, \quad a_{66}=a_{77}=gK_b \quad (1.4)$$

У матрицы  $D(z)$  отличны от нуля элементы

$$\begin{aligned} d_{13}=K_r \sin \psi, \quad d_{14}=-K_a \sin \alpha_1, \quad d_{15}=-K_a \sin \alpha_2, \quad d_{16}=-K_b \sin \beta_1, \quad d_{17}=-K_b \sin \beta_2 \\ d_{23}=-K_r \cos \psi, \quad d_{24}=K_a \cos \alpha_1, \quad d_{25}=K_a \cos \alpha_2, \quad d_{26}=K_b \cos \beta_1, \quad d_{27}=K_b \cos \beta_2, \\ d_{46}=-d_{64}=J_{ab} \sin (\alpha_1-\beta_1), \quad d_{57}=-d_{75}=J_{ab} \sin (\alpha_2-\beta_2) \end{aligned} \quad (1.5)$$

У матрицы  $C(z)$  отличны от нуля элементы

$$\begin{aligned} c_{17}=c_{19}=c_{28}=c_{2,10}=-c_{33}=-c_{34}=-c_{41}=c_{43}=-c_{52}=c_{54}=c_{61}=-c_{63}=c_{72}=-c_{76}=1 \\ c_{47}=L_a \cos \alpha_1, \quad c_{48}=L_a \sin \alpha_1, \quad c_{59}=L_a \cos \alpha_2, \quad c_{5,10}=L_a \sin \alpha_2 \\ c_{67}=L_b \cos \beta_1, \quad c_{68}=L_b \sin \beta_1, \quad c_{79}=L_b \cos \beta_2, \quad c_{7,10}=L_b \sin \beta_2 \end{aligned} \quad (1.6)$$

Механический смысл величин, фигурирующих в выражениях (1.3)–(1.6), указан в [1].

**2. Уравнения для вычисления импульсных воздействий.** Время двойной опоры будем считать бесконечно малым, т. е. двухопорную фазу будем предполагать мгновенной. Пусть  $t=T$  — момент двухопорной фазы. В момент  $t=T$  накладывается связь на переносимую ногу, т. е. стопа переносимой ноги становится неподвижной относительно поверхности. Наложение связи приводит к появлению импульсной (ударной) реакции, в результате которой происходит мгновенное перераспределение скоростей звеньев механизма. Если помимо наложения связи приложить импульсные воздействия в суставах, то к началу новой одноопорной фазы можно получить желаемое распределение скоростей звеньев.

Решив краевую задачу, сформулированную в [1], можно вычислить угловые скорости звеньев в начале (при  $t=0$ ) и в конце (при  $t=T$ ) одноопорной фазы. Тем самым можно вычислить векторы  $z^*(T-0)$  и  $z^*(T+0)$ . Эти векторы описывают обобщенные скорости механизма до двухопорной фазы и после нее, или, другими словами, в конце одноопорной фазы и в начале следующей одноопорной фазы. При вычислении величин  $x^*(T-0)$ ,  $y^*(T-0)$ , входящих в вектор  $z^*(T-0)$ , и величин  $x^*(T+0)$ ,  $y^*(T+0)$ , входящих в вектор  $z^*(T+0)$ , следует пользоваться формулами

$$x^*=-L_a \alpha_1^* \cos \alpha_1 - L_b \beta_1^* \cos \beta_1, \quad y^*=-L_a \alpha_1^* \sin \alpha_1 - L_b \beta_1^* \sin \beta_1$$

Зная величины  $z^*(T-0)$  и  $z^*(T+0)$ , можно вычислить желаемый скачок вектора скоростей  $[z^*]=z^*(T+0)-z^*(T-0)$ . Мгновенное изменение скоростей происходит при импульсных воздействиях

$$w(t)=I\delta(t-T) \quad (2.1)$$

где  $I$  — столбец интенсивностей импульсов

$$I^*=\|I_{u_1}, I_{u_2}, I_{q_1}, I_{q_2}, I_{\pi_1}, I_{\pi_2}, I_{R_{1x}}, I_{R_{1y}}, I_{R_{2x}}, I_{R_{2y}}\|$$

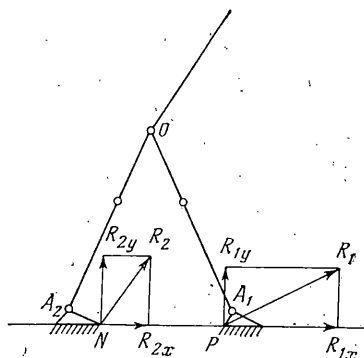
а  $\delta(t-T)$  — дельта-функция, равная нулю при  $t \neq T$ .

Из уравнений (1.4) вытекают следующие соотношения, связывающие скачки скоростей с интенсивностями импульсных воздействий

$$B(z(T))[z^*]=C(z(T))I \quad (2.2)$$

Вектор  $z(T)$  характеризует конфигурацию механизма в момент  $t=T$  двойной опоры. Соотношение (2.2) представляет собой семь линейных алгебраических уравнений относительно десяти неизвестных, входящих в столбец  $I$ . Из выражений (1.6) следует, что ранг матрицы  $C(z(T))$  равен семи. Следовательно, система (2.2) имеет трехпараметрическое семейство решений.

Если бы механизм не имел стоп или каких-либо других устройств, создающих моменты в голеностопных суставах, то следовало бы считать, что  $\pi_1 = \pi_2 = 0$ . Соотношения (2.2) в этом случае представляют собой семь уравнений с восемью неизвестными. Ранг соответствующей матрицы, как показано, равен семи, поэтому уравнения имеют однопараметрическое семейство решений. Следовательно, при  $\pi_1 = \pi_2 = 0$  необходимое перераспределение скоростей звеньев можно осуществить. Если, однако, нет также специальных устройств, создающих толчок задней ногой, то величины  $R_{2x}$ ,  $R_{2y}$  тоже следует считать равными нулю. При этом уравнений (2.2) оказывается на одно больше, чем неизвестных. Следовательно, необходимое перераспределение скоростей звеньев механизма только с помощью управляющих воздействий в коленном и тазобедренном суставах, приложенных одновременно, вообще говоря, невозможно.



Фиг. 2

Из первого, второго и третьего уравнений системы (2.2) вытекают соотношения

$$M[x_c^*] = I_{R_{1x}} + I_{R_{2x}}, \quad M[y_c^*] = I_{R_{1y}} + I_{R_{2y}} \quad (2.3)$$

$$K_r([x^*] \cos \psi(T) + [y^*] \sin \psi(T)) - J[\psi^*] = I_{q_1} + I_{q_2} \quad (2.4)$$

Соотношения (2.3) связаны с уравнениями движения центра масс механизма, а соотношение (2.4) — с уравнением движения корпуса вокруг его центра масс.

Из соотношений (2.3), (2.4) следует, что, хотя система (2.2) имеет бесчисленное множество решений, суммы  $I_{R_{1x}} + I_{R_{2x}}$ ,  $I_{R_{1y}} + I_{R_{2y}}$ ,  $I_{q_1} + I_{q_2}$  при всех этих решениях остаются постоянными.

Для самосопряженного (симметричного) решения, как следует из выражений (3.3), (3.4) в [1], имеем

$$[x^*] = [x_c^*] = 0, \quad [\psi^*] = 0 \quad (2.5)$$

Поскольку для симметричного решения  $\psi(T) = 0$ , то  $I_{R_{1x}} + I_{R_{2x}} = 0$ ,  $I_{q_1} + I_{q_2} = 0$ .

Таким образом, при симметричном движении горизонтальные составляющие реакций, приложенных к стопам в момент  $t=T$  двойной опоры, направлены в разные стороны (если они не равны нулю). Суммарный момент, действующий со стороны бедер на корпус, равен нулю.

Естественно считать, что при  $t=T$  реакция  $R_1$  прикладывается к пятке  $P$  передней ноги (фиг. 2), т. е. той ноги, которая при  $0 < t < T$  была в фазе переноса. Тогда из приведенного в [1] соотношения (1.7) имеем

$$I_{\pi_1} = -I_{R_{1x}}l_y - I_{R_{1y}}l_x(0) \quad (2.6)$$

Если задняя нога отталкивается носком  $N$ , т. е. при  $t=T$  реакция  $R_2$  прикладывается в точке  $N$  (фиг. 2), то из (1.7) [1] имеем

$$I_{\pi_2} = -I_{R_{2x}}l_y - I_{R_{2y}}l_x(T) \quad (2.7)$$

Соотношения (2.2), (2.6), (2.7) представляют собой девять уравнений относительно десяти неизвестных — интенсивностей импульсных воздействий. Поэтому система (2.2), (2.6), (2.7) имеет однопараметрическое семейство решений.

Поскольку в момент  $t=T$  двухопорной фазы обе ноги механизма находятся на поверхности, постольку, сложив пять последних уравнений системы (2.2), получим (см. фиг. 2)

$$-I_{\pi_1} - I_{\pi_2} + (I_{R_{1x}} + I_{R_{2x}})y(T) + I_{R_{1y}}(x_{A_1}(T) - x(T)) - I_{R_{2y}}(x(T) - x_{A_2}(T)) = \text{const} \quad (2.8)$$

Константа в правой части соотношения (2.8) определяется значениями скачков скоростей и конфигурацией механизма в фазе двойной опоры. Учитывая выражения (2.3), (2.6), (2.7), соотношение (2.8) можно переписать в виде

$$I_{R_{1y}}(x_{A_1}(T) - x(T) + l_x(0)) - I_{R_{2y}}(x(T) - x_{A_2}(T) - l_x(T)) = \text{const} \quad (2.9)$$

Аналогичное соотношение можно получить при помощи теоремы об изменении момента количества движения относительно центра масс механизма. Однако в этом соотношении вместо плеч сил  $R_{1y}$  и  $R_{2y}$  относительно тазобедренного сустава  $O$ , которые фигурируют в соотношении (2.9), будут плечи этих сил относительно центра масс.

Из уравнений (2.3), (2.9) получаем

$$I_{R_{1y}} = \text{const}, I_{R_{2y}} = \text{const} \quad (2.10)$$

Из уравнения (2.8) с учетом соотношений (2.3), (2.10) следует

$$I_{\pi_1} + I_{\pi_2} = \text{const} \quad (2.11)$$

Если в момент  $t=T$  двухопорной фазы  $\alpha_1(T) = -\alpha_2(T)$ , в частности, если ноги механизма прямые (см. формулы (4.1) в [1]), то, складывая четвертое и пятое уравнения системы (2.2) и учитывая равенства (2.3), (2.4), (2.10), получаем

$$I_{u_1} + I_{u_2} = \text{const} \quad (2.12)$$

Система (2.2), (2.6), (2.7) имеет однопараметрическое семейство решений, однако при всех значениях параметра справедливы равенства (2.3), (2.4), (2.10) — (2.12). Константы, стоящие в правых частях соотношений (2.10) — (2.12), от параметра не зависят.

Поскольку система (2.2), (2.6), (2.7) имеет бесчисленное множество решений, то среди них можно искать решение, наилучшее в том или ином смысле. В данной работе отыскивалось решение, которое минимизирует функционал

$$A_1 = \int_{T-0}^{T+0} \{ |u_1(\alpha_1^* - \beta_1^*)| + |u_2(\alpha_2^* - \beta_2^*)| + |q_1(\psi^* - \alpha_1^*)| + |q_2(\psi^* - \alpha_2^*)| + |\pi_1\beta_1^*| + |\pi_2\beta_2^*| \} dt \quad (2.13)$$

а также решение, минимизирующее функционал

$$E_1 = \int_{T-0}^{T+0} \{ |u_1| + |u_2| + |q_1| + |q_2| + |\pi_1| + |\pi_2| \} dt = |I_{u_1}| + |I_{u_2}| + |I_{q_1}| + |I_{q_2}| + |I_{\pi_1}| + |I_{\pi_2}| \quad (2.14)$$

Интеграл (2.13) характеризует работу управляющих сил в суставах механизма во время двойной опоры [3]. Интеграл (2.14) характеризует суммарную интенсивность управляющих моментов в суставах.

**3. Работа при импульсных воздействиях.** Для того чтобы выразить работу (2.13) при импульсных воздействиях через интенсивности воздействий и угловые скорости звеньев до и после двухопорной фазы, заменим импульсное управление (2.1) на малом отрезке  $T \leq t \leq T + \varepsilon$  управлением  $w'(t) = I/\varepsilon$ , а затем устремим  $\varepsilon$  к нулю.

Из уравнений (1.1) и (2.2) следует, что в данном случае вектор  $z^*(t)$  изменяется по закону

$$z^*(t) = z^*(T-0) + [z^*](t-T)/\varepsilon + O(\varepsilon) \quad (3.1)$$

Отсюда получается следующее выражение для закона изменения вектора  $z(t)$ :

$$z(t) = z(T) + z^*(T-0)(t-T) + 1/2[z^*](t-T)^2/\varepsilon + O(\varepsilon^2) \quad (3.2)$$

Рассмотрим какую-либо одну компоненту вектора  $z(t)$ , например  $\beta_1(t)$ . Допустим сначала, что при управлении (2.1)

$$\beta_1^*(T-0)\beta_1^*(T+0) \geq 0 \quad (3.3)$$

При условии (3.3) скорость  $\beta_1^*(t)$ , определяемая формулой (3.1), на данном отрезке не меняет знака. Величина  $\beta_1(t)$  при этом изменяется монотонно и получает (см. (3.2)) приращение

$$\Delta\beta_1 = \beta_1(T+\varepsilon) - \beta_1(T) = 1/2\varepsilon(\beta_1^*(T-0) + \beta_1^*(T+0)) + O(\varepsilon^2)$$

Работа силы  $I_{\pi_1}/\varepsilon$  на отрезке  $T \leq t \leq T + \varepsilon$  вычисляется по формуле

$$\left| \frac{I_{\pi_1}}{\varepsilon} \Delta\beta_1 \right| = \frac{1}{2} |I_{\pi_1}| |\beta_1^*(T-0) + \beta_1^*(T+0)| + O(\varepsilon)$$

При  $\varepsilon \rightarrow 0$  получаем выражение для работы  $A_{\pi_1}$  импульсного воздействия  $\pi_1$ :

$$A_{\pi_1} = \int_{T-0}^{T+0} |\pi_1 \beta_1^*| dt = \frac{1}{2} |I_{\pi_1}| |\beta_1^*(T-0) + \beta_1^*(T+0)| \quad (3.4)$$

Допустим, что

$$\beta_1^*(T-0)\beta_1^*(T+0) < 0 \quad (3.5)$$

Из формулы (3.1) получаем, что при условии (3.5) скорость меняет знак в точке  $t_1 = T - \varepsilon \beta_1^*(T-0)/[\beta_1^*] + O(\varepsilon^2)$ , принадлежащей рассматриваемому отрезку. С помощью выражения (3.2) получаем приращение величины  $\beta_1(t)$  на отрезке  $[T, t_1]$ :

$$\Delta\beta_1^{(1)} = \beta_1(t_1) - \beta_1(T) = -\frac{\beta_1^*(T-0)^2}{2[\beta_1^*]} \varepsilon + O(\varepsilon^2)$$

Приращение величины  $\beta_1(t)$  на отрезке  $[t_1, T + \varepsilon]$  вычисляется так:

$$\Delta\beta_1^{(2)} = \beta_1(T + \varepsilon) - \beta_1(t_1) = \frac{\beta_1^*(T+0)^2}{2[\beta_1^*]} \varepsilon + O(\varepsilon^2)$$

Работа силы  $I_{\pi_1}/\varepsilon$  на отрезке  $T \leq t \leq T + \varepsilon$  вычисляется по формуле

$$\left| \frac{I_{\pi_1}}{\varepsilon} \right| (|\Delta\beta_1^{(1)}| + |\Delta\beta_1^{(2)}|) = \frac{1}{2} |I_{\pi_1}| \frac{\beta_1^*(T-0)^2 + \beta_1^*(T+0)^2}{|[\beta_1^*]|} + O(\varepsilon)$$

При  $\varepsilon \rightarrow 0$  получаем выражение для работы  $A_{\pi_1}$  при условии (3.5)

$$A_{\pi_1} = \int_{T-0}^{T+0} |\pi_1 \beta_1| dt = \frac{1}{2} |I_{\pi_1}| \frac{\beta_1 \cdot (T-0)^2 + \beta_1 \cdot (T+0)^2}{|[\beta_1]|} \quad (3.6)$$

Объединяя формулы (3.4) и (3.6), получаем

$$A_{\pi_1} = \frac{|I_{\pi_1}|}{2} \begin{cases} |\beta_1 \cdot (T-0) + \beta_1 \cdot (T+0)| & \text{при } \beta_1 \cdot (T-0) \beta_1 \cdot (T+0) \geq 0 \\ \frac{\beta_1 \cdot (T-0)^2 + \beta_1 \cdot (T+0)^2}{|[\beta_1]|} & \text{при } \beta_1 \cdot (T-0) \beta_1 \cdot (T+0) < 0 \end{cases} \quad (3.7)$$

Выражения для величин  $A_{u_1}$ ,  $A_{u_2}$ ,  $A_{q_1}$ ,  $A_{q_2}$ ,  $A_{\pi_2}$ , являющихся слагаемыми в формуле (2.13), аналогичны выражению (3.7). Для того чтобы получить выражение, например для  $A_{u_1}$ , нужно в выражении (3.7) индекс  $\pi_1$  заменить на  $u_1$ , скорость  $\beta_1$  — на  $\alpha_1$  —  $\beta_1$ . Таким образом, формулу (2.13) можно представить в виде

$$A_1 = \sigma_1 |I_{u_1}| + \sigma_2 |I_{u_2}| + \sigma_3 |I_{q_1}| + \sigma_4 |I_{q_2}| + \sigma_5 |I_{\pi_1}| + \sigma_6 |I_{\pi_2}| \quad (3.8)$$

где коэффициенты  $\sigma_i$  ( $i=1, \dots, 6$ ), имеющие размерность  $c^{-1}$ , определяются величинами скоростей до и после приложения импульсов.

Заметим, что в [4] получена формула для оценки работы импульсных сил в задаче управления однозвенным маятником. Выражение (3.7) является обобщением этой формулы и может быть использовано для оценки работы импульсных сил не только в рассматриваемой задаче двуногой ходьбы.

Функционал (2.14) получается, если в (3.8) положить  $\sigma_i = 1$  ( $i=1, \dots, 6$ ).

**4. Численные исследования.** В [1] описаны результаты решения краевой задачи, возникающей при исследовании одноопорной фазы. На основании этих результатов при помощи системы (2.2), (2.6), (2.7) были вычислены интенсивности импульсов в момент двойной опоры.

Из равенств (2.10) следует, что интенсивности  $I_{R_{1y}}$ ,  $I_{R_{2y}}$  определяются однозначно. Вычисления показали, что для всех найденных в [1] при  $-0,2 \leq \psi(0) \leq 0$  баллистических движений механизма (в одноопорной фазе) реакции в момент двойной опоры направлены вверх ( $I_{R_{1y}}, I_{R_{2y}} > 0$ ). При этом связи, наложенные на пятку  $P$  передней ноги и носок  $N$  задней ноги, можно считать односторонними, что не предполагалось при постановке задачи. С уменьшением начального наклона корпуса вперед (с ростом  $\psi(0)$ ) интенсивность  $I_{R_{1y}}$  убывает, а интенсивность  $I_{R_{2y}}$  возрастает. При начальном отклонении корпуса назад на  $1,5^\circ$  реакция  $R_{1y}$  становится отрицательной. Это означает, что если в конце шага корпус отклонен назад, то для осуществления в момент двойной опоры необходимого перераспределения угловых скоростей звеньев передней ногой нужно «цепляться» за поверхность.

Величины остальных восьми интенсивностей системой (2.2), (2.6), (2.7) однозначно не определяются. Путем минимизации работы (2.13) либо интенсивности (2.14) управляющих воздействий удастся выделить единственное решение этой системы. Опишем результаты, получающиеся при  $-0,09 \leq \psi(0) \leq -0,0375$  для тех баллистических движений, при которых «походки» механизма в одноопорной фазе похожи на человеческие [1]. При минимизации каждого из функционалов (2.13) и (2.14) для всех указанных движений направления импульсных воздействий оказываются следующими.

Управляющие моменты  $u_1$ ,  $u_2$  в коленных суставах обеих ног направлены так, что они способствуют изгибанию ног «коленками вперед». Момент

$\pi_1$  в голеностопном суставе передней ноги стремится «подтянуть» носок к голени ( $\pi_1 > 0$ ). Управляющий момент  $\pi_2$  в голеностопном суставе задней ноги имеет другое направление. Реакция  $R_1$  в передней ноге направлена вверх и назад ( $R_{1x} < 0, R_{1y} > 0$ ), а реакция  $R_2$  направлена вверх и вперед ( $R_{2x} > 0, R_{2y} > 0$ ). Последнее означает, что задняя нога осуществляет толчок вверх и вперед. Один из моментов  $q_1$  либо  $q_2$  (в зависимости от угла  $\psi(0)$  наклона корпуса) оказывается равным нулю. Другой, отличный от нуля, отрицателен, т. е. стремится повернуть корпус назад.

Заметим, что система (2.2), (2.6), (2.7) является линейной, поэтому величины интенсивностей шести управляющих воздействий зависят линейно от параметра. При этом нетрудно доказать, что для любых коэффициентов  $\sigma_i$  ( $i=1, \dots, 6$ ) в точке минимума функционала вида (3.8) одна из шести величин интенсивностей, а значит, и одно из управляющих воздействий, равняется нулю.

Работа  $A_1$  управляющих сил во время двойной опоры составляет 20–31 Дж, импульс  $E_1$  составляет 26–32 Н·м·с.

Работу, а также импульс управляющих сил во время одноопорного движения (см. [1]) можно оценить следующими интегралами:

$$A_2 = \int_0^T |\pi_1 \beta_1| dt, \quad E_2 = \int_0^T |\pi_1| dt$$

Затраты энергии, а также импульса управляющих сил на обеих фазах шага оценим с помощью сумм  $A=A_1+A_2$ ,  $E=E_1+E_2$ . Для тех баллистических движений, при которых «походки» механизма в одноопорной фазе похожи на человеческую ( $-0.09 \leq \psi(0) \leq -0.0375$ ), работа  $A_2$  составляет 27–28 Дж, импульс  $E_2$  составляет 21–22 Н·м·с. Суммарная работа  $A$  составляет 47–58.3 Дж, суммарный импульс  $E$  составляет 48.8–54 Н·м·с.

Минимум суммарной работы  $A$  по значениям  $-0.2 \leq \psi(0) \leq 0.025$  равен 46.8 Дж. Этот минимум достигается при  $\psi(0) = 0$  на одном из трех решений краевой задачи [1]. При соответствующем баллистическом движении в одноопорной фазе переносимая нога в течение 0.05 с движется, немного (на  $0.2^\circ$ ) изгибаясь «коленкой назад», а затем выгибается «коленкой вперед». Минимум суммарного импульса  $E$  равен 46.1 Н·м·с. Этот минимум достигается при  $\psi(0) = -0.05$  на том из трех решений краевой задачи, при котором переносимая нога в течение всего шага движется «коленкой назад». Оба указанных выше минимума не являются, однако, «глобокими». Например, при  $\psi(0) = -0.05$  на одном из решений с похожей на человеческую походкой работа  $A=48.6$  Дж, суммарный импульс  $E=49.8$  Н·м·с.

Поступила 27 IV 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Велерштейн Р. А., Формальский А. М. Передвижение антропоморфного механизма (со стопами) при импульсных воздействиях. Одноопорная фаза. I. Изв. АН СССР. МТТ, 1979, № 5.
2. Белецкий В. В., Кирсанова Т. С. Плоские линейные модели двуногой ходьбы. Изв. АН СССР. МТТ, 1976, № 4.
3. Белецкий В. В., Чудилов П. С. Параметрическая оптимизация в задаче двуногой ходьбы. Изв. АН СССР. МТТ, 1977, № 1.
4. Формальский А. М. Управление маятником с минимальными затратами механической энергии. Изв. АН СССР. МТТ, 1977, № 2.