

**МОСКОВСКИЙ АВТОМЕХАНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
СЕМИНАРЫ**

**Семинар по механике твердого деформируемого тела  
под руководством Э. И. Григолока**

9 II 1978. Н. Б. Григорян (Москва) *Некоторые неконсервативные и консервативные задачи упругой устойчивости трехслойных стержней.*

Рассматриваются задачи упругой устойчивости трехслойных стержней при следующих видах закрепления концов и нагружения: один конец стержня жестко защемлен, а на другом конце приложена сосредоточенная следящая сила; один конец стержня жестко защемлен и по всей длине приложены равномерно распределенные следящие силы; стержень совершает свободный полет с постоянным ускорением под действием сосредоточенной следящей силы, приложенной на конце; один конец стержня жестко защемлен, и по всей длине действуют равномерно распределенные силы.

Первые три задачи неконсервативные и они решены с использованием динамического метода. Последняя задача консервативная и решается статическим методом. В первой задаче получено точное решение, а в последующих решение аппроксимировалось бесконечным степенным рядом. Построены зависимости частоты колебаний трехслойного стержня от внешней силы при разных значениях параметров  $\Phi$  и  $k$ , а также при наличии или отсутствии абсолютно жесткой диафрагмы на свободном конце. Параметры  $\Phi$  и  $k$  соответственно характеризуют собственную изгибную жесткость несущих слоев и жесткость заполнителя на сдвиг. Исследованы влияния присутствия абсолютно жесткой диафрагмы, параметров  $\Phi$  и  $k$  на величину критической силы.

16 II 1978. С. Н. Дмитриев (Москва) *Применение метода сеток к решению задач динамики оболочек.*

Обсуждаются вопросы, связанные с практическим использованием метода конечных разностей для расчета подкрепленных составных оболочек открытого профиля. Основное внимание уделяется оболочкам со свободными и защемленными кромками.

Для расчета применяется моментная техническая теория В. З. Власова. Показано, что тривиальный подход к конструированию граничных условий на свободном крае приводит к неустойчивости счета; в связи с этим предложен прием конструирования граничных условий, позволяющий получить устойчивую схему при сохранении общего второго порядка аппроксимации.

Для оценки числа узловых точек, обеспечивающего приемлемую точность, проводится сравнение собственных значений цилиндрической оболочки открытого профиля и ее разностного аналога для случая граничных условий Навье по всему контуру. Отмечается медленная сходимость при наличии значительного волнообразования в окружном направлении. Для повышения скорости сходимости применяется метод экстраполяции к пределу Рундсона. Рассмотрены особенности численного алгоритма расчета вынужденных колебаний оболочек, обладающих нулевыми собственными частотами. Приведены примеры расчета.

23 II 1978. С. В. Кузнецов (Москва) *Исследование термоструктурных напряжений в регулярных армированных средах.*

Исследуется температурно-усадочные и эксплуатационные напряжения, возникающие в микроструктуре регулярных линейно-армированных сред. Рассматриваются армированные среды гексагональных и тетрагональных структур с высокими и предельными значениями коэффициента армирования, соответствующими случаю соприкосновения армирующих волокон. Армирующие волокна предполагаются цилиндрически анизотропными, а связующее — однородным и изотропным.

Из армированной среды выделяются элементарные ячейки с центрально расположенными волокнами. Для решения задачи в упругой постановке на внутренней поверхности раздела компонент в ячейке формулируются граничные условия контактного типа; на внешней поверхности ячейки формулируются смешанно-смешанные граничные условия. Кроме того, формулируются интегральные условия самоуравновешенности среды. С учетом поставленных граничных условий и принятых гипотез задача определения поля термоструктурных напряжений приводится к плоской задаче

теории упругости: плоской деформации в случае композитов и обобщенному плоско-му напряженному состоянию в случае плоских регулярных моделей. Далее используется метод решения задачи в напряжениях.

Для учета наследственных свойств связующего решается термовязкоупругая задача в линейной постановке. При решении применяется упруговязкоупругая аналогия, основанная на преобразовании Лапласа — Карсона, и принцип температурно-временной аналогии.

Результаты расчетов, полученных для стекло- и органических полимеров, позволяют оценить уровень и характер распределения напряжений в композитах. Исследуется влияние коэффициента армирования, коэффициентов Пуассона и других факторов на формирование температурных напряжений.

### 2 III 1978. Н. М. Маслов (Саратов) *Асимптотический анализ задачи термоупругости тонких оболочек.*

На основе асимптотического интегрирования трехмерного уравнения теплопроводности и статических уравнений теории упругости строится приближенная двумерная теория термоупругости тонких изотропных оболочек несимметричной толщины.

Исследование тепловых состояний с показателями изменчивости  $t_1 < 1$ ,  $t_2 < 2$ , отвечающих тепловым процессам при конвективном теплообмене в случае, когда показатель интенсивности критерия Био  $t_3 > 0$ , основано на сведениях трехмерной задачи теплопроводности к двумерной с учетом установленного в результате асимптотического интегрирования трехмерного уравнения закона изменения температуры по толщине оболочки. Установленный закон изменения температуры по толщине позволяет судить об асимптотическом порядке величины каждой составляющей разложения температуры по степеням нормальной координаты и о виде приближенного представления температуры в зависимости от условий и требуемой точности решения задачи.

Построены двумерные уравнения, описывающие тепловые поля с погрешностью классической теории тонких оболочек. Выполнена классификация интегралов двумерных уравнений теплопроводности. Установлены законы изменения температуры по толщине и получены уравнения, описывающие тепловые поля в случае приведенной классификации. В общем случае тепловое поле рассматривается как наложение основного, отвечающего тепловым воздействиям на лицевые поверхности оболочки, и дополнительных полей. Основное поле определяется решением неоднородных уравнений и строится с показателями изменчивости внешних тепловых полей. Дополнительные поля описываются решениями однородных уравнений, содержащими произвол, достаточный для удовлетворения в совокупности с основным полем всем условиям задачи. Сформулированы краевые задачи для составляющих результирующего теплового поля.

Двумерные уравнения термоупругости представлены в виде, удобном для решения задач методом расчленения.

### 9 II 1978. Л. А. Фильштинский (Сумы) *Двумерные краевые задачи теории трещин.*

Рассмотрены краевые задачи теории упругости, термоупругости и электроупругости для изотропных и анизотропных сред с трещинами. Предложен новый подход к решению динамических задач о взаимодействии волн напряжений с криволинейными трещинами. Решения статических задач для пьезоэлектрической среды выражаются через аналитические функции своих комплексных переменных, удовлетворяющих механическим и электрическим граничным условиям на разрезах. Возникающие краевые задачи сведены к системам сингулярных интегральных уравнений. Получены асимптотические выражения для механического и электрического полей в окрестности трещины.

Для прямолинейного разреза дано замкнутое решение задачи электроупругости. Краевая задача о взаимодействии монохроматической волны напряжения с криволинейной трещиной продольного сдвига сведена к интегралодифференциальному уравнению с ядром Коши. Далее рассмотрена задача о падении на криволинейную трещину импульсной сдвиговой волны. Численные результаты приведены для трех случаев: на берегах трещины действует гармоническая во времени сдвиговая нагрузка, из бесконечности излучается прямоугольный импульс смещения  $\omega$ , из бесконечности излучается монохроматическая сдвиговая волна, а берега трещины свободны от сил.

16 III 1978. В. А. Пухлай (Москва) *Теория трехслойных оболочек переменной жесткости и ее приложение в машиностроении.*

В рамках теории пологих оболочек на основе вариационного принципа Лагранжа получены уравнения равновесия и естественные граничные условия для трехслойных лопаток переменной жесткости с трансверсально-изотропным заполнителем. Разрежающая система четырех уравнений двенадцатого порядка записывается относительно функций  $W, F, \alpha_1, \alpha_2$ , при этом первые два уравнения относительно функций  $W, F$  по форме совпадают с известными уравнениями для однородных оболочек переменной жесткости. Два других уравнения записываются относительно функций  $\alpha_i$ , характеризующих поперечный сдвиг заполнителя.

На основе вариационного принципа Лагранжа получены уравнения равновесия в перемещениях двенадцатого порядка и естественные граничные условия трехслойных оболочек переменной толщины при следующих допущениях: несущие слои выполнены из разных ортотропных материалов; заполнитель и несущие слои жестко соединены по всей поверхности соприкосновения; к несущим слоям применима гипотеза Кирхгофа — Лява о прямой нормали; заполнитель несжимаем в поперечном направлении и ортотропен; деформации поперечного сдвига по толщине заполнителя распределены по некоторому известному закону.

К полученным уравнениям трехслойных изотропных и ортотропных оболочек переменной жесткости применяется алгоритм аналитического решения, разработанный применительно к решению двумерных краевых задач математической физики для систем эллиптических дифференциальных уравнений.

В качестве примеров приводится решение ряда задач о напряженно-деформированном состоянии трапециевидных лопаток радиальных нагнетателей в поле действия центробежных сил инерции собственной массы лопатки. Лопатка рассматривается в виде пологой цилиндрической оболочки переменной толщины симметричной структуры с изотропным либо жестким ортотропным заполнителем при граничных условиях, обусловленных способом крепления лопаток к диску: два криволинейных края жестко защемлены, два прямолинейных края свободны.

23 III 1978. Н. А. Кулаков, Ю. М. Колесников (Москва) *Исследование перехода в предельное состояние стоек, заземленных в грунте.*

Специфика расчетов по методике предельных состояний свайных оснований морских нефтепромысловых сооружений, допускающих в процессе эксплуатации существенные горизонтальные перемещения, требует учета нелинейной зависимости между перемещениями и реактивным давлением грунта. Поэтому для решения нелинейного дифференциального уравнения изгиба сваи необходимо знание коэффициента горизонтальной сопротивляемости грунта  $k=f(z, w)$ , где  $z$  — координата глубины;  $w$  — перемещение сваи. Количественное описание коэффициента  $k$  лучше всего реализуется семейством кривых  $p-w$ , отражающих связь сопротивления грунта с перемещением в любом сечении сваи по глубине. Предлагается методика расчета сваи, нагруженной в верхнем сечении вертикальной (осевой) силой  $V$ , горизонтальной силой  $P_0$  и моментом  $M_0$ , основанная на использовании опытных графиков  $p-w$ , аппроксимированных нелинейной функцией. Используя метод конечных разностей, дифференциальное уравнение изгиба сваи и соответствующие граничные условия сводятся к системе нелинейных уравнений, которые решаются методом Ньютона — Рафсона. Разработаны алгоритм и программа расчета сваи на ЭВМ М-220М по предельным состояниям.

Для пространственных стержневых систем типа морских буровых платформ исследуются постановка задачи и метод определения резервов их несущей способности с учетом реальных условий работы свайного основания.

Даны практические рекомендации по методике получения кривых  $p-w$  и коэффициента  $k$  на основе результатов полевых статических испытаний.

30 III 1978. В. Н. Долгих (Сумы). *Построение модели композиционного армированного материала с анизотропными компонентами структуры.*

Рассматриваются вопросы прочности и жесткости линейно-армированных композиционных материалов (КМ) с анизотропными компонентами структуры. Группы армирующих волокон произвольного поперечного сечения расположены регулярным образом. Материалы волокон и матрицы имеют плоскость упругой симметрии, перпендикулярную направлению армирования.

Напряженное состояние КМ, не изменяющееся вдоль направления армирования, разбивается на два независимых: обобщенную плоскую деформацию и продольный сдвиг.

Рассмотрены КМ без дефектов, задача о продольном сдвиге КМ с дефектами типа трещин на границе контакта волокон с матрицей, а также специальный вид КМ — материалы, армированные тонкими упругими лентами.

При решении указанных задач искомые комплексные потенциалы представлены интегралами типа Коши с ядрами вида  $\zeta$ -функции Вейерштрасса. Краевые задачи сведены к системам регулярных, сингулярных интегральных или интегро-дифференциальных уравнений, которые реализуются численно.

Определяются эффективные макроскопические упругие параметры армированной среды, коэффициенты концентрации и коэффициенты интенсивности напряжений. Для материалов, армированных лентами, дополнительно определяется закон изменения толщины равнопрочных лент. Приводятся результаты расчетов.

13 IV 1978. Ю. А. Мельников (Днепропетровск) *Прикладные задачи механики тел неканонической формы.*

Рассмотрены задачи кручения упругих призматических тел сложного поперечного сечения, стационарной и нестационарной теплопроводности плоских и пространственных тел неканонической формы из теплофизически неоднородных материалов, плоской теории упругости для неканонических областей, а также задачи определения характеристик собственных колебаний некоторых неоднородных объектов механики.

Результаты работы нашли применение в расчетной практике некоторых исследовательских организаций, что, в частности, позволило повысить эффективность ряда реальных проектно-конструкторских разработок.

Намечены пути дальнейшего распространения алгоритмов, основанных на методах потенциального представления, на некоторые усложненные прикладные задачи механики твердого деформируемого тела.

20 IV 1978. А. Т. Василенко (Киев) *Напряженное состояние анизотропных оболочек многослойной структуры с переменными параметрами.*

Рассматриваются подходы к решению некоторых классов задач статики анизотропных слоистых оболочек в различных постановках: на основе уравнений пространственной задачи теории упругости, путем обобщения ряда вариантов уточненных моделей на анизотропные слоистые оболочки переменной жесткости, и в классической постановке на основе гипотезы недеформируемых нормалей. Для каждого из указанных подходов разработаны эффективные методы решения некоторых классов задач для анизотропных слоистых оболочек с переменными параметрами. Разработанные подходы применяются к расчету напряженного состояния оболочечных элементов конструкций.

Дано обобщение некоторых уточненных моделей на слоистые ортотропные оболочки со слоями переменной толщины. Получены основные уравнения теории оболочек в предположении справедливости гипотезы прямой линии для всего пакета оболочки в целом и разработаны эффективные методы решения краевых задач для оболочек вращения и некруговых цилиндрических оболочек.

Для оболочек, упругие характеристики материалов слоев которых существенно отличаются, предлагается вариант теории, учитывающий локальность углов поворота в отдельных слоях, обусловленных поперечными сдвигами.

Уточненная модель теории оболочек, основанная на задании закона распределения по толщине оболочки напряжений поперечного сдвига, обобщена на ортотропные оболочки со слоями переменной толщины. В указанной постановке разработан подход к решению задач для оболочек вращения, позволяющий определить напряжения и перемещения в однослойных и многослойных оболочках различного очертания.

Разработанные методы решения различных классов задач теории оболочек использовались для расчета напряженно-деформированного состояния оболочечных элементов конструкций. Приводятся примеры расчета.

27 IV 1978. Я. А. Метсавээр (Таллин) *Определение параметров оболочек по эхо-сигналу.*

Пусть в безграничной жидкой среде находится упругая оболочка. Из источника, находящегося далеко от оболочки, в среде излучается зондирующий импульс давления, который, падая на оболочку, рассеивается на ней. Построены алгоритмы для определения параметров (радиуса, толщины, постоянных материалов) оболочки по регистрируемому в фиксированной точке рассеянному оболочкой волновому полю (эхо-сигналу). Предварительно решаются прямые задачи дифракции, т. е. строятся алгоритмы для вычисления эхо-сигнала от оболочек с известными параметрами. Рассмотрены сферические и цилиндрические оболочки как пустые, так и заполненные жидкостью, а также цилиндрические оболочки с произвольными гладкими поперечными сечениями.

Затем выбираются характерные параметры эхо-сигнала и строятся зависимости этих параметров от параметров оболочки. Наконец, по полученным зависимостям построены обратные зависимости, т. е. зависимости параметров оболочки от параметров эхо-сигнала. Описаны способы обработки эхо-сигнала для измерения его параметров.

11 V 1978. В. М. Ермоленко (Новосибирск) *Спектры в задачах колебаний и устойчивости ортотропных оболочек, некоторые приложения.*

Рассмотрена задача собственных колебаний ортотропных оболочек произвольной гауссовой кривизны. Плотность собственных чисел определяется интегралом гиперэллиптического типа, из условия расходимости которого определяются точки сгущения спектра. Для всех соотношений между параметрами ортотропии и геометрии получены выражения для начальных точек спектра и точек сгущения. Определено их взаимное расположение. Выделены случаи, когда спектр начинается с точки сгущения. Установлено соответствие между частотами и волновыми числами. Проведен численный расчет начального участка спектра. Аналогичные результаты получены для некоторых задач устойчивости оболочек, у которых геометрические параметры и параметры нагружения связаны определенным условием. Этому условию, в частности, удовлетворяет продольно сжатая цилиндрическая оболочка и сфера под гидростатической нагрузкой. Спектр задач изотропных оболочек начинается с точки сгущения. Этим частично объясняется большой разброс экспериментальных результатов. Для ортотропных оболочек спектр упомянутых задач начинается с точки сгущения только при определенном соотношении между параметрами ортотропии. Известно, что для ортотропных оболочек воспроизводимость экспериментов гораздо лучше.

Проведено сопоставление с известными экспериментальными данными. Обработкой исходных параметров установлено, к какому из типов принадлежат их спектры при натуральных экспериментах.

18 V 1978. И. Е. Корнилов (Киев) *Возмущенное течение вязкой сжимаемой жидкости на вязкоупругом покрытии.*

В линейной постановке рассматривается взаимодействие возмущенного течения вязкой сжимаемой жидкости с вязкоупругим покрытием толщиной  $h$ , расположенным на плоской подложке. В невозмущенном состоянии материал покрытия характеризуется некоторыми значениями модуля Юнга, коэффициента Пуассона, а также первого и второго коэффициентов вязкости. Внешнее течение вязкой сжимаемой жидкости, для которого выделяется область пограничного слоя толщины  $\delta$ , принимается плоскопараллельным, а число Маха невозмущенного потока  $M < 1$ . Поверхность покрытия, взаимодействующая с жидкостью, считается теплоизолированной.

Решение ищется в классе бегущих волн, при этом получены аналитические выражения, позволяющие рассчитать поведение материала покрытия при возмущенном течении. Внешнее течение описывается дифференциальными уравнениями довольно общего вида. Для расчета внешнего течения жидкости развивается подход, основанный на применении аппроксимационного метода приближения решений дифференциальных уравнений многочленами степени  $N$ .

Используя указанный метод расчета, исследуется устойчивость возмущенного течения на вязкоупругом покрытии.

При вынужденных гармонических колебаниях подложки типа бегущей волны, исследуется влияние покрытия на трансформацию внешнего ламинарного потока. Результаты расчета свидетельствуют о сильном уменьшении влияния колебаний подложки с увеличением толщины покрытия. Отмеченная зависимость усиливается с ростом модуля Юнга.

25 V 1978. В. И. Коробко (Хабаровск) *Использование операции симметризации при расчете пластин.*

Геометрическая операция преобразования областей — симметризация Штейнера, широко применяемая в математической физике, используется для получения геометрических оценок физических величин технической теории пластинок, имеющих выпуклый контур. С помощью этой операции получены изопериметрические неравенства, дающие двусторонние оценки физических величин в следующих проблемах технической теории пластин: прочность, колебания и устойчивость упругих пластин, предельное состояние пластин, оптимальное проектирование пластин, работающих за пределом упругости.

Предложен ряд других способов симметризации пластин, которые значительно расширяют возможности изопериметрического метода.

1 VI 1978. В. П. Колесников (Новосибирск) *Построение модели анизотропной регулярной упругой структуры.*

Методом интегральных уравнений дается решение второй основной задачи плоской теории упругости для анизотропной среды, армированной двоякопериодической системой жестких волокон произвольной формы поперечного сечения.

Комплексные потенциалы  $\varphi_1(z_1)$  и  $\varphi_2(z_2)$ , характеризующие напряженно-деформированное состояние анизотропной структуры, выбираются в виде обобщенных интегралов типа Коши с ядрами типа  $\zeta$ -функции Вейерштрасса, удовлетворяющие на контуре  $L$  граничному условию  $a\varphi_1(t_1) + b\overline{\varphi_1(t_1)} + \varphi_2(t_2) = q(u, v)$ , где  $a, b$  и  $q(u, v)$  — вполне определенные постоянные. Далее краевая задача сводится к интегральному уравнению Фредгольма второго рода, доказываются существование и единственность решения полученного уравнения.

Строится макроскопическая модель среды, обладающая жесткостью исходной структуры. Под макромоделью регулярной структуры понимается однородная анизотропная среда, у которой связь между средними напряжениями и средними деформациями структуры. Вычисляются эффективные упругие параметры макромодели, исследуется напряженное состояние и жесткостные свойства регулярной анизотропной структуры в зависимости от геометрии и материала фундаментальной ячейки.

В виде графиков и таблиц приводятся результаты численной реализации полученного алгоритма, характеризующие изменение максимальных напряжений на контуре включений для квадратной, прямоугольной, правильной треугольной и параллелограммной решетки.

8 VI 1978. В. К. Мусаяев (Москва) *Применение метода конечных элементов к решению плоской нестационарной динамической задачи теории упругости.*

Уравнения движения теории упругости решаются численно с помощью метода конечных элементов по явной двухслойной схеме. Рассматриваются плоские треугольные элементы с линейным и квадратичным и прямоугольные элементы с билинейным и биквадратичным законами изменения перемещений. Задачи решаются на ЭЦВМ БЭСМ-6. Составленные программы позволяют решать системы дифференциальных уравнений второго порядка до нескольких десятков тысяч неизвестных. Проводится сопоставление волновых полей напряжений вблизи от свободной поверхности с результатами, полученными аналитически и экспериментально (методом динамической фотоупругости) для поверхностного источника. Приводятся также результаты численного исследования волнового напряженно-деформированного состояния прямоугольной плиты, ослабленной прямоугольным отверстием.

14 IX 1978. А. А. Малинин (Москва) *Исследование динамических характеристик и нагружения тонкостенных конструкций несимметричной структуры*

Предлагается общий подход к исследованию динамических характеристик и нагружения сложных составных тонкостенных конструкций неоднородного строения, основанный на синтезе динамических свойств отдельных элементов (блоков), являющихся сложными конструктивно неоднородными тонкостенными отсеками произвольной геометрии и структурного состава. На основе вариационного подхода

создан метод и алгоритм расчета динамических характеристик и нагружения элементов тонкостенных конструкций с учетом неоднородности строения и несимметричности структуры, использующий унифицированное выражение энергий различных по структуре и геометрической форме элементов конструкций.

Проведены обширные численные исследования, которые позволили дать анализ влияния конструктивной неоднородности на динамические свойства сложных систем, определить закономерности в динамическом поведении неоднородных конструкций и обосновать границы применимости и погрешность использования упрощенных расчетных схем.

Представлены результаты экспериментальных исследований.

21 IX 1978. А. И. Ананьев (Москва) *Применение теории интегральных уравнений Фредгольма к решению некоторых задач теории колебаний и динамической прочности*

Проводится комплексное исследование вопросов применения теории интегральных уравнений Фредгольма к решению инженерных задач. Разрабатывается метод решения задач по колебаниям механических систем, в частности задачи расчета высокочастотных колебаний упругих систем с сосредоточенными массами с помощью интегральных уравнений и инженерная реализация этого метода.

На основе результатов исследования обосновывается возможность достижения эффективности метода интегральных уравнений при наличии удобных расчетных формул и использовании быстродействующих ЭВМ.

28 IX 1978. Е. И. Зельдич (Москва) *Задачи о потере устойчивости для толстостенного цилиндра в нелинейной постановке.*

Задачи о потере устойчивости рассматриваются с точки зрения нелинейной теории, вариант которой предложен В. В. Новожиловым. Основные уравнения этой теории, используемые для нахождения критических нагрузок, выводятся в произвольных ортогональных криволинейных координатах. В частности, получены уравнения в сферических и цилиндрических координатах. Находятся соответствующие краевые условия.

На примере толстостенного цилиндра описываются методы решения уравнений, применимые как к однородным, так и к неоднородным основным (невозмущенным) напряженным состояниям.

Рассмотрена задача о потере устойчивости для цилиндра, находящегося под действием внешнего гидростатического давления.

5 X 1978. Б. А. Куранов, А. Т. Турбаивский (Москва) *Исследование прочности и устойчивости составных подкрепленных оболочек при комбинированном нагружении.*

Рассмотрено применение метода конечных элементов к расчету на прочность и устойчивость сложных оболочечных конструкций, выполненных в виде комбинации оболочек вращения с нерегулярным подкреплением призматическими и тонкостенными шпангоутами, а также частым шпангоутно-стригерным набором, допускающим расчет конструкции по схеме конструктивно-ортотропной оболочки. В анализ может быть также включен случай оболочки переменной жесткости.

Разработанный алгоритм позволяет провести детальное исследование напряженно-деформированного состояния конструкции при действии произвольных внешних нагрузок и устойчивости при действии осесимметричных нагрузок с произвольным законом изменения вдоль меридиана. Гибкость алгоритма обеспечивается применением элементов двух типов — основного высокоточного и комбинированного, что позволяет единообразно выполнить анализ широкого круга задач.

При исследовании устойчивости учитываются особенности докритического распределения усилий в конструкции. При необходимости может быть также учтено нелинейное докритическое деформирование оболочки.

С использованием разработанного алгоритма проведено решение широкого круга задач прочности и устойчивости оболочек различной конфигурации при комбинированном нагружении. Результаты сопоставлялись с теоретическими и экспериментальными результатами, полученными ранее. Проведен анализ влияния различных вариантов формулировки граничных условий на величину критических нагрузок.

12 X 1978. В. Н. Скопинский (Москва) *Применение метода конечных элементов к расчету пересекающихся цилиндрических оболочек при действии внутреннего давления.*

Рассматривается применение метода конечных элементов к расчету конструкций, представляющих соединение цилиндрических оболочек с пересекающимися осями. При расчете используется известный криволинейный прямоугольный цилиндрический элемент, функции перемещений которого построены с учетом полиномиального задания деформаций, удовлетворяющих уравнениям неразрывности деформаций. В зоне соединения оболочек дополнительно используются четырехугольные криволинейные элементы, три узла которых расположены по линии пересечения оболочек.

На основе выбранного элемента составлена программа расчета радиально пересекающихся цилиндрических оболочек, нагруженных внутренним давлением. Тестовые расчеты для рассматриваемого типа конструкций показали хорошее соответствие известным теоретическим и экспериментальным данным. Приводятся результаты исследования напряженного состояния пересекающихся цилиндрических оболочек равного диаметра.

19 X 1978. Я. П. Дворкин (Москва). *Удар упругих оболочек о поверхность сжимаемой жидкости.*

Обсуждаются задачи бокового удара бесконечной упругой цилиндрической оболочки и вертикального удара замкнутой упругой сферической оболочки о горизонтальную поверхность идеальной сжимаемой жидкости. Движение оболочек описывается уравнениями типа С. П. Тимошенко. Анализ начального периода гидроупругого взаимодействия, в течение которого скорость распространения смоченной поверхности оболочки превосходит скорость звука в жидкости, проводится аналитическими методами. При этом совместно решаются уравнения движения оболочки и жидкости. Получены асимптотические формулы для нахождения параметров движения оболочек и давления жидкости на смоченной поверхности.

Для определения реакции оболочки и движения жидкости на последующем этапе проникания применяются численные методы. При расчете параметров движения оболочек используется метод характеристик, для расчета движения жидкости привлекается разностная схема, основанная на интегральных законах сохранения. Точность этой схемы проверяется на известных автомодельных решениях задач о проникании клина и конуса в сжимаемую жидкость. Учитывается эффект подъема свободной поверхности жидкости и возможность отрыва жидкости от смоченной поверхности оболочки. Наблюдается хорошее совпадение результатов, полученных аналитическим и расчетным путями.

26 X 1978. Л. А. Магеррамова (Москва) *Устойчивость круговых трехслойных пластин с жестким наполнителем.*

Исследуется тонкая круговая трехслойная пластина несимметричного в общем случае строения по толщине, составленная из внешних изотропных слоев и трансверсально-изотропного жесткого несжимаемого наполнителя, под действием равномерно распределенных по контурам сжимающих усилий и стационарного температурного поля. На основе вариационного принципа получены разрешающие уравнения и естественные граничные условия в плоской системе полярных координат с учетом температурных воздействий.

Для определения параметров критических нагрузок получены трансцендентные уравнения для осесимметричных и неосесимметричных форм равновесия сплошных и кольцевых пластин.

После реализации разработанных алгоритмов решения на ЭВМ БЭСМ-6 и М-222 получены числовые результаты, которые позволили установить характер зависимостей величин параметра критических нагрузок и соответствующих им форм равновесия от размеров относительного отверстия для всевозможных предельных видов граничных условий, включая условие наличия или отсутствия абсолютно жестких диафрагм, препятствующих взаимному относительно смещению несущих слоев в окружном и радиальном направлениях. Исследовано влияние уравнения сдвига; проведен параметрический анализ, в результате которого выяснен вклад, вносимый параметрами жесткости сдвига наполнителя, жесткостей несущих слоев и упругих опор. Проведено сравнение с известными результатами, в том числе и для однородных пластин.



2 XI 1978. А. В. Коровайцев (Москва) *Исследование осесимметричного напряженно-деформированного состояния оболочек вращения при больших перемещениях.*

Исследуется осесимметричное линейно-упругое деформирование оболочки вращения в области перемещений от нуля до полного выворачивания оболочки. Решения задач связаны с рассмотрением нелинейных краевых задач с нелинейными граничными условиями общего вида.

Рассматривается ряд задач по различным вариантам нелинейной технической теории оболочек и обсуждается область применения вариантов. Выявлены специфические трудности решения задач о больших перемещениях оболочек вращения в области перехода от конечных перемещений к большим и в областях резкого изменения напряженно-деформированного состояния оболочки. Приведены результаты исследований влияния характера закрепления края, характера приложения нагрузки, переменности толщины, изменения кривизны в зоне закрепления края, параметра тонкостенности оболочки на ее напряженно-деформированное состояние при больших перемещениях. Обсуждаются основные особенности поведения и результаты расчета оболочек вращения, подкрепленных круговыми шпангоутами, при больших перемещениях.

9 XI 1978. З. П. Манжалея (Харьков) *Решение некоторых контактных задач теории анизотропных оболочек вращения.*

Разработан метод, позволяющий заменить процесс обращения матрицы, описывающей контактную задачу, эквивалентным процессом последовательных приближений, и в каждом из приближений находить напряженно-деформированное состояние каждого из элементов составной тонкостенной конструкции независимо друг от друга, т. е. осуществлять некоторый циклический итерационный процесс.

Рассмотрен вопрос корректности условий неразрывности деформаций оболочки вращения и ребра жесткости, расположенного вдоль меридиана или представляющего собой кольцевую стержень, при условии, что вдоль линии контакта точно выполняется равенство кинематических параметров ребра и оболочки. Показано, что выполнение равенства кинематических параметров ребра и оболочки вдоль линии их контакта приводит к равенству деформаций на этой линии только тогда, когда деформирование оболочки описывается геометрическими соотношениями В. В. Новожилова. Если же исходить из геометрических уравнений В. З. Власова, то равенство деформаций оболочки и ребра вдоль линии их контакта оказывается неполным.

В связи с этим исследованы два варианта системы уравнений, описывающих равновесие произвольной анизотропной оболочки вращения. Показано, что при определении напряженно-деформированного состояния достаточно длинных анизотропных оболочек вращения необходимо исходить из уравнений В. З. Власова, как математически более строгих, а при решении контактных задач о сочленении оболочек на упругих элементах предпочтительнее исходить из уравнений В. В. Новожилова. Даны численные примеры, иллюстрирующие разработанную методику.

16 XI 1978. В. Ф. Вититин (Москва) *К вопросу удара составного деформируемого тела по панели.*

Рассматриваются процессы деформирования и разрушения панели при действии по ней составного тела, состоящего из двух последовательно соединенных ударников — деформируемого и жесткого. Деформируемый ударник представляет собой цилиндрическое пористое тело, а жесткий — оболочку вращения.

Исследуются вопросы пробития панели жестким ударником и решается задача оптимизации его внешней формы. Приведены результаты экспериментальной проверки теории, показывающие удовлетворительное совпадение с экспериментальными данными.

На основе предложенных моделей взаимодействия двух типов ударников с панелью решается задача весовой оптимизации составного деформируемого тела с учетом возможных ограничений на его части.

Оценено влияние геометрических параметров и физико-механических свойств деформируемого ударника на параметры жесткого ударника.

23 XI 1978. Б. А. Куранов, А. В. Самарин (Москва) *Исследование термоустойчивости и колебаний оболочек вращения, подкреплённых тонкостенными шпангоутами.*

Проведено исследование термоустойчивости и колебаний оболочек вращения, подкреплённых тонкостенными шпангоутами различной конфигурации. В основу алгоритма решения положен метод конечных элементов. Применение двух типов элементов — основного, высокоточного и комбинированного — позволяет корректно сформулировать условия негладкого сопряжения элементов, разветвления меридиана оболочки и граничные условия задачи. Предполагается, что температурное поле по толщине оболочки меняется линейно. Закон изменения температурного поля вдоль меридиана может быть произвольным.

Оценка точности и эффективности алгоритма проводилась путем решения серии эталонных задач. Отмечено хорошее соответствие полученных результатов с результатами других авторов.

С использованием разработанного алгоритма проведено исследование термоустойчивости и колебаний цилиндрических и конических оболочек, а также составных оболочек, подкреплённых тонкостенными шпангоутами. Показано, что учет докритического деформирования приводит к существенному уточнению критических нагрузок, а также частот и форм собственных колебаний.

30 XI 1978. В. А. Шалдырван (Донецк) *Толстые многосвязные пластины.*

Излагается метод решения пространственных задач теории упругости для многосвязных пластин, размеры которых по трем взаимно перпендикулярным направлениям сравнимы между собой. Предполагается, что торцы пластин свободны от напряжений, а боковая поверхность нагружена самоуравновешенной нагрузкой. Используется представление вектора смещений в виде рядов.

Для разрешающих функций, через которые выражаются характеристики напряженно-деформированного состояния многосвязных пластин, формулируются граничные задачи. При этом для согласования естественных краевых условий с порядком разрежающей системы используются проекционные методы. В результате, указанные задачи сводятся к решению систем функциональных уравнений, служащих для определения граничных условий разрешающих функций.

Предложенный метод распространён на случай деформации кусочно-однородных пластин и термоупругие задачи. Указан также путь его обобщения на случай динамических задач для многосвязных пластин.

На основе данного метода решен ряд конкретных задач. В результате установлены основные закономерности изменения напряженного состояния пластины в зависимости от анизотропии материала, ее толщины, близости полостей и их количества, показателя изменяемости нагрузки, характера теплового воздействия, относительной жесткости включения. Приведены законы распределения безразмерных напряжений по толщине, проанализирована возможность использования решений классических прикладных теорий и установлены границы применения последних.

7 XII 1978. В. Р. Романовский (Москва) *Решение некоторых краевых задач составных структур канонической формы в приложении к проблеме термоупругости.*

Рассматриваются неидеально сопряженные задачи дифракции, т. е. краевые задачи с коэффициентами дифференциальных уравнений, претерпевающими конечное число разрывов первого рода при наличии на поверхностях соприкосновения неидеальных условий теплового контакта. Описан метод, обобщающий применение конечного интегрального преобразования при исследовании температурных полей в составных средах, граничные поверхности и поверхности раздела которых описываются системой канонических уравнений.

Рассматривается класс нестационарных задач со структурой пространства, образованного областью изменения независимых переменных, в виде многоузловой поликанонической формы. При этом условия сопряжения записываются с учетом конструктивно-композиционной неоднородности исходных дифференциальных выражений и феноменологически включают в себя разрывной характер искомых функций. Для решения задачи построено конечное интегральное преобразование на неидеально сопряженном комплексе ветвления конечного числа разнородных канонических форм. Указаны характерные особенности определения ядер класса интегральных преобразований, которые используются при исследовании работоспособности конструкций с развитыми поверхностями, в частности при изучении тонких сложно-подкрепленных оболочек вращения.

В случае стационарного процесса исследуется задача об определении двумерных термоупругих полей в элементах составных оболочек при наличии переменных параметров контакта в условиях сопряжения искомых функций. Рассмотрены совокупности плоских, цилиндрических и сферических поверхностей, образующих конструкции следующих конфигураций: цилиндрические оболочки со шпангоутом или стрингером, днища плоской или сферической формы, усиленные элементами жесткости как в случае непрерывного изменения термосопротивления контакта по периметру оболочки, так и в случае его кусочно-постоянных значений, что позволяет решать задачи термоупругости для составных областей с прерывистым сварным швом, расслоением границы раздела сред, трещинами, точечным контактом и прочими дефектами поверхностей соприкосновения.

Приведены примеры численных расчетов типовых задач.

14 XII 1978. В. А. Пухлий, В. К. Борисов (Москва) *Приложение теории неологических оболочек к расчету на прочность лопаток шахтных турбомашин.*

На основе теории неологических оболочек исследуется напряженно-деформированное состояние рабочих лопаток шахтных турбомашин в поле действия центробежных сил инерции собственных масс лопаток. Рассматриваются два вида лопаток: однородная лопатка, очерченная по дуге круга и пустотелая профилированная лопатка, представляющая собою конструкцию, состоящую из двух неологических цилиндрических панелей, соединенных между собой по входной и выходной кромкам. Для каждой панели лопатки решение строится независимым образом, при этом постоянные интегрирования определяются из условий упругого сопряжения панелей по входной и выходной кромкам. Аналитическое решение задачи основано на применении метода интегральных соотношений и модифицированного метода последовательных приближений. Приводятся примеры расчета.

21 XII 1978. З. И. Бурман, Ф. Ф. Баязитов (Казань) *Расчет тонкостенных подкрепленных оболочек типа фюзеляжа летательного аппарата на собственные колебания методом конечных элементов.*

Излагаются результаты теоретико-экспериментального исследования и созданный при этом практический метод расчета фюзеляжа летательного аппарата на собственные колебания. Метод базируется на разработанном ранее конечно-элементном методе определения напряженно-деформированного состояния фюзеляжей.

Разработан комплекс программ для отечественных ЭЦВМ и выполнены расчеты фюзеляжей. Учитываются все распределенные и основные вынесенные сосредоточенные массы. Удаётся выделить основные «балочные» и получить достаточное количество оболочечных форм колебаний.

28 XII 1978. Т. Д. Кудрина, В. И. Мамай (Москва) *Взаимодействие упруго-вязкой модели с преградами.*

При изучении ударного взаимодействия сильно деформируемых в процессе удара тонкостенных конструкций с жесткими и деформируемыми преградами может оказаться полезным представление конструкции одномассовой моделью с упруго-вязким (максвелловским) буфером. Считается, что известна методика определения параметров жесткости и вязкости такой модели для реальной конструкции и сами параметры заданы. Изучается только нормальный удар модели с относи-

тельно малыми скоростями, когда время соударения достаточно велико и можно пренебречь волновыми эффектами для модели и преграды. Выписано интегральное уравнение типа Вольтерра для определения неизвестного усилия контактного взаимодействия для преград произвольного вида. Получено точное решение основного уравнения для следующих преград частного вида: безынерционного винклеровского основания, простейшей преграды типа грунт, когда усилие взаимодействия пропорционально скорости перемещения преграды в месте контакта, и преграды в виде покоящейся свободной массы. В предельном случае получается известное решение об ударе рассматриваемой модели по абсолютно жесткой преграде.

Затем изучается удар рассматриваемой одномассовой модели с упруговязким буфером по средней части пролета двухопорной балки для случая свободного ее опирания. Считается, что перемещение балки в процессе такого взаимодействия может быть описано известным решением С. П. Тимошенко о вынужденных колебаниях балки под действием изменяющейся во времени сосредоточенной силы. Местными деформациями балки в месте контакта пренебрегается. Так как получить точное решение рассматриваемой задачи не представляется возможным, то обсуждается возможная итерационная схема решения основного уравнения задачи взаимодействия по схеме простых итераций.

На основе полученного точного решения упрощенного уравнения строится итерационная процедура определения неизвестного усилия контактного взаимодействия. Рассмотрены два варианта итерационной процедуры — по схеме простых итераций и по схеме Ньютона — Рафсона. Для первого из них применительно к рассматриваемой задаче выписаны оценки сходимости. Вычисления по предлагаемой методике показывают хорошую сходимость процесса. Обсуждается возможность применения предлагаемой методики вычислений для решения задачи ударного взаимодействия для преград типа пластин и оболочек.

*Н. Н. Андрианов*