

МЕХАНИКА СРЕДЫ С ДИСЛОКАЦИЯМИ СОМИЛИАНЫ

А. Е. ВОЛКОВ, В. А. ЛИХАЧЕВ, Л. С. ШИХОБАЛОВ

(Ленинград)

Как известно, процесс пластического деформирования кристаллических и ряда некристаллических материалов осуществляется посредством движения различного рода дефектов, поэтому для построения микромеханики пластических сред необходимо знать законы движения дефектов, в частности взаимосвязь движения дефектов с формоизменением тела.

В настоящее время в качестве элементарных носителей пластической деформации рассматриваются такие дефекты, как трансляционные дислокации, дисклинации и некоторые типы внутренних границ, причем для анализа свойств каждого из этих дефектов развита своя методология [1-4]. Между тем все эти дефекты, а также их двумерные ансамбли и целый ряд других несовершенств, в том числе трещины, оборванные дислокации в стеклах и жидкостях, диспирации и т. д., являются частными случаями одного общего вида дефекта — так называемой дислокации Сомилианы. В связи с этим представляется целесообразным рассмотреть свойства этого общего дефекта с тем, чтобы строить микромеханику пластических материалов на основе единой модели сплошной среды, содержащей подвижные дислокации Сомилианы.

В данной работе сделан первый шаг в направлении построения механики среды с дислокациями Сомилианы — рассмотрены кинематические свойства этой среды. Найден поля перемещения, дилатации, скорости и скорости дилатации, сопровождающие произвольное движение дислокации Сомилианы.

Термин «движение» употребляется в работе в самом широком смысле. Он обозначает не только изменение местоположения дефекта, но и любое изменение его мощности, в том числе процесс зарождения дефекта.

1. Дислокация Сомилианы. Ниже рассматривается тело, содержащее дислокацию Сомилианы произвольного вида [5, 6]. Движущаяся дислокация Сомилианы характеризуется поверхностью $S(t)$, на которой она сосредоточена в момент времени t , и полем векторов $\mathbf{V}(M, t)$, заданным на поверхности $S(t)$ и определяющим мощность дислокации (M — точка поверхности $S(t)$). В дальнейшем по аналогии со случаем трансляционной дислокации, в которую дислокация Сомилианы переходит при $\mathbf{V} = \text{const}$, будем называть вектор \mathbf{V} вектором Бюргерса.

Направление вектора Бюргерса, как и направление нормали $\mathbf{n}(M, t)$ к поверхности $S(t)$, определено для дислокации Сомилианы с точностью до знака. Ниже направления векторов \mathbf{V} и \mathbf{n} будем выбирать согласованными. С этой целью вектору \mathbf{V} будем приписывать такой знак, чтобы скачок поля перемещений при переходе через поверхность S в направлении нормали \mathbf{n} был равен $+\mathbf{V}$. Далее используется геометрически линейное приближение, поэтому считаем, что характерные линейные размеры поверхности S существенно превосходят по величине $\max |\mathbf{V}|$.

В линейно-упругом теле дислокация Сомилианы вызывает поле напряжений σ , удовлетворяющее уравнению движения, закону Гука и условию несовместности

$$\nabla \cdot \sigma = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}_d}{\partial t^2}, \quad \sigma = E \cdot \epsilon^e, \quad \nabla \mathbf{u}_d = \{\nabla \mathbf{u}_d\} + \mathbf{n} \mathbf{B} \delta(S(t)) \quad (1.1)$$

Здесь ρ — плотность вещества; \mathbf{u}_d — поле перемещений, именуемое далее дислокационным; E — четырехвалентный тензор упругих модулей; двоеточие — операция свертывания тензоров по двум парам индексов; $\{\nabla \mathbf{u}_d\}$ и $n\mathbf{B}\delta(S)$ — соответственно регулярная и сингулярная составляющие тензора дисторсии $\nabla \mathbf{u}_d$; $n\mathbf{B}$ — диада; $\delta(S)$ — обобщенная дельта-функция, сосредоточенная на поверхности S (определение этой и других используемых ниже дельта-функций имеется в [7]); ϵ^e — тензор упругой деформации; по определению, $\epsilon^e \equiv \{\nabla \mathbf{u}_d\}^e$, где верхний индекс означает операцию симметризации тензора. Вычислению поля напряжений дислокации Сомилианы посвящены работы [8–11].

В (1.1) условие несовместности записано в наиболее удобном для анализа дислокаций виде, так как из него непосредственно видно, что поле перемещений \mathbf{u}_d испытывает на поверхности S разрыв, равный \mathbf{V} . После симметризации и взятия операции биротора (Rot) это условие принимает обычный вид: $\text{Rot } \epsilon^e = \eta$, где несовместность $\eta = -\text{Rot}([n\mathbf{B}]^e \delta(S))$.

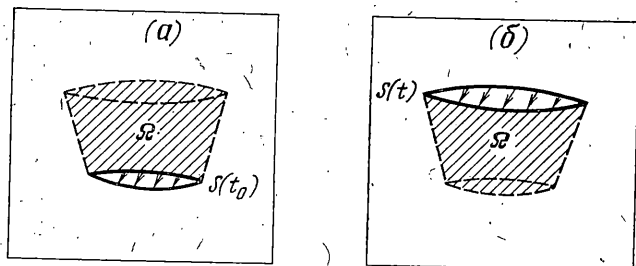
Если в некоторый момент времени t произвести внутри тела разрез вдоль дислокации (т. е. по поверхности $S(t)$) и освободить берега разреза от сил, то в результате релаксации напряжения σ берега разойдутся относительно один другого на вектор $-\mathbf{V}(M, t)$ (при обычном предположении, что вещество из зоны перекрытия берегов удаляется). Тело при этом перейдет в ненапряженное состояние. Такая процедура перевода тела в ненапряженное состояние, обратная к процедуре создания дислокации [6], используется ниже при определении поля перемещений, связанного с движением дислокации Сомилианы.

2. Поле перемещений. Ниже предлагается некоторый искусственный способ формоизменения тела, который позволяет осуществить произвольное движение дислокации Сомилианы, и в явном виде выписывается поле перемещений, отвечающее этому формоизменению. Условия фактической реализации данного способа формоизменения обсуждаются в п. 4.

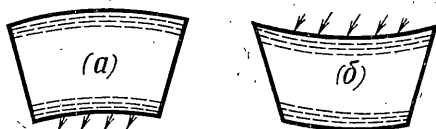
Пусть t_0 и t — два последовательных момента времени и $\Omega(t_0, t)$ — область среды, заметаемая дислокацией за интервал времени $[t_0, t]$. Сравним два ненапряженных состояния тела, оба полученных путем разрезания тела вдоль дислокации: одно — в момент времени t_0 (фиг. 1, а), другое — в момент t (фиг. 1, б). (Стрелками на фиг. 1 обозначено поле векторов Бюргерса.) Нетрудно видеть, что эти состояния могут различаться только формой области Ω . Действительно, так как часть тела, расположенная вне области Ω , является упругой и напряжения в ней отсутствуют, то в силу единственности решения задачи упругости форма этой части тела одинакова в обоих состояниях. Удаляя из тела эту недеформированную часть, находим форму области Ω до и после того, как она будет замечена дислокацией (фиг. 2). Как видно из фиг. 2, форма области Ω в этих двух состояниях различается тем, что элементы внешней границы области Ω , примыкающие на фиг. 1 к поверхностям $S(t_0)$ и $S(t)$, смещены в одном из состояний по отношению к другому на вектор Бюргерса дислокации.

Переведем некоторым специальным образом область Ω из состояния, показанного на фиг. 2, а, в состояние, показанное на фиг. 2, б. Для этого разобьем область Ω в первом состоянии на бесконечно тонкие слои, каждый из которых совпадает с положением дислокации в один из моментов времени $t^* \in [t_0, t]$, и затем сместим эти слои последовательно, начиная со слоя, примыкающего к поверхности $S(t_0)$, каждый — на соответствующий вектор Бюргерса $\mathbf{V}(M, t^*)$ ($M \in S(t^*)$). Очевидно, что после смещения всех слоев область Ω примет форму, изображенную на фиг. 2, б.

Если указанный процесс формоизменения области Ω проводить не вынимая ее из тела, то в результате такого процесса тело перейдет из состояния, показанного на фиг. 1, а, в состояние, показанное на фиг. 1, б.



Фиг. 1



Фиг. 2

Поскольку оба эти состояния являются ненапряженными, соответствующее формоизменение тела обязательно является пластическим (т. е. остаточным, неупругим). Обозначим поле перемещений, описывающее данное формоизменение тела, через $u_p(\mathbf{r}, t_0, t)$. Как нетрудно видеть, это поле имеет вид

$$u_p(\mathbf{r}, t_0, t) = \mathbf{V}(M, t^*) \text{sign}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{V}) \delta(\Omega(t_0, t)) \quad (2.1)$$

где \mathbf{r} — радиус-вектор произвольной точки тела, t^* — момент прохождения дислокации через эту точку тела ($t^* \in [t_0, t]$), M — точка дислокации, проходящая через рассматриваемую точку тела, \mathbf{V} — вектор скорости дислокации, $\delta(\Omega)$ — обобщенная дельта-функция, сосредоточенная в области Ω (она совпадает с характеристической функцией области Ω).

Используя рассмотренную процедуру перевода тела из одного ненапряженного состояния в другое, легко описать такой способ формоизменения тела, содержащего дислокацию, который позволяет осуществить любое требуемое движение дислокации. Так, перевести дислокацию из положения $S(t_0)$ в положение $S(t)$ (с соответствующим изменением ее вектора Бюргера) можно следующим образом.

Сначала необходимо сделать в теле разрез вдоль дислокации в исходном ее положении $S(t_0)$ и освободить берега разреза от сил. При этом берега разойдутся на вектор $-\mathbf{V}(M, t_0)$ и в теле возникнет поле перемещений, обратное к дислокационному полю перемещений $u_d(\mathbf{r}, t_0)$. В результате тело перейдет в ненапряженное состояние, показанное на фиг. 1, а. Затем следует создать в области Ω описанное выше поле перемещений $u_p(\mathbf{r}, t_0, t)$ и тем самым перевести тело в ненапряженное состояние, изображенное на фиг. 1, б. После этого остается только убрать имеющуюся в полученном состоянии несплошность, для чего необходимо соединить и склеить между собой ее берега. При этом берега несплошности придется сместить на вектор $\mathbf{V}(M, t)$ относительно один другого, что приведет к образованию в теле поля перемещений $u_d(\mathbf{r}, t)$. В итоге дислокация, как и требуется, окажется в положении $S(t)$.

Приращение поля перемещений u , отвечающее этому способу перевода дислокации из положения $S(t_0)$ в положение $S(t)$, представляет собой сумму трех указанных полей

$$\Delta u(\mathbf{r}, t) = u_d(\mathbf{r}, t_0) + u_p(\mathbf{r}, t_0, t) + u_d(\mathbf{r}, t) \quad (2.2)$$

где слагаемые $\mathbf{u}_d(\mathbf{r}, t_0)$ и $\mathbf{u}_d(\mathbf{r}, t)$ находятся из решения системы уравнений (1.1), а слагаемое $\mathbf{u}_p(\mathbf{r}; t_0, t)$ задается выражением (2.1).

Из равенств (2.1) и (2.2) видно, что суммарный результат применения рассмотренной процедуры к любым двум последовательным интервалам времени $[t_0, t_1]$ и $[t_1, t_2]$ эквивалентен осуществлению этой процедуры сразу для объединенного интервала $[t_0, t_2]$. Благодаря этому свойству аддитивности можно считать, что аргумент t , от которого зависят величины Ω , \mathbf{u}_p , \mathbf{u}_d и \mathbf{u} , является не фиксированным параметром, а текущим моментом времени.

Если в процессе движения дислокации произведение $\mathbf{n} \cdot \mathbf{V}$ меняет знак, т. е. через некоторые точки области Ω дислокация проходит не один раз, то при каждом прохождении она вносит добавочный вклад в поле $\mathbf{u}_p(\mathbf{r})$. В этом случае в правой части равенства (2.1) нужно брать сумму соответствующих членов по всем моментам времени $t_i^* \in [t_0, t]$ ($i=1, 2, \dots$), в которые дислокация проходит через рассматриваемую точку тела.

Очевидно, что область Ω и интервал времени $[t_0, t]$ всегда можно разбить на части таким образом, чтобы внутри каждой части области Ω произведение $\mathbf{n} \cdot \mathbf{V}$ сохраняло постоянный знак в течение каждого из промежутков времени. Поскольку поле \mathbf{u}_p при таком разбиении может быть определено простым суммированием соответствующих выражений по всем частям области Ω и по всем промежуткам времени, в дальнейшем для простоты будем считать, что произведение $\mathbf{n} \cdot \mathbf{V}$ либо имеет постоянный знак всюду внутри области Ω , либо обращается в нуль в течение некоторого промежутка времени. В последнем случае дислокация никакого объема за этот промежуток времени не замечает, поэтому соответствующий вклад в поле \mathbf{u}_p тождественно равняется нулю. По этой причине равенство (2.2) в случае $\mathbf{n} \cdot \mathbf{V} = 0$ принимает вид

$$\Delta \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{u}_d(\mathbf{r}, t) - \mathbf{u}_d(\mathbf{r}, t_0) \quad (2.3)$$

3. Другие кинематические поля, связанные с движением дислокации
Соммианы. Поле дисторсии $\nabla \mathbf{u} = \beta$ находим, дифференцируя равенства (2.2) и (2.3) по пространственным координатам и учитывая при этом равенство (2.1). При движении дислокации из положения $S(t_0)$ в положение $S(t)$ поле β получает приращение, представимое в виде суммы двух слагаемых

$$\Delta \beta = \Delta \beta^e + \Delta \beta^p \quad (3.1)$$

$$\Delta \beta^e = \{ \nabla \mathbf{u}_d(\mathbf{r}, t) \} - \{ \nabla \mathbf{u}_d(\mathbf{r}, t_0) \} \quad (3.2)$$

$$\Delta \beta^p = \mathbf{n} \mathbf{B} \delta(S(t)) - \mathbf{n} \mathbf{B} \delta(S(t_0)) \quad \text{при } \mathbf{n} \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (3.3)$$

$$\Delta \beta^p = \text{sign}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{V}) \left[\nabla_s \mathbf{B} + \frac{1}{(\mathbf{n} \cdot \mathbf{V})} \mathbf{n} \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t^*} - \mathbf{V} \cdot \nabla_s \mathbf{B} \right) \right] \delta(\Omega(t_0, t)) + \\ + \left[\frac{\mathbf{V} \times \boldsymbol{\tau}}{|\mathbf{V} \times \boldsymbol{\tau}|} \mathbf{B} \right] \delta(\Pi(t_0, t)) \quad \text{при } \mathbf{n} \cdot \mathbf{V} \neq 0$$

Здесь $\{ \nabla \mathbf{u}_d \}$ — регулярная составляющая поля $\nabla \mathbf{u}_d$, она должна быть найдена из решения системы уравнений (1.1); ∇_s — поверхностный градиент, определенный на поверхности S ; t^* имеет тот же смысл, что и в равенстве (2.1); $\boldsymbol{\tau}$ — единичный касательный вектор к краю $L(t^*)$ поверхности $S(t^*)$, имеющий направление, согласованное с направлением нормали \mathbf{n} ; $\Pi(t_0, t)$ — поверхность, замечаемая линией L за интервал времени $[t_0, t]$ (эта поверхность вместе с поверхностями $S(t_0)$ и $S(t)$ образует границу области $\Omega(t_0, t)$). Тензорное произведение векторов обозначается без знака

умножения между ними. Все производные понимаются в обобщенном смысле; это означает, что при наличии у функции $\mathbf{V}(M, t^*)$ разрывов второе из выражений (3.3) для $\Delta\beta^p$ будет содержать дополнительные (сингулярные члены, сосредоточенные на множестве тех точек, на которых функция \mathbf{V} терпит разрыв.

При выводе формул (3.1)–(3.3) предполагалось, что движение дислокации задается двумя параметрическими уравнениями: $\mathbf{r}_s = \mathbf{r}_s(x, y, t^*)$ и $\mathbf{V} = \mathbf{V}(x, y, t^*)$, где \mathbf{r}_s — радиус-вектор точек поверхности $S(t^*)$; $t^* \in [t_0, t]$; x, y — параметры; причем функция $\mathbf{r}_s(x, y, t^*)$ имеет непрерывные частные производные по всем трем аргументам, а функция $\mathbf{V}(x, y, t^*)$ является ограниченной по модулю (т. е. она может иметь конечные разрывы).

Поле $\beta^e(\mathbf{r}, t)$ определяет ту часть полной дисторсии β , которая вызывает появление в теле упругих напряжений $\sigma (=E \cdot \beta^e)$, а поле $\beta^p(\mathbf{r}, t)$ характеризует локальное пластическое формоизменение в каждой точке тела (это свойство поля β^p вытекает из отмеченного выше смысла поля \mathbf{u}_p и из проанализированных в [12] свойств тензора $\mathbf{n}\mathbf{V}\delta(S)$). В связи с этим естественно назвать тензор β^e тензором упругой дисторсии, а тензор β^p — тензором (микро)пластической дисторсии. Во многих приложениях бывает важно знать остаточное макроскопическое формоизменение тела в целом. Величину этого формоизменения можно определить усреднением поля $\beta^p(\mathbf{r}, t)$ по всему объему тела.

Зная дисторсию β , легко найти поле деформации $\varepsilon = [\beta]^c$ и поле тензора поворота $\omega = [\beta]^a$ (где верхние индексы обозначают операции симметризации и антисимметризации тензора). Каждое из этих полей в соответствии с (3.1) разбивается на сумму двух слагаемых $\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p$, $\omega = \omega^e + \omega^p$, где $\varepsilon^e = [\beta^e]^c$ и $\omega^e = [\beta^e]^a$ — тензоры упругой деформации и упругого поворота, а $\varepsilon^p = [\beta^p]^c$ и $\omega^p = [\beta^p]^a$ — тензоры (микро)пластической деформации и (микро)пластического поворота.

Поле скорости $\mathbf{v} = d\mathbf{u}/dt$ определяется путем дифференцирования правой части равенства (2.2) по текущему моменту времени t . Используя правило дифференцирования обобщенной функции по параметру, получаем для \mathbf{v} следующее выражение:

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{v}_d(\mathbf{r}, t) + (\mathbf{n} \cdot \mathbf{V})\mathbf{V}\delta(S(t)) \quad (3.4)$$

где поле $\mathbf{v}_d = d\mathbf{u}_d/dt$ должно быть найдено из решения системы уравнений (1.1).

Поле скорости дисторсии $\beta^* = \partial\beta/\partial t$, связанное с движением дислокации Соммианы, находим, дифференцируя по времени правую часть равенства (3.1). С учетом равенств (3.2), (3.3) получаем

$$\beta^* = \beta^{*e} + \beta^{*p}, \quad \beta^{*e} = \{\nabla \mathbf{v}_d(\mathbf{r}, t)\} \quad (3.5)$$

$$\beta^{*p} = \left[(\mathbf{n} \cdot \mathbf{V})\nabla_s \mathbf{B} + \mathbf{n} \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \mathbf{V} \cdot \nabla_s \mathbf{B} \right) \right] \delta(S(t)) + [(\mathbf{V} \times \boldsymbol{\tau})\mathbf{B}] \delta(L(t)) \quad (3.6)$$

Здесь $\{\nabla \mathbf{v}_d\}$ обозначает регулярную составляющую поля $\nabla \mathbf{v}_d$, а произведение $\mathbf{n} \cdot \mathbf{V}$ может принимать нулевое значение.

Из выражения (3.6) видно, что процесс пластического формоизменения тела в каждый данный момент времени происходит именно в тех точках среды, через которые в этот момент проходит дислокация.

Поле скорости деформации $\varepsilon^* = \partial\varepsilon/\partial t = \varepsilon^{*e} + \varepsilon^{*p}$ и поле скорости поворота $\omega^* = \partial\omega/\partial t = \omega^{*e} + \omega^{*p}$ определяются из формул (3.5), (3.6) очевидным образом.

Во втором соотношении (3.3) и в выражении (3.6) слагаемые, отвечающие движению края поверхности S , выписаны для удобства, поскольку

вклад в дисторсию от движения края поверхности S всегда можно учесть при помощи тех же слагаемых, что и вклад от движения ее внутренних точек, для чего достаточно поверхность S заменить произвольной поверхностью S' большего размера, доопределив поле \mathbf{V} нулем на множестве $S' \setminus S$. Действительно, в этом случае движение края поверхности S' никакого вклада в дисторсию вносить не будет, так как на нем $\mathbf{V} = 0$, вклад же от движения края поверхности S учтется теми слагаемыми, которые описывают движение внутренних точек поверхности S' .

При практическом использовании полученных формул необходимо следить за тем, чтобы направления векторов $\boldsymbol{\tau}$, \mathbf{V} и \mathbf{n} были согласованы. Кроме того, следует учитывать, что в случае непостоянства знака произведения $\mathbf{n} \cdot \mathbf{V}$ в правых частях выражений (2.1) и (3.3) должно производиться суммирование по всем моментам времени, в которые дислокация проходит через рассматриваемую точку тела.

4. Формы движения дислокации Сомилианы. Выше считалось, что изображенный на фиг. 2 способ послойного формоизменения области Ω не приводит к появлению напряжений. Фактическая реализация этого условия, как нетрудно видеть, может потребовать осуществления в области Ω массопереноса. Действительно, деформация каждого слоя, на которые разбивается область Ω , представляет собой совокупность изгиба и растяжения (сжатия). При устремлении толщины слоев к нулю суммарная упругая энергия изгиба всех слоев стремится к нулю, а суммарная энергия растяжения-сжатия может оставаться конечной. Понятно, что устранить напряжения, связанные с растяжением или сжатием слоев, в случае пластически несжимаемого тела можно лишь путем удаления вещества из областей сжатия и добавления его в области растяжения.

Таким образом, движение дислокации Сомилианы должно сопровождаться массопереносом вещества. Количественной мерой скорости массопереноса может служить скорость относительного изменения объема $\Delta^* \equiv \text{Sp } \beta^*$, которая в соответствии с (3.6) имеет вид

$$\Delta^*(\mathbf{r}, t) = \left[(\mathbf{n} \cdot \mathbf{V}) \nabla_s \cdot \mathbf{B} + \mathbf{n} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \mathbf{V} \cdot (\nabla_s \mathbf{B}) \cdot \mathbf{n} \right] \delta(S(t)) + [(\mathbf{V} \times \boldsymbol{\tau}) \cdot \mathbf{B}] \delta(L(t)) \quad (4.1)$$

При $\Delta^* \neq 0$ скорость движения дислокации Сомилианы должна в значительной степени контролироваться скоростью протекания соответствующих процессов массопереноса. Принимая во внимание, что эти процессы могут осуществлять обмен веществом либо между различными участками самой дислокации, либо между участками дислокации и окружающей средой, будем различать три формы движения дислокации Сомилианы:

консервативное движение или скольжение, когда нет обмена веществом, т. е. $\Delta^*(\mathbf{r}, t) = 0$;

консервативное переползание, когда названный обмен происходит только между различными участками самой дислокации; в этом случае $\Delta^*(\mathbf{r}, t) \neq 0$, но интеграл по всему объему тела от функции $\Delta^*(\mathbf{r}, t)$ равен нулю;

неконсервативное движение, когда имеет место массообмен между дислокацией и окружающей средой; при этом интеграл по объему тела от функции $\Delta^*(\mathbf{r}, t)$ отличен от нуля.

Физически рассмотренный процесс массопереноса может обеспечиваться разными механизмами, например диффузией точечных дефектов, испусканием или поглощением трансляционных дислокаций, дисклинаций или других дефектов, причем движение этих дефектов, разумеется, будет вносить свой вклад в формоизменение тела, который необходимо добавить к дисторсии β , задаваемой выражениями (3.1) — (3.3).

Заметим, что неконсервативное движение дислокации Соммианы, сопровождающееся испусканием или поглощением линейных дефектов, фактически может происходить как путем неконсервативного, так и путем консервативного движения последних.

5. *Примеры.* Важными примерами дефектов, к которым могут быть применены полученные выше результаты, являются внутренние границы разориентации, разделяющие области материала, развернутые один относительно другого на некоторый угол. В кристаллах к таким границам относятся межзеренные границы, границы блоков, ячеек или субзерен, а также границы фрагментов, образующихся на поздних стадиях пластической деформации. Результаты данной работы позволяют решить не имевшую ранее решения задачу о построении микромеханики сред, содержащих такие границы. Ввиду особой важности этой задачи ее рассмотрению посвящены отдельные сообщения [13, 14]. Здесь покажем, что для двух наиболее простых частных случаев дислокации Соммианы (обычной трансляционной дислокации и дисклинации) результаты данной работы совпадают с известными из литературы.

Пусть $L(t)$ — трансляционная дислокация. Скорость пластической деформации для нее можно определить при помощи выражения (3.6) двумя способами. Во-первых, можно принять, что линия L является краем поверхности S . Тогда $\mathbf{V} = \text{const}$ всюду на S и, следовательно, в выражении (3.6) слагаемое, содержащее дельта-функцию $\delta(S)$, обращается в нуль, благодаря чему это выражение после симметризации приводит к известному соотношению

$$\epsilon^{*p}(\mathbf{r}, t) = [(\mathbf{V} \times \boldsymbol{\tau}) \mathbf{V}]^c \delta(L(t)). \quad (5.1)$$

Во-вторых, используя расширенную поверхность S' (см. конец п. 3), можно считать, что линия L целиком расположена в ее внутренней части. В этом случае поле $\mathbf{V}(M)$ ($M \in S'$) будет испытывать разрыв на линии L , вследствие чего его поверхностный градиент $\nabla_s \mathbf{V}$ будет иметь особенность на L : $\nabla_s \mathbf{V} = (\mathbf{n} \times \boldsymbol{\tau}) \mathbf{V} \delta(L)$. Подставляя это значение градиента в выражение (3.6) и учитывая, что $\partial \mathbf{V} / \partial t = 0$ и что на крае поверхности S' поле $\mathbf{V} = 0$, снова приходим к соотношению (5.1).

Для системы одинаковых трансляционных дислокаций, которые распределены в теле с постоянной плотностью λ и движутся консервативно с одной и той же скоростью \mathbf{V} , одномерным вариантом соотношения (5.1) является классическое равенство $\epsilon^{*p} = (\frac{1}{2}) \lambda \mathbf{B} \mathbf{V}$, где ϵ^{*p} — соответствующая сдвиговая компонента тензора скорости макроскопической деформации, $\mathbf{B} = |\mathbf{V}|$; $\mathbf{V} = |\mathbf{V} \times \boldsymbol{\tau}|$.

Пусть теперь $L(t)$ — дисклинация. Поле \mathbf{V} для нее имеет вид

$$\mathbf{V}(M) = \boldsymbol{\omega} \times [\mathbf{r}_s(M) - \mathbf{r}_s(M_0)]$$

где $\boldsymbol{\omega}$ — постоянный псевдовектор, M и M_0 — соответственно произвольная и фиксированная точки поверхности S . Подставляя в выражение (3.6) производные поля \mathbf{V} $\partial \mathbf{V} / \partial t = 0$ и $\nabla_s \mathbf{V} = (\mathbf{n} \mathbf{n} - \mathbf{I}) \times \boldsymbol{\omega}$ (где \mathbf{I} — единичный тензор), получаем теми же двумя способами, что и в случае трансляционной дислокации, следующее выражение для скорости пластической деформации:

$$\epsilon^{*p}(\mathbf{r}, t) = [\mathbf{n} (\mathbf{V} \times \boldsymbol{\omega})]^c \delta(S(t)) + [(\mathbf{V} \times \boldsymbol{\tau}) \mathbf{V}]^c \delta(L(t)), \quad (5.2)$$

Применительно к системе одинаковых прямолинейных клиновых дисклинаций с осью поворота, совпадающей с линией дисклинации ($\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega} \boldsymbol{\tau}$, $M_0 \in L$), которые движутся консервативно с одинаковой скоростью \mathbf{V} , соответствующая сдвиговая компонента тензора скорости макропластической деформации, как это и должно быть [2, 3], равна $\epsilon^{*p} = (\frac{1}{2}) \theta \boldsymbol{\omega} R \mathbf{V}$, где $\mathbf{V} = |\mathbf{V} \times \boldsymbol{\tau}|$, θ — плотность дисклинации, определяемая аналогично плотности

дислокаций λ , как общая длина линий дисклинаций в единице объема, R — средний радиус тела.

6. *Обсуждение.* Выше при рассмотрении кинематических свойств среды, содержащей дислокацию Сомилианы, не вводилось никаких ограничений на гладкость поля V и даже допускалось существование у поля V разрывов. Благодаря этому имеется возможность описывать ряд важных случаев движения дислокации. Так, если поле V разрывно по временной координате, то с его помощью можно описывать явления испускания и захвата дислокацией Сомилианы других дислокаций. Если же поле V терпит разрыв по пространственным координатам, причем этот разрыв сосредоточен на некоторой линии и имеет постоянную величину, то дислокация Сомилианы с таким полем V содержит в себе обычную трансляционную дислокацию. Следовательно, подбирая подходящим образом поле V с разрывами вдоль линий, лежащих на поверхности S , можно описать поведение произвольного двумерного ансамбля трансляционных дислокаций. Отсюда вытекает, что традиционный подход к анализу свойств планарных дефектов, основанный на замене этих дефектов эквивалентным набором виртуальных трансляционных дислокаций, является частным случаем подхода, развитого в данном сообщении.

Заметим также, что в отличие от традиционного подхода, использующего условие неизменности векторов Бюргера виртуальных дислокаций, данный подход допускает возможность произвольных изменений поля V с течением времени. Это, в частности, позволяет описывать процессы зарождения и аннигиляции дислокаций, при которых поле V либо изменяется от нуля до некоторого фиксированного значения, либо, наоборот, убывает от некоторого значения до нуля.

Проведенный анализ кинематических свойств среды, содержащей дислокацию Сомилианы, основан только на геометрических свойствах дислокации и не зависит от конкретных реологических свойств среды. Следовательно, все полученные выше результаты справедливы не только для упругого тела, но и вообще для любой среды, обладающей произвольными реологическими свойствами.

Отметим три важных направления дальнейшего изучения свойств дислокаций Сомилианы:

описание кинетики движения дислокации, в частности вычисление действующих на дислокацию Сомилианы эффективных сил, аналогичных силам Пича—Келера в случае трансляционной дислокации;

рассмотрение ансамбля непрерывно распределенных дислокаций Сомилианы (эти два направления развиваются в [14]);

исследование микроскопического механизма движения дислокации Сомилианы в поле напряжений.

Рассмотрение последнего вопроса требует учета особых свойств ядра дефекта. В [15] на основе анализа кинематических полей, сопровождающих движение обычной трансляционной дислокации, показано, что ее движение связано с наличием в ядре дислокации разрыва поля скорости, причем именно это свойство движущихся трансляционных дислокаций, как вытекает из [16], в значительной степени определяет пластические свойства кристаллических материалов. Можно надеяться, что и в общем случае произвольной дислокации Сомилианы внимательный анализ найденных в предлагаемой работе кинематических полей поможет в установлении механизма ее движения.

Таким образом, в работе исследованы кинематические свойства среды, содержащей дислокацию Сомилианы. Предложена такая модель движения дислокации, которая является более общей по сравнению с традиционной моделью движения планарных дефектов, основанной на представлении их в виде совокупности виртуальных трансляционных дислокаций. Найдены сопровождающие движение дислокации поля перемещения, дисторсии, деформации и поворота, а также вычислены производные этих полей по времени.

Все полученные соотношения справедливы для дислокации Сомилианы произвольного вида, зарождающейся, аннигилирующей или произвольным образом движущейся в сплошной среде, обладающей произвольными реологическими свойствами. В частных случаях трансляционных дислокаций и дисклинаций результаты данной работы совпадают с известными из литературы.

Литература: 1. В. А. Лишачев, А. Е. Волков, Л. С. Шихобалов, Докл. АН СССР, 1978, т. 241, № 5, с. 1115.

Поступила 17 V 1978.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хирт Дж., Лоте И. Теория дислокаций. М., Атомиздат, 1972.
2. Вит Р. де Континуальная теория дисклинаций. М., «Мир», 1977.
3. Лихачев В. А., Хайров Р. Ю. Введение в теорию дисклинаций. Изд-во ЛГУ, 1975.
4. Мак Лин Д. Границы зерен в металлах. М., Металлургиздат, 1960.
5. Somigliana C. Sulla teoria delle distorsioni elastiche. Atti della Reale Accademia dei Lincei. Ser. 5. Rendiconti. Cl. sci. fis., mat. e natur. Nota 1 (1914, vol. 23, fasc. 7, sem. 1, p. 463-472); nota 2 (1915, vol. 24, fasc. 7, sem. 1, p. 655-666).
6. Эшлби Дж. Континуальная теория дислокаций. М., Изд-во иностр. лит., 1963, стр. 25-27.
7. Кунин И. А. Теория дислокаций. Дополнение к кн.: Схоутен Я. А. Тензорный анализ для физиков. М., «Наука», 1965, стр. 373-443.
8. Kroger F. Continuous distribution of dislocation loops. Czech. J. Phys. Ser. B, 1962, vol. 12, No. 3, p. 191-201.
9. Араксян В. В., Хзарджян С. М. Дислокации Сомилианы в круговом цилиндре. В сб.: Взаимодействие излучения с веществом. М., Изд-во Всес. заочн. машиностр. ин-та, 1972.
10. Араксян В. В., Хзарджян С. М. Расчет последовательных приближений в задаче о дислокациях Сомилианы. В сб.: Взаимодействие излучения с веществом. М., Изд-во Всес. заочн. машиностр. ин-та, 1972.
11. Asaro R. J. Somigliana dislocations and internal stresses: with application to second phase hardening. Internat. J. Engng. Sci., 1975, vol. 13, No. 3, p. 271-286.
12. Вакуленко А. А. О связи микро- и макромоделей упругопластического тела. В сб.: Исследования по упругости и пластичности, вып. 10. Изд-во ЛГУ, 1974.
13. Волков А. Е., Лихачев В. А., Шихобалов Л. С. Микромеханика сред с внутренними границами. В кн.: Проблемы прочности и пластичности твердых тел. Л., «Наука», 1979.
14. Волков А. Е., Лихачев В. А., Шихобалов Л. С. Теория границ зерен как самостоятельных несовершенств кристалла. Физика металлов и металловедение, 1979, т. 47, № 6.
15. Шихобалов Л. С. Уравнение движения дислокации в модели сплошной среды. Ч. 1. Теория. Рукопись депонирована в ВИНТИ. № 3036-77 Деп. от 25 июля 1977 г.
16. Шихобалов Л. С. Уравнение движения дислокации в модели сплошной среды, ч. 2. Сравнение с экспериментом. В сб.: Исследования по упругости и пластичности, вып. 12. Изд-во ЛГУ, 1978.