

появляются при меньших нагрузках. Однако на несущую способность сжимаемость влияния не оказывает.

Развит эффективный метод малого параметра для учета сжимаемости в упруго-пластических задачах, решение которых для несжимаемого материала известно.

Полученные в работе результаты позволяют ставить и решать упругопластические задачи в напряжениях, что дает возможность при численном решении получать хорошую точность в окрестностях особых точек без использования априорных предположений о характере сингулярности деформаций в этих окрестностях. В качестве примера численно решена задача о маломасштабном пластическом течении у вершины трещины отрыва.

28 V 1979. В. В. Фрыдрихович (Варшава, ПНР) *О действии на термоупругое полупространство штампа, движущегося с постоянной скоростью.*

Рассматривается движение жесткого штампа по поверхности термоупругого полупространства. Движение происходит в поперечном направлении со скоростью, меньшей скорости распространения поперечных волн. Рассматриваемая плоская задача термоупругости решается в квазистатической постановке. В безразмерной подвижной системе координат после применения двойного экспоненциального преобразования Фурье задача сводится к решению системы парных интегральных уравнений. Показано, что при отсутствии температурного поля решение сводится к известным в литературе результатам.

Р. И. Мазинг

УДК 534/534:061.6

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Семинары

Семинар по численным методам в механике сплошной среды
под руководством Н. Ф. Морозова, П. Е. Товстик, К. Ф. Черныха

1 II 1979. О. Б. Агаларян (Ленинград) *Методы решения задач об осесимметричном кручении упругопластических тел.*

Дан общий метод построения решений для объединения и пересечения упругих областей, если известны решения для каждой из них в отдельности. В частности, для задачи об осесимметричном кручении из решения для конуса получается система для выпуклых фигур, образованных пересечением конусов. В предельном случае, когда число конусов неограниченно возрастает, а их совокупность приближается к заданной выпуклой фигуре, получаются уравнения для кручения этой фигуры. Такой «метод конусов» является аналогом метода полуплоскостей в плоской задаче. Пересечение отдельных пространств с разрезами вдоль радиусов дает уравнения для пространства с совокупностью разрезов. Во многих случаях система сводится к уравнениям Фредгольма. В общем случае граничные интегральные уравнения получаются при помощи третьего тождества Грина.

Задачу об осесимметричном кручении упругопластических тел с трещинами предлагается решать, окружая пластическую зону произвольным контуром. Решение для внешности этого контура выполняется указанным способом. Внутри контура решение осуществляется для двумерной области численно и проводится стыковка на границе контура. В качестве одного из методов численного решения рекомендуется использовать формы вариационных принципов, предлагавшиеся ранее для бесконечных областей. В случае маломасштабного течения решения задачи теории упругости используются непосредственно для определения коэффициентов интенсивности.

8 II 1979. А. Н. Златин (Ленинград) *Применение однородных решений в смешанных осесимметричных задачах теории упругости.*

Показано, что использование аппарата однородных решений позволяет распространить идеи метода парных уравнений на такие задачи для упругих цилиндров, когда смешанные условия задаются на торцах (щели, штампы), а боковая поверхность свободна от напряжений. Получены новые разрывные ряды по однородным решениям, при помощи которых эти задачи приводятся к системам интегральных уравнений Фредгольма второго ряда.

Подробно рассмотрена задача о растяжении цилиндра, ослабленного периодической системой дискообразных трещин, сводящаяся лишь к одному регулярному интегральному уравнению Фредгольма. Получены численные результаты, демонстрирующие влияние геометрических параметров на коэффициент интенсивности напряжений у края трещин. Отмечена возможность значительного уменьшения этого коэффициента за счет наличия соседних трещин. Использованные формальные выкладки обоснованы путем доказательства теоремы, устанавливающей связь между решениями исходной краевой задачи и интегрального уравнения.

22 II 1979. К. П. Иванов (Ленинград) *Об эквивалентных постановках задач обтекания твердых тел в терминах векторного потенциала.*

Дается эквивалентное определение обобщенного решения из класса О. А. Ладыженской для внутренних и внешних задач течений вязкой несжимаемой жидкости в терминах «вектор-функции» тока (векторного потенциала), что позволяет получить теорему существования при всех Re и единственности (при малости Re -числа Рейнольдса). Устанавливается равномерная сходимости такого решения к Θ при больших $|x|$. Разбирается наиболее интенсивный случай осесимметричных течений, где функция тока может быть выбрана специальным образом. Для классического решения показана эквивалентность постановки задачи по скорости в набегающем потоке с постановкой в терминах функции тока и вихря; поясняется постановка граничных условий на оси. Разбираются случаи внутренних задач с симметрией.

1 III 1979. Г. П. Карзов (Ленинград) *Использование современных представлений механики разрушения для решения прикладных задач.*

Рассмотрены основные принципы обеспечения сопротивления элементов конструкций хрупкому разрушению, а также методы повышения их долговечности на стадии развития усталостной трещины. На основе анализа кинетики напряженного состояния в зоне пластических деформаций перед вершиной трещины и существующих физических моделей хрупкого разрушения металлов рассмотрены причины, определяющие характер температурной зависимости параметров вязкости разрушения материала. Показано, что для материалов низкой и средней прочности характерна ярко выраженная температурная зависимость сопротивления хрупкому разрушению. Для высокопрочных материалов повышение сопротивления хрупкому разрушению наблюдается только при ограниченных толщинах. На основе полученных теоретических и экспериментальных результатов рассматриваются принципы выбора условий безопасной эксплуатации конструкций по критериям хрупкого разрушения с учетом различного рода эксплуатационных воздействий (циклическое повреждение, тепловое и деформационное старение, нейтронное облучение).

Для повышения циклической долговечности элементов конструкций на стадии развития трещины предложено использование сложных композитных материалов, изготовленных таким образом, что магистральная усталостная трещина останавливается на межслойной границе за счет локального расслоения. На основе математической теории трещин рассмотрены некоторые требования к свойствам материала межслойной границы, при которых возможно проявление указанного эффекта.

22 III 1979. А. А. Баблюян (Ереван) *Применение парных уравнений и совокупностей координатных систем для решения смешанных и контактных задач теории упругости.*

Приведены решения некоторых классов задач теории упругости:

1. Кручение и осесимметричная задача для тел с гладкими поверхностями и со смешанными граничными условиями.
2. Плоская и осесимметричная задачи для прямоугольника и цилиндра конечной длины, когда одно из граничных условий на всех участках границы задается в смешанном виде.
3. Плоская задача и задача кручения составных призматических стержней для областей, которые можно разделить на конечное число прямоугольников, принадлежащих различным координатным системам.
4. Контактная задача для двух усеченных клиньев из различных материалов, когда границы материалов составляют произвольные углы как на концах, так и внутри линии контакта. Применяемый метод позволяет получить решение рассматриваемой задачи при любых контактных и граничных условиях.

Задачи первых двух классов решаются методами парных уравнений, а остальные задачи — методом суперпозиции в сочетании с различными интегральными преобразованиями.

5 IV 1979. А. В. Проскура (Ленинград) *Об избеже тонкой плиты в условиях физической и геометрической нелинейности.*

Рассмотрено асимптотическое поведение решения объемной геометрически нелинейной задачи теории упругости для плиты, нагруженной поперечной нагрузкой, толщина которой стремится к нулю. При этом использовано выражение для энергии деформации, предложенное Ноуэлсом. Решение задачи находится как минимум функционала полной энергии. Трехмерное решение стремится (в интегральных нормах) к решению некоторой двумерной вариационной задачи. Функционал этой задачи получается из функционала трехмерной задачи, если в последней поля перемещений считать зависящими только от координат, меняющихся в срединной плоскости плиты, и задержать члены, содержащие производные в старшей степени.

10 V 1979. Н. Н. Уралъцева (Ленинград) *Вариационные неравенства в теории упругости.*

Дан обзор основных результатов теории вариационных неравенств и их применение к некоторым конкретным задачам теории упругости. В качестве примеров рассмотрены задача Синьорини, задача упругопластического кручения, задача о деформации твердого тела под действием штампа, задача о трещине с частично налегающими краями.

24 V 1979. А. А. Вакуленко (Ленинград) *Реология и разрушение некоторых горных пород.*

Дано обобщение уравнений наследственного типа для непористых в начальном (недеформированном) состоянии поликристаллических горных пород. Обобщение основано на использовании термодинамической шкалы времени. Предложена конкретизация последнего, в которой необратимое изменение объема в процессе деформации «ускоряет» обычное время. Обсужден вид и допустимые аппроксимации функций, определяемых из эксперимента. Рассмотрена возможность качественного описания ползучести при помощи введенных существенно нелинейных реологических уравнений. Необратимое увеличение объема, существующее при нагрузке, отличной от гидростатического сжатия, определяется тремя инвариантами тензора напряжений. Реологические уравнения предполагают явление неполного восстановления деформаций последствием. Линейное наследственное уравнение Вольтерра содержится в них как простейший частный случай. Из соотношения для объемной части тензора деформаций выведено условие макроразрушения, качественно соответствующее действительности.

6 VI 1979. Б. А. Зимин (Ленинград) *Метод возмущений в задаче об эллипсоидальных включениях в изотропной среде.*

Рассматривается бесконечная трехмерная изотропная упругая среда с двумя и тремя эллипсоидальными включениями, полостями. Под включением понимается область, ограниченная эллипсоидальной поверхностью, где материал имеет упругие свойства, отличные от свойств охватывающей среды. В дальнейшем полагаем, что включения жестко впаиваны в среду, т. е. вектор перемещений и вектор напряжений на границе контакта не терпят разрыва. На бесконечном расстоянии от включений задается постоянное поле напряжений. Аналогично уравнению Липмана — Швингера в квантовой теории рассеяния строится возмущенный тензор Грина такой среды с эллипсоидальными включениями, вычисление полей внутри включений проводится при помощи аналитической теории потенциала неоднородного эллипсоида, а для получения предельного извне значения напряжений на поверхности эллипсоидальных включений (а значит и для нахождения коэффициентов концентрации напряжений) используются соотношения для скачков вторых производных от объемного потенциала при переходе через границу контакта.

Полученные численные решения в первом приближении по расстояниям между включениями сравниваются с точными решениями Садовского и Штернберга для двух равных сферических полостей, когда внешнее поле — всестороннее растяжение. Имеется хорошее совпадение коэффициентов концентрации напряжений, когда $d/r = 1/4$, где d — радиус сферической полости, а r — расстояние между их центрами.