

23 IV 1979. Г. В. Тарханов (Москва) *Распространение упругой волны по стержню при наличии сухого трения.*

Задача о распространении упругой продольной волны по полубесконечному стержню, на границе контакта которого с недеформируемой плоскостью возникают силы сухого трения, сведена к решению функционального уравнения с запаздыванием. Даётся решение для случая гармонического перемещения конца стержня. Показано, что скорость распространения фронта волны зависит от распределения начальных сил трения в контакте. Так как скорость переднего фронта волны меньше, чем заднего, то между распространяющимися волнами образуется зона застоя. Зависимость нагрузки от гармонического перемещения конца стержня имеет вид незамкнутой петли гистерезиса, стабилизирующейся через некоторое число циклов. При этом работа деформации равна работе, совершающей гармонической силой, приложенной к полубесконечному стержню без трения.

4 VI 1979. Ю. К. Энгельбрехт (Таллин) *Нелинейные волновые процессы в деформируемых твердых телах.*

Рассматриваются двумерные задачи распространения нелинейных волн деформации в твердых телах, математические модели которых построены с учетом геометрической и физической нелинейностей и вязких эффектов. На основе лучевого метода построены двумерные уравнения Заболотской - Хохлова, описывающие процесс до образования разрыва. Для дальнейшего анализа волнового процесса в области разрывных решений используется метод сингулярных поверхностей, который применяется к уравнениям переноса. Предложенный подход позволяет асимптотически решать двумерную задачу о развитии разрыва в продольной волне.

11 VI 1979. А. Н. Бовт, В. И. Кобец, В. И. Мусинов, К. В. Мясников, В. Н. Николаевский, Е. А. Шурыгин (Москва) *О зонах уплотнения и разуплотнения при камуфлетном взрыве в пористой горной породе.*

Приводятся результаты экспериментальных камуфлетных взрывов в воздушно-сухих высокопористых горных породах. Образцы имели плотность $2 \text{ г}/\text{см}^3$, пористость 25%, проницаемость по воздуху 200 млдарси, скорость Р-волн 3000 м/с, прочность при одноосном сжатии 200 атм. Обнаружено, что взрывная полость окружена зонами разуплотнения (до 2.5 радиуса полости) и уплотнения (до четырех радиусов). В этих зонах сдвиговые напряжения превысили предел упругости, что говорит о дилатационном характере объемных изменений. Внешняя граница зон соответствует точке перелома на эпюре максимумов напряжений в волне от расстояния. Выявленна пропорциональность радиуса внешней границы корню кубическому из акустической жесткости пористой среды. Зоны уплотнения соответствуют также максимумы остаточных напряжений, скоростей Р-волн и снижения проницаемости среды до 10 раз. Вне зоны уплотнения уменьшение проницаемости среды умеренное. В зоне разуплотнения проницаемость увеличилась. Отмечается отдельные трещины длиной до 3.5 радиусов полости.

O. N. Смирнова

УДК 531/534:061.6

МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ Семинары

Семинар по аналитической механике под руководством В. В. Румянцева

15 IX 1978. В. И. Воротников (Н. Тагил) *Об одном методе исследования устойчивости и стабилизации движения по части переменных.*

Излагается метод исследования устойчивости и стабилизации движения относительно части переменных, сведением к задаче об устойчивости движения относительно всех переменных для специально построенной системы уравнений меньшей размерности. Для построения вспомогательной системы используются лишь алгебраические операции над исходной системой. Получены необходимые и достаточные условия устойчивости, полной управляемости и стабилизации движения относительно части переменных для линейных стационарных систем, новые результаты в задаче об устойчивости движения относительно части переменных по линейному приближению. Предложен способ исследования нелинейных систем. Приводится механический пример.

29 IX 1978. А. В. Геренштейн (Челябинск) *Об изометрических погружениях в задаче о синтезе механизмов.*

Движение несвободной системы материальных точек в трехмерном евклидовом пространстве рассматривается как движение материальной точки в n -мерном римановом пространстве (n — число степеней свободы), изометрически погруженном в евклидово пространство подходящего числа измерений.

Сформулированы следующие задачи.

1. По заданным свойствам механизма требуется определить их уравнения движения, в частности коэффициенты кинетической энергии.

2. Для автономных систем по найденным коэффициентам восстановить зависимость декартовых координат системы точек от обобщенных координат, что эквивалентно задаче изометрического погружения риманова многообразия в евклидово пространство большего числа измерений.

3. По полученным зависимостям декартовых координат от обобщенных восстановить конструкцию реального механизма с заданными свойствами.

Решения задач 2 и 3 оказываются не единственными. Приведены примеры.

6 X 1978. И. А. Кейс (Таллин) *О некоторых вариантах субоптимального синтеза управлений методом агрегации.*

Рассматривается задача управления нелинейной динамической системой с интегральным критерием качества и заданной областью управлений. Исследуются различные способы агрегации систем высокого порядка для приближенного решения задачи оптимальной стабилизации по всем и по частям переменных. Предложен критерий стабилизации.

Изучаются вопросы о субоптимальном синтезе регулятора и минимизации показателя выбором вектора агрегации.

13 X 1978. А. А. Зевин (Днепропетровск) *Исследование устойчивости периодических колебаний в нелинейных неавтономных системах второго порядка.*

Рассмотрены периодические колебания в нелинейных системах с мягкой и жесткой нелинейностью при силовом и параметрическом возбуждении. Уравнение колебаний содержит малый параметр при членах, отражающих влияние диссипативных сил; степень нелинейности и величина возмущающего воздействия не предполагаются малыми.

Получены условия устойчивости колебаний, основанные на оценках экстремальных расстояний между нулями уравнения в вариациях. Доказаны некоторые теоремы об устойчивости и найдены оценки частот колебаний, соответствующих границам областей неустойчивости.

На основе полученных результатов проанализирована применимость известных качественных критериев устойчивости, установленных приближенными методами.

27 X 1978. Л. Г. Лобас (Киев) *Устойчивость катящегося по плоскости трицикла и его элементов.*

Методом Больцмана — Гамеля выведены уравнения движения трицикла как системы с двумя степенями свободы. Линеаризованные уравнения малых отклонений от равномерного прямолинейного движения не совпадают с выведенными ранее иным способом уравнениями И. И. Метелицына. Условия устойчивости движения по Ляпунову оказываются соответственно другими. Найдены условия устойчивости движения на конечном промежутке времени применительно к случаю посадки самолета. На плоскости двух параметров, различным образом зависящих от скорости движения, построены области устойчивости движения трицикла при выполнении условий гипотезы увода И. Рокара. Для полной системы дифференциальных уравнений шестого порядка рассмотрен один из случаев условий возбуждения автоколебаний шинами ориентирующегося колеса пассажирского самолета. Определено влияние конструктивных параметров передней ноги на границу области устойчивости. Предлагается распространение теории М. В. Келдыша на задачу устойчивости криволинейного программного движения. Детально рассмотрен частный случай кругового движения.

3 XI 1978. В. Г. Вильке (Москва) *Предельные движения системы упругое — твердое тело.*

Система состоит из тяжелого твердого тела, врачающегося вокруг неподвижной точки, несущего на себе упругое тело. Относительное движение упругого тела описывается уравнениями классической теории линейной вязкоупругости малых

деформаций. Показано, что уравнения движения допускают стационарные вращения системы как твердого тела вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью и что эти движения соответствуют стационарным точкам функционала полной энергии на многообразии M с постоянным значением интеграла момента количества движения относительно вертикальной оси. Устойчивые стационарные вращения соответствуют минимумам полной энергии, которая ограничена на M . Система из почти всех начальных условий на многообразии M стремится к стационарным вращениям, соответствующим минимумам полной энергии на M .

40 XI 1978. Н. Г. Апыхтин (Москва) *О движении твердого тела вблизи устойчивых перманентных вращений.*

Обсуждаются вопросы о характере колебаний твердого тела в окрестности устойчивых стационарных движений и оптимальной стабилизации перманентных вращений до асимптотической устойчивости.

1 XII 1978. А. И. Нейштадт (Москва) *Об эволюции вращения твердого тела под действием суммы постоянного и диссипативного возмущающих моментов.*

Рассматривается задача о движении около центра масс несимметричного твердого тела, на которое действуют два малых, возмущающих момента: постоянный (в связанных с телом осях) и диссипативный. С помощью метода усреднения качественно исследована эволюция движения и показано, что для большинства начальных данных окончательный результат эволюции — вращение, близкое к стационарному вращению вокруг оси или наибольшего, или наименьшего из главных центральных моментов инерции.

15 XII 1978. А. А. Сумбатов (Москва) *О линейных интегралах уравнений аналитической механики.*

Дан обзор работ, в которых получены условия существования линейных относительно скоростей первых интегралов для уравнений движения голономных и неголономных систем. Подробнее рассмотрены условия, которые удовлетворяют двум основным требованиям: проверяемости и инвариантности относительно всевозможных точечных преобразований. Проанализированы известные обобщения первых двух основных теорем динамики, приведены примеры.

22 XII 1978. В. Л. Азаров, Г. А. Тавризов (Москва) *К теории резонансных спектров, переходных и установившихся процессов линейных распределенных регулируемых систем.*

Описан метод анализа резонансных спектров установившихся и переходных процессов замкнутых распределенных регулируемых систем, опирающихся на использование априорной информации о разомкнутой системе и цепи обратной связи. Предполагается, что объект регулирования — распределенная система, спектральные точки которой имеют конечную геометрическую кратность, а система регулирования имеет конечное число степеней свободы. При анализе резонансных спектров и установившихся процессов предполагается также, что объект и система регулирования инвариантны относительно временной трансляции. Состав используемой в методе априорной информации — частотные и динамические гривовские матрицы-функции, частотные резонансные спектры и принадлежащие резонансным частотам формы свободных движений распределенного объекта и сосредоточенной системы регулирования, динамическая и частотная характеристизация каналов взаимодействия объекта и системы регулирования.

В рамках описанного метода получены и проанализированы: различные характеристические уравнения для «нового» спектра и каждой из резонансных частот, инвариантных относительно замыкания цепи обратной связи; необратимые во всех спектральных точках характеристические матрицы-функции, анулируемые векторы которых исследованым образом связаны с формами свободных движений замкнутой распределенной системы; представление частотной гривовской матрицы-функции замкнутой распределенной системы через обращение характеристической матрицы-функции и частотную гривовскую матрицу-функцию разомкнутой системы; представление динамической гривовской матрицы-функции замкнутой системы, через решение конечной системы уравнений Вольтерра второго рода и динамическую гривовскую матрицу-функцию разомкнутой системы.

В приведенном примере описанный метод применен к анализу резонансного спектра, и установившихся изгибных колебаний типового управляемого летатель-

ного аппарата, выполненного в классической балочной схеме и обладающего существенной гибкостью корпуса (без учета жидкого заполнения).

5 I 1979. С. В. Медведев, В. Н. Тхай (Москва) *Об устойчивости в одном критическом случае.*

Исследуется устойчивость тривиального решения автономной системы обыкновенных дифференциальных уравнений в критическом случае одного нулевого, $m = p$ чисто мнимых и q корней с отрицательными вещественными частями.

Решение вопроса по членам второго порядка в разложении в ряды правых частей уравнений показывает, что наличие нулевого корня, как правило (за исключением вырожденного случая), приводит к неустойчивости. В случае вырождения ($g=0$) указаны почти необходимые и достаточные условия устойчивости по членам второго порядка. При выполнении необходимых условий устойчивости по формам второго порядка получены достаточные условия асимптотической устойчивости и неустойчивости по членам более высокого порядка.

Как известно, критический случай одного нулевого и q корней с отрицательными вещественными частями исследован А. М. Ляпуновым.

12 I 1979. Л. Г. Хазин, Г. Г. Хазина (Москва) *О возможности резонансной стабилизации системы осцилляторов.*

Рассматривается вопрос об устойчивости положения равновесия $x=0$ системы двух линейных осцилляторов, связанных нелинейной связью

$$\begin{aligned} x_1'' + \omega_1^2 x_1 &= f_1(x_1, x_2) + g_1(x_1, x_1^*, x_2, x_2^*) \\ x_2'' + \omega_2^2 x_2 &= f_2(x_2, x_1) + g_2(x_1, x_1^*, x_2, x_2^*) \end{aligned} \quad (1)$$

$f_i(0) = g_i(0)$ и разложение в ряд Тейлора начинается с квадратичных членов.

Ставится вопрос: может ли положение равновесия системы (1) быть асимптотически устойчивым, если оба осциллятора в отдельности ($g_1 = g_2 = 0$) неустойчивы. Оказывается, такая «стабилизация» возможна в единственном случае — при равенстве частот ($\omega_1 = \omega_2$). Это один из немногих примеров, показывающих, что наличие резонанса может стабилизировать систему: при «включении» резонанса неустойчивость сменяется асимптотической устойчивостью.

Известно, что в системах типа (1) нет алгебраического критерия асимптотической устойчивости. В докладе приведены простейшие необходимые и (отдельно) достаточные условия устойчивости. Разобраны также предельные ситуации: доказана неустойчивость при достаточно малых, а также при достаточно больших резонансных членах.

15 II 1979. О. Н. Богоявленский (Москва) *Методы качественной теории многомерных динамических систем при изучении взрывов звезд.*

Исследуется модель взрыва звезды, предложенная в 50-х годах Л. И. Седовым и группой американских астрофизиков. Первоначально звезда образована массой самогравитирующего газа, находящейся в равновесии. В результате точечного взрыва из центра звезды выходит ударная волна. Движение газа за ударной волной считается автомодельным. Для полного исследования этой модели необходимо описать все автомодельные движения самогравитирующего газа, которые в силу Гюго-нио спиваются через ударную волну с равновесным состоянием.

Система уравнений газовой динамики для автомодельного движения идеального самогравитирующего газа сводится к системе трех обыкновенных дифференциальных уравнений. Для исследования этой системы проведено полное разрешение вырожденных особых точек и пополнение фазового пространства границей на бесконечности. Полноту исследована модель взрыва звезды в наиболее физически важном случае, когда в число определяющих параметров входит константа с размерностью энергии. Показано, что при показателе адиабаты $\gamma > 4/3$ происходит полный разлет всей массы газа, образующей звезду (при всех числах Маха движения ударной волны). При $\gamma < 4/3$ после прохождения ударной волны происходят бесконечные радиальные пульсации газа (с постоянной амплитудой), которые являются асимптотически периодическими во времени $\tau = \ln t$.

23 II 1979. С. М. Белоцерковский (Москва) *Уравнения движения летательных аппаратов с учетом нестационарности обтеканий и некоторые проблемы устойчивости.*

Решение многих современных задач управления, оптимизации, обеспечения устойчивости основывается на детальном анализе динамики полета. В связи с этим строятся новые уточненные уравнения, описывающие пространственное движение летательного аппарата и динамические деформации с учетом нестационарности обтекания. Если местные углы атаки невелики, а деформации малы по сравнению с хордой, то допустима линеаризация уравнений по искомым кинематическим параметрам. Это позволяет получить соотношения, полностью учитывающие нестационарность обтекания аппарата потоком. Они представляют собой систему интегро-дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом.

Анализируются некоторые математические и физические особенности указанных новых уравнений. Устанавливается, что рассматриваемая система является немарковской, так как ее состояние определяется не только мгновенными значениями кинематических параметров, но зависит и от предыстории движения, описываемой интегральными членами уравнений. Хранителем ее является аэродинамический след, идущий по телу и за ним.

Формулируется ряд задач по качественной теории этих уравнений и изучению устойчивости движения летательных аппаратов. Приводится целый ряд примеров, иллюстрирующих эффекты, вызванные учетом нестационарности обтекания, которые раньше не изучались.

2 III 1979. А. И. Докшевич (Донецк) *Об одном классе движений гирроскопа Ковалевской.*

При условиях, что постоянная площадей равна нулю и постоянная интеграла Ковалевской совпадает с постоянной энергии, построено и изучено решение задачи о движении тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки в случае Ковалевской.

Все искомые переменные представлены как явные функции времени. Движение обладает не совсем обычным свойством — оно асимптотически стремится к движению физического маятника.

23 III 1979. В. В. Белецкий (Москва), А. Г. Орлов (Иркутск) *Иерархический подход к задаче оптимизации динамики двуногой ходьбы.*

Сложность возможных технических реализаций шагающих аппаратов, приводящая к описанию таких объектов системой дифференциальных уравнений высокого порядка, заставляет искать эффективные способы исследования оптимальных режимов ходьбы.

Предлагается такое исследование проводить на нескольких уровнях: вначале рассмотреть поведение центра масс аппарата и его суммарный кинетический момент, учитывая остальные элементы косвенно в виде конечных ограничений, а затем, на последующих уровнях, расширять решение, конкретизируя модель.

Такой подход позволяет на верхнем уровне достаточно хорошо учесть главные особенности движения, используя общие теоремы динамики.

Приводятся решения ряда типичных задач оптимизации динамики двуногой ходьбы, позволившие сформулировать ценные для практики рекомендации по выбору оптимальных режимов ходьбы.

30 III 1979. А. П. Иванов (Москва) *Исследование устойчивости постоянных лагранжиевых решений плоской неограниченной задачи трех тел.*

Рассматривается вопрос об устойчивости постоянных лагранжиевых решений плоской неограниченной задачи трех тел. Вопрос об устойчивости решается в нелинейной постановке. В плоскости параметров задачи строятся области формальной устойчивости и устойчивости для большинства начальных условий. Доказывается, что при резонансных значениях параметров имеет место неустойчивость по Ляпунову или (в одном из резонансных случаев) устойчивость в конечном порядке.

6 IV 1979. Л. Г. Хазин (Москва) *Квадратичные функции Ляпунова и инвариантные лучи при исследовании устойчивости в критических случаях.*

1. Утверждение. $x^* = F(x)$, $\dim x = \dim F = n$, $F(0) = 0$. Матрица $dF(0)/dx = \Lambda$ имеет лишь чисто мнимые собственные значения $\text{Re } \lambda = 0$. Собственные значения связаны одним или несколькими резонансными соотношениями четного порядка. Пусть $L_2(x)$ — квадратичная функция Ляпунова такой системы. Тогда $L_2(x)$ — функция Ляпунова системы с «выключенным» резонансами.

Следствие. Возможная резонансная стабилизация при резонансах четного порядка не может быть «уловлена» квадратичными функциями Ляпунова.

2. Пусть задана система

$$R^* = R\Pi(\theta) + O(R^2)$$

$$\theta_\alpha^* = g_\alpha(\theta) + \sum_{k=1}^n g_k^{(\alpha)}(\theta) R^k + \delta_\alpha(R, \theta, \varphi) \quad (1)$$

$$\varphi_v^* = h_v(R, \theta, \varphi), \quad |g_\alpha| < cR^{u+1}$$

Пусть $\theta^* = (\theta_1^*, \dots, \theta_n^*)$ стационар укороченной угловой системы: $g_1(\theta^*) = \dots = g_n(\theta^*) = 0$, и $\Pi(\theta^*) > 0$. Тогда существует решение системы (1) такое, что $R(t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow -\infty$.

Следствие. Если модельная система в том или ином критическом случае имеет растущее решение в виде луча, то полная система неустойчива. Утверждение справедливо и для неоднородных модельных систем. Пример: критический случай трех нулей с жордановой клеткой — неоднородная модельная система: $x_1 = x_2$, $x_2 = x_3$, $x_3 = ax^2$. Луч: $r^* = r^2$, $x_1 = k_1 r^3$, $x_2 = k_2 r^4$, $x_3 = k_3 r^5$.

Вопрос о несущественности старших членов сводится к системе (1) при подходящем введении радиальной и угловых переменных.

13 IV 1979. П. Хагедорн (ФРГ) *Дифференциальная игра двух преследователей и одного убегающего.*

Рассматривается плоская задача «преследование — убегание», в которой более быстрый убегающий E , имеющий постоянную скорость $w > 1$, стремится проскочить между двумя преследователями p_1 и p_2 , имеющими единичную скорость.

Платой игры является расстояние максимального приближения убегающего к одному из преследователей, а управлением — направления скоростей p_1 , p_2 и E .

Часть уравнений движения интегрируется, и решение в замкнутой форме представляется в виде эллиптических функций первого и второго рода. Для различных значений w приводятся диаграммы решений.

20 IV 1979. Н. Г. Бурда́ков, Б. С. Ка́литин (Минск) *Обобщение теорем второго метода Ляпунова для стационарных систем.*

Рассматриваются уравнения

$$x^* = f(x), \quad x \in R^n, \quad f(0) = 0 \quad (1)$$

1. Если для системы (1) существует непрерывно-дифференцируемая функция Ляпунова $V(x)$, $V(0) = 0$, такая, что

- (а) $V(x) \geq 0$, $V'(x) \leq 0$, $\|x\| \leq h$, $h > 0$;
- (б) множество $M_0 = \{x: V(x) = 0, 0 < \|x\| \leq h\}$ не содержит отрицательных полутраекторий;
- (в) множество $M \setminus M_0$, где $M = \{x: V'(x) = 0, 0 < \|x\| \leq h\}$ не содержит целых траекторий, то нулевое решение системы (1) асимптотически устойчиво.

2. Для асимптотической устойчивости в целом нулевого решения системы (1) достаточно существования бесконечно большой непрерывно дифференцируемой функции Ляпунова $V(x)$, $V(0) = 0$, такой, что

- (а) $V(x) \geq 0$, $V'(x) \leq 0$
 - (б) множество $M = \{x: V'(x) = 0, x \neq 0\}$ не содержит целых ограниченных траекторий.
3. Если существует такая функция Ляпунова $V(x) \in C^1$, $V(0) = 0$, что
- (а) $V(x) \geq 0$, $V'(x) \leq 0$, $\|x\| \leq h$;
 - (б) решение $x = 0$ асимптотически устойчиво для начальных условий из множества $M_0 = \{x: V(x) = 0, \|x\| \leq h\}$, то решение $x = 0$ устойчиво по Ляпунову.

27 IV 1979. В. А. Синицын (Москва) *Принцип Гаусса и теоремы энергии при ударе.*

Рассматривается импульсивное движение механических систем с идеальными связями при ударных воздействиях.

При изучении изменения кинетической энергии системы используется принцип Гаусса в форме, предложенной Болотовым Е. А., теоремы Карно, Бер特朗, Кельвина

и Тейлора, известные для систем с катастатическими связями (Л. Парс «Аналитическая динамика», М., «Наука», 1971).

Теорема Кельвина, согласно которой наложенные связи приводят к увеличению энергии потерянных скоростей при заданных приращениях скоростей некоторых перед указанных точек системы, обобщена на случай акатастических связей. К заранее указанным точкам связанный и освобожденной систем прикладываются различные ударные импульсы.

С использованием принципа Гаусса доказано, что при акатастических связях справедливо утверждение теоремы Тейлора: кинетическая энергия потерянных скоростей в условиях теоремы Кельвина больше, чем в условиях теоремы Бертрана.

Рассматриваются системы со связями не сохраняющимися после удара. Предлагается замыкание системы уравнений импульсивного движения при $\dot{\theta} = 0$ после упругого удара. В случае абсолютно упругого удара эти уравнения совпадают с уравнениями, полученными В. И. Киргетовым. Теорема Карно обобщается на системы с акатастическими связями.

4 V 1979. В. Г. Веретенников, В. Н. Серегин (Москва) *К исследованию колебаний квазилинейных систем с почти периодическими коэффициентами*.

Метод Г. В. Каменкова построения стационарных колебаний нелинейных систем с периодическими коэффициентами развивается на случай систем с почти периодическими коэффициентами. Предполагается, что почти периодические коэффициенты представимы обобщенными рядами Фурье с произвольным спектром частот, а линейная часть системы приводима.

Рассмотрен самый общий случай, когда характеристическое уравнение системы имеет m нулевых корней, n пар чисто мнимых и k корней с отрицательными вещественными частями (в работах Г. В. Каменкова для систем с периодическими коэффициентами рассмотрены системы только с чисто мнимыми корнями).

Используя преобразования, аналогичные применяемым в принципе сведенияния теории критических случаев, авторы отделяют с точностью до μ в первой степени критическую систему от некритической и преобразуют критическую систему с той же точностью к системе с постоянными коэффициентами.

Далее дана методика построения почти периодических решений с точностью до μ в первой степени исходной системы уравнений.

Исследована устойчивость найденных стационарных колебаний и определены необходимые и достаточные условия их существования, когда этот вопрос полностью решается членами первого порядка по исходной системе независимо от членов более высокого порядка.

Применение полученных теоретических результатов иллюстрируется примером (движения твердого тела в жидкости).

11 V 1979. В. Б. Колмановский (Москва) *Приближенные методы синтеза оптимального управления движением при случайных возмущениях*.

Излагаются приближенные методы синтеза оптимального управления движением, основанные на наличии в уравнениях движений малых слагаемых. Малые слагаемые в уравнениях движения связаны либо с малостью внешних случайных сил, действующих на систему, либо с малостью нелинейных членов в уравнениях движения, или с малостью погрешностей в управляющем устройстве.

Для рассматриваемых ситуаций развит алгоритм приближенного синтеза, состоящий в разложении в ряд по малому параметру оптимального значения минимизируемого функционала. Предложен метод обоснования оценок погрешности.

В качестве примеров построено приближенно оптимальное управление движением твердого тела с близкими моментами инерции, под действием малых случайных возмущений, с помехой в управляющем устройстве.

Рассмотрен пример приближенного синтеза управления движением твердого тела, совершающим вертикальный спуск в атмосфере Земли, флуктуации которой моделируются случайнм процессом.

18 V 1979. В. И. Волгинский, В. Н. Рубановский (Москва) *О некоторых идеях Вольтерра исследования устойчивости механических систем*.

Рассматриваются обобщения некоторых идей Вольтерра, содержащихся в его мемуаре «К теории изменения широт». В частности рассматриваются теоремы и методы, относящиеся к исследованию устойчивости систем с известными первыми интегралами, к теории параметрической устойчивости и устойчивости при постоянно действующих возмущениях.

25 V 1979. В. Ш. Бурд (Ярославль) *Почти периодические колебания маятника при колеблющейся точке подвеса.*

Рассматривается плоский маятник в среде с затуханием пропорциональным скорости, точка подвеса которого почти периодически колеблется вдоль вертикальной оси. Предполагается, что закон движения точки подвеса задается тригонометрическим многочленом, причем коэффициенты многочлена достаточно малы, а частоты достаточно велики. Изучается случай, когда некоторые из частот связаны соотношениями, близкими к резонансным. Если между частотами нет таких соотношений, то, как известно, вибрации точки подвеса могут привести к устойчивости верхнего состояния равновесия маятника, а нижнее состояние равновесия всегда устойчиво. В исследуемом случае возможны еще две ситуации: оба состояния равновесия неустойчивы, нижнее состояние равновесия неустойчиво, а верхнее — устойчиво. Выясняются условия, при которых от нижнего и верхнего состояний равновесия происходит бифуркация почти периодических колебаний и решается вопрос об устойчивости этих колебаний. Анализ основывается на методе усреднения систем с быстрым и медленным временем и теории нелинейных операторов в полуупорядоченных пространствах.

8 VI 1979. С. Л. Зиглин (Москва) *Ветвление решений, расщепление сепаратрис и несуществование интеграла в динамике твердого тела.*

Установлен геометрический механизм неинтегрируемости задачи о движении несимметричного тяжелого твердого тела около неподвижной точки. Он связан с явлением типа расщепления сепаратрис. Это же явление оказывается ответственным за ветвление решений задачи как функций комплексного времени.

15 VI 1979. А. П. Иванов, А. Г. Сокольский (Москва) *Об устойчивости неавтономной гамильтоновой системы при комбинированном резонансе второго порядка.*

Рассматривается задача об устойчивости положения равновесия неавтономной канонической системы обыкновенных дифференциальных уравнений с 2π -периодическим гамильтонианом. В нелинейной постановке исследован случай равных мультипликаторов линеаризованной системы уравнений, отвечающий в прикладных задачах границам области параметрического резонанса комбинированного типа. Характеристические показатели в этом случае соответствуют резонансу второго порядка. Изучены случаи простых и непростых элементарных делителей характеристической матрицы. В зависимости от коэффициентов тейлоровского разложения гамильтониана доказана устойчивость в конечном порядке, формальная устойчивость или неустойчивость по Ляпунову.

22 VI 1979. С. В. Болотин, В. В. Козлов (Москва) *Асимптотические решения уравнений динамики.*

Рассматривается механическая система с функцией Гамильтона $H(p, q, t)$. Пусть q_0 — положение равновесия: $p(t)=0, q(t)=q_0$. В предположении, что функция Гамильтона строго выпукла по импульсу и почти периодична по времени, доказаны следующие утверждения.

1. Если функция $H(0, q, t) - H(0, q_0, t)$ — неположительна, то положение равновесия q_0 неустойчиво.

Для натуральных механических систем это утверждение совпадает с теоремой Хагедорна.

2. Если функция $H(0, q, t) - H(0, q_0, t)$ отрицательно определена, то для любой точки q_1 и момента времени t_1 существует такое решение уравнений Гамильтона $p(t), q(t)$, что $q(t_1)=q_1$, и $\lim_{t \rightarrow \infty} p(t)=0, \lim_{t \rightarrow \infty} q(t)=q_0$. Это решение называется асимптотическим к положению равновесия q_0 при $t \rightarrow \infty$.

Приведены некоторые обобщения сформулированных утверждений, а также приложения к задаче о движении маятника с колеблющейся точкой подвеса.

29 VI 1979. В. И. Заплатный (Киев) *Условия существования и общий метод построения функции Лагранжа в механике континуумов.*

1. Получены необходимые и достаточные условия существования функции Лагранжа и способ ее построения для системы уравнений с частными производными второго порядка. Эти условия являются обобщением известных условий Гельмгольца существования кинетического потенциала. Рассмотрен пример.

2. Получены необходимые и достаточные условия существования функции Лагранжа и способ ее построения уравнения с частными производными четвертого порядка.

3. Если указанные условия не выполнены, составляются уравнения, эквивалентные заданным, для которых эти условия могут выполняться. Эти уравнения получаются из заданных умножением на множители, способ определения которых указан.

4. Построены функции Лагранжа, уравнений эластодинамики для теорий, описывающих поперечные колебания стержней и пластин и для некоторых задач термоупругости.

29 VI 1979. В. Г. Клименко (Киев) *Сходимость минимаксных алгоритмов идентификации в системах с неполной информацией.*

Рассматривается динамическая система вида $\dot{x} = F(t, x(t))\alpha + f(t)$ с неизвестным вектором параметров α и вектором входных возмущений $f(t)$. Исследуются рекуррентные методы оценивания параметров α . Приводятся условия идентификации систем рассматриваемого класса.

Л. М. Мархашов

Семинар по механике деформируемого твердого тела под руководством Ю. Н. Работникова, Л. А. Галина, Г. С. Шапиро, В. Д. Клюшникова

15 I 1979. Ю. В. Соколкин (Пермь) *Стochasticкие задачи механики композитов.*

Исследованы три типа случайных полей: вырожденные, локально-эргоидические и квазилокально-эргоидические. На основе этих полей построены стохастические модели композитов, позволяющие совместно учесть как случайность свойств компонентов, так и случайность расположения их в матрице. Для квазилокально-эргоидической модели микронеоднородной среды разработан метод расчета структурных деформаций и напряжений в пространственных телах сложной формы. Метод иллюстрируется числовыми примерами расчета структурных деформаций и напряжений в системе «ортотропная оболочка-наполнитель с плоскими торцами» и в коротком прямом цилиндре с продольным каналом звездообразной конфигурации от действия давления.

22 I 1979. Л. А. Сараев (Куйбышев) *Пластическое деформирование одноправленных и хаотически армированных сред.*

Рассматривается механическое поведение упругопластических композиционных сред с одноправленным и хаотическим армированием, включения которых представляют собой одинаковые по форме эллипсоиды. Показано, что вариационные принципы механики сплошных сред и аппарат теории случайных полей позволяют определить эффективные упругие свойства композиций и найти их макроскопические поверхности нагружения при заданных остаточных деформациях. Полученные диаграммы чистого растяжения показали хорошее совпадение с экспериментальными данными.

12 II 1979. В. И. Кондауров (Москва) *Об одном варианте построения теории упрочняющихся упругопластических сред.*

Развивается подход к построению уравнений упрочняющихся сред, основанный на принципе максимума скорости диссоциации в действительных процессах. Новизна подхода состоит в том, что принцип максимума формулируется в пространстве, которое включает в себя как скорости пластических деформаций, так и скорости параметров упрочнения. Традиционная формулировка принципа максимума в пространстве только скоростей пластических деформаций соответствует условному максимуму диссипации на гиперповерхности, вид которой постулировался заранее законом упрочнения. В рассматриваемом подходе нет необходимости постулировать вид закона упрочнения, форма этого закона является следствием исходных достаточно общих предположений. Исследуются ограничения, налагаемые на функцию свободной энергии условием пластичности. Условие пластичности рассматривается как нелинейное дифференциальное уравнение относительно частных производных свободной энергии по упругим и пластическим деформациям и по параметру упрочнения. Найден полный интеграл этого уравнения для некоторых конкретных случаев, исследован вопрос о допустимости представления свободной энергии F в виде $F =$

$=F_1(e_{ij}^e) + F_2(e_{ij}^p) + F_3(\chi)$, где e_{ij}^e , e_{ij}^p – упругие и пластические деформации, χ – параметр упрочнения. Анализируется корректность некоторых используемых в настоящее время моделей упругопластических сред.

19 II 1979. В. Н. Николаевский (Москва) *Предельная скорость фронта разрушения и динамические перегрузки хрупких материалов.*

Условия на фронте разрушения при быстропротекающих процессах предлагаются замыкать равенством скорости фронта значению предельной скорости роста трещин при реализуемом механизме разрушения. Между фронтом разрушения и движущейся перед ним границей достижения статической прочности материал может претерпевать динамическую перегрузку, которая традиционно интерпретируется как «динамическая прочность» материала. Если динамическая прочность есть константа или функция скорости нагружения, то можно применять обычную теорию хрупкого разрушения, использующую понятие о предельной поверхности разрушения (динамический паспорт прочности) материала. Однако решение плоской задачи о двухфронтальной структуре волны разрушения и ее сопоставление с экспериментальными данными об амплитуде упругого предвестника (о гигониевском пределе упругости) показывает, что динамическая прочность при ударном сжатии зависит от амплитуды удара. Динамическая прочность при растяжении (при отколе) зависит от длительности импульса. Делается вывод, что динамика разрушения хрупких материалов определяется их статической прочностью и характерными скоростями фронта трещин.

26 II 1979. Б. Д. Косов (Киев) *Изучение долговечности материала в экстремальных условиях.*

Изучена зависимость долговечности материала от напряжения с учетом воздействия различных внешних факторов (высокие температуры, сложное напряженное состояние, нестационарные режимы нагружения, радиационное облучение). Рассмотрены два подхода к введению новых параметров в уравнение долговечности и показана возможность моделирования их влияния на долговечность соответствующим изменением напряжения. В связи с этим введено понятие «приведенного напряжения». Обсуждены границы применимости такого метода, который дает основу для удобных феноменологических представлений при изучении различных процессов. В ряде случаев построены предельные поверхности длительного разрушения и изучены их свойства.

5 III 1979. У. К. Нигул (Таллин) *Асимптотическое описание эволюции формы импульса при его распространении в нелинейных наследственно-упругих средах и возможные приложения в акустодиагностике.*

Рассматривается распространение одномерной продольной волны импульса в нелинейных наследственно-упругих средах на базе упрощений теории Ю. Н. Работникова. Математической моделью среды служит квазилинейное интегро-дифференциальное уравнение, содержащее одну функцию ядра $R(t) = \varepsilon_0 K(t)$. При этом $0 < \varepsilon_0 < 1$ и функция $K(t)$ либо конечная всюду при $t \geq 0$, либо конечная при $t > 0$ и имеющая интегрируемую особенность в окрестности точки $t=0$. Краевое воздействие задается в форме $\varepsilon H(t) \Psi(t)$, где $0 < \varepsilon < 1$, $H(t)$ – функция Хевисайда и $\Psi(t)$ – непрерывная при $t > 0$ функция, которая равна нулю при $t=0$ и имеет при $t \geq 0$ непрерывные производные любого порядка.

При помощи метода, предложенного ранее¹ для асимптотического интегрирования квазилинейных дифференциальных уравнений, построены первое и второе асимптотическое приближение решения рассматриваемого квазилинейного интегро-дифференциального уравнения. Эти асимптотические приближения имеют характер разложения по целым степеням малых параметров ε и ε_0 . В предельном случае $\varepsilon_0=0$ они совпадают с асимптотическими представлениями решений для нелинейной упругой среды, которые были построены автором в упомянутой выше работе, а в случае сохранения лишь членов, зависящих от ε линейно, они дают асимптотические решения для предельного случая линейных наследственно-упругих сред.

Обсуждаются вопросы применения полученных асимптотических представлений при решении прямых задач, при которых $\Psi(t)$ и $K(t)$ – заданные функции, равно

¹ См. Нигул У. К. Отклонение решения квазилинейного волнового уравнения от решения линейного уравнения в области непрерывных первых производных, ПММ, 1973, т. 37, вып. 3.

как и при решении обратных задач акустодиагностики, при которых функция $K(t)$ и физические постоянные среды являются искомыми.

19 III 1979. Р. М. Мансуров (Москва) *Тензорно-линейные соотношения физически нелинейных анизотропных сред.*

Рассмотрены конечные определяющие соотношения для анизотропных линейно-упругих, нелинейно-упругих и упруго-пластических тел. Работа линейно-упругих деформаций представлена в виде суммы трех слагаемых, каждая из которых не зависит от пути деформаций. Эти три величины называются энергетическими инвариантами. Упругий потенциал для нелинейно-упругих тел предполагается функцией этих трех инвариантов. Поэтому определяющие соотношения явно зависят от тензора упругих констант. Предлагается применить эти же соотношения и в случае, когда тело не имеет линейно-упругую область. Из этих соотношений в случае изотропных тел следуют известные соотношения нелинейно-упругих тел и соотношения малых упруго-пластических деформаций.

Для случая упруго-пластических анизотропных тел обычная независимая формулировка соотношений для изменения объема и формы изменений приводит к отсутствию потенциала напряжений (деформаций). Предполагается, что деформационная анизотропия отсутствует. Областью применимости конечных соотношений по аналогии со случаем изотропных тел считается класс путей нагружения, при которых направляющий тензор пластических деформаций постоянный. Показано, что последние два условия приводят к определяющим соотношениям, ранее предложенным автором¹ и содержащим, кроме тензора упругих постоянных, две независимые экспериментальные функции. Эти функции можно считать зависимыми от трех энергетических инвариантов. Для этих соотношений удается полностью повторить теорему о простом нагружении А. А. Ильюшина.

26 III 1979. А. М. Проценко (Москва) *Асимптотика распространения нормальных волн в тонкой цилиндрической оболочке.*

Рассмотрены задачи распространения волн вдоль образующей для цилиндра, цилиндрической полости и цилиндрической оболочки. В осесимметричной задаче решения для цилиндра и полости получены в замкнутом виде и показано, что фазовые скорости в длинноволновом диапазоне имеют асимптотику в виде скорости волн в стержнях (цилиндр) и скорость объемной, волны (полость). В коротковолновом диапазоне асимптотикой является скорость волн Релея.

Для цилиндрической оболочки построено решение с погрешностью порядка $X^2 + \omega^4 X^4$, где $X = h/D$ (D — диаметр, h — толщина оболочки). Дисперсионное уравнение получено в виде спектральной задачи для эрмитового квадратичного пучка матриц. Построено семейство фазовых скоростей для различного числа волн, образующихся в окружном направлении.

2 IV 1979. С. С. Волков (Свердловск) *Исследование статистических краевых задач механики микронеоднородных сред и их приложение к расчету стохастически неоднородных материалов.*

Разработан унифицированный способ постановки статистических краевых задач теории упругости и пластического течения многокомпонентных композитных сред, позволяющий использовать при решении задач математически эквивалентные методы. Получены удобные для применения достаточные условия существования и единственности решения статистических краевых задач механики микронеоднородных сред. На основе уточненного решения статистической краевой задачи теории упругости при некоторых общих ограничениях получены расчетные формулы, позволяющие вычислять составляющие тензоров макроскопических модулей упругости направленно-армированных композитов. Показано, что расчет макромодулей упругости направленно-армированных композитов по упомянутым формулам дает более точные результаты, чем ранее известные методы. На числовых примерах проведено сравнение результатов вычислений с данными эксперимента.

Разработана схема вычисления законов распределения составляющих тензоров случайных деформаций и напряжений в компонентах направленно-армированных композитов. Ограничения, применяемые при вычислении, являются значительно более общими по сравнению с применявшимися ранее. На числовом примере показано, что законы распределения случайных деформаций близки к нормальному.

Поставлена и решена статическая краевая задача теории пластического течения

¹ См. Мансуров Р. М. Об упруго-пластическом поведении анизотропных сред. Сб. каф. теории упругости МГУ «Упругость и неупругость», 1971, № 1.

для нелинейно-вязкой среды с мелкими случайными полостями. Вычислены законы распределения случайных напряжений и скоростей деформаций во внутренних точках основного материала. Показано, что при некоторых общих ограничениях эти законы могут быть аппроксимированы нормальными законами распределения. На основе синтеза статических краевых задач теории упругости и теории пластического течения разработан метод вычисления законов распределения случайных напряжений в компонентах однонаправленно-армированного композита с вязкой матрицей. Полученные результаты проиллюстрированы на числовом примере.

9 IV 1979. И. А. Бережной, Д. Д. Ивлев (Куйбышев, Москва) *Об интегральных неравенствах теории упругопластического тела¹*.

Устанавливаются тождественные соотношения

$$\oint_{\sigma} (\sigma - \sigma_B) de + \oint_e e d\sigma = 0$$

$$\oint_e \sigma de + \oint_{e^*} (e - e_B^*) d\sigma = 0$$

где σ – напряжение, e – полная деформация, σ_B – любое напряженное состояние внутри поверхности нагружения, e_B^* – упругая деформация, соответствующая напряжению σ_B ; \oint_{σ}, \oint_e – замкнутые циклы по напряжениям и деформациям.

Из первого выражения следует тождественность постулатов Д. Друккера и Р. Хилла, а из второго – тождественность постулатов А. А. Ильюшина и предложенного в работе авторов². Таким образом, в качестве независимых можно принять постулаты Д. Друккера и А. А. Ильюшина.

Установлены два независимых интегральных неравенства, приводящих к принципу максимума диссипации Онзагера $(\varepsilon^p - \varepsilon^{*p})\sigma \geq 0$, где ε^p – действительная скорость пластической деформации, ε^{*p} – возможная скорость пластической деформации, связанные соотношением $D(\varepsilon^p, e) \geq D(\varepsilon^{*p}, e)$, где D – диссипативная функция.

Эти неравенства имеют вид

$$\oint_{\sigma} \sigma (de - de^*) \geq 0, \quad de^* = de^e + de^{*p}$$

$$\oint_e e d\sigma - \oint_{e^*} e^* d\sigma \leq 0, \quad e^* = e^e + e^{*p}$$

Предложено обобщенное неравенство

$$(1-a) \oint_{\sigma} (\sigma - \sigma_B) de + a \oint_e \sigma de \geq 0, \quad a = \text{const}$$

приводящее в первом приближении к принципу Мизеса $(\sigma - \sigma^*)\varepsilon^p \geq 0$.

Известно, что из постулата Д. Друккера для приращений следует неравенство $\delta de^p \geq 0$, а из постулата А. А. Ильюшина – неравенство $\delta de^p + \Delta \sigma \Delta e^e \geq 0$, $\delta e^p + \Delta e^e = 0$, $\delta \sigma$ и $\Delta \sigma$ – приращения напряжений, соответствующие приращениям деформаций δe^p и Δe^e .

Из обобщенного неравенства следует, что во втором приближении имеет место условие $\delta de^p + a \Delta \sigma \Delta e^e \geq 0$, налагающее ограничение на механическое поведение материалов.

16 IV 1979. В. Д. Клюшинков (Москва) *Об одном способе оценки устойчивости упругих пластин*.

Введенiem функции напряжения для усилий в докритическом состоянии уравнение устойчивости пластин преобразуется к форме, содержащей только четвертые производные от прогибов. Соответствующая вариационная задача при этом оказывается такой, что допускает как кинематическую, так и статическую (по статически допустимому полю моментов) трактовку. Приводятся выражения для соответствующих функционалов.

¹ См. также аннот. докл. (Изв. АН СССР. МТТ, 1976, № 2, стр. 197; 1976, № 4, стр. 198).

² Докл. АН СССР, 1976, т. 227, № 4, стр. 824.

23 IV 1979. Ю. А. Богдан (Новосибирск) *Плоская задача теории упругости для сильноанизотропных материалов.*

Показано, что наличие сильной анизотропии у композиционного материала приводит к вырождению эллиптической системы уравнений плоской анизотропной задачи теории упругости к системе уравнений составного типа в случае одного семейства нерастяжимых волокон и к системе гиперболического типа в случае двух семейств нерастяжимых волокон. Вырождение типа системы уравнений приводит к тому, что вдоль характеристической части границы возникает явление пограничного слоя, описываемого системой уравнений составного типа, и потеря части граничных условий в укороченной задаче. Изучено влияние сильной анизотропии на пограничный слой, возникающий вследствие малости одного из размеров области. Сформулирован ограниченный принцип Сен-Венана для сред с нерастяжимой арматурой, изучено влияние сильной анизотропии на распределение напряжений около отверстия. Показано, что в укороченной задаче одно из напряжений имеет корневую особенность, специфичную для теории трещин. Изучен ряд краевых задач для сред с равнонапряженной арматурой. Рассмотрен вопрос о концентрации напряжений около кругового отверстия в плоскости с круговым отверстием, армированной двумя семействами равнонапряженных волокон арматуры.

7 V 1979. Л. А. Кипnis (Москва) *Однородные задачи теории упругости класса N для клиновидной области с трещиной.*

Рассматриваются некоторые плоские статические однородные задачи теории упругости для клиновидных областей с прямоугольной трещиной, для которых принцип Сен-Венана не имеет места.

Каждая из задач при помощи интегрального преобразования Меллина сведена к однородному скалярному или двумерному векторному функциональному уравнению Винера — Хопфа, для которого построено точное решение. Получены формулы для коэффициентов интенсивности напряжений у края трещины и асимптотики для напряжений вблизи ребра клина.

14 V 1979. А. А. Борзых (Москва) *К теории разрушения твердых тел под воздействием мощных импульсных электронных пучков.*

При импульсном облучении твердых тел мощными пучками электронов большой энергии был открыт новый тип разрушения, совершенно отличный (хрупкое разрушение любых материалов, сверхзвуковой рост трещин, отсутствие влияния на разрушение макродефектов и трещин, температуры и чистоты материалов) от традиционных вязкого или хрупкого типов разрушения под действием механических нагрузок. Для объяснения этого явления предлагаются следующие теоретические представления: в твердом теле образуются электронные струсти макроскопических размеров, которые играют роль «клиньев», разрезающих тело с большими скоростями. Даётся постановка основных модельных задач, рассматривается механизм уплотнения электронных пучков в среде коллективными взаимодействиями сверхзвуковых электронов, строится точное решение динамической задачи теории упругости о сверхзвуковом движении тонкого бесконечного клина. Построенное решение привлекается для расчета нестационарного движения клина конечной длины в твердом теле, получена простая оценка размеров разрушения при большой начальной скорости клина.

21 V 1979. Ш. А. Мухамедов, Л. В. Никитин (Москва) *Влияние сжимаемости на поведение идеального упругопластического материала при плоской деформации.*

Показано, что при учете упругой сжимаемости идеального упругопластического материала в условиях плоской деформации в состоянии пластиности компоненты деформации однозначно определяются через напряжения. В рамках деформационной теории пластиности выражения деформации через напряжения получены для условий пластиности Мизеса, Треска и максимального приведенного напряжения, в рамках теории течения Прандтля — Рейса — для условий пластиности Мизеса. В отличие от несжимаемого материала кривые текучести в двумерном пространстве главных напряжений изменяются с ростом пластических деформаций, а определяющая система уравнений является эллиптической, как в случае упрочняющегося материала.

Влияние упругой сжимаемости проиллюстрировано на задачах об однородном напряженном состоянии, изгибе балки и цилиндрической трубе под внутренним и внешним давлением. Конструкции из рассматриваемого материала оказываются менее жесткими, чем из несжимаемого материала, пластические зоны в них более развиты и

появляются при меньших нагрузках. Однако на несущую способность сжимаемость влияния не оказывает.

Развит эффективный метод малого параметра для учета сжимаемости в упругопластических задачах, решение которых для несжимаемого материала известно.

Полученные в работе результаты позволяют ставить и решать упругопластические задачи в напряжениях, что дает возможность при численном решении получать хорошую точность в окрестностях особых точек без использования априорных предположений о характере сингулярности деформаций в этих окрестностях. В качестве примера численно решена задача о маломасштабном пластическом течении у вершины трещины отрыва.

28 V 1979. В. В. Фрыдрихович (Варшава, ПНР) *О действии на термоупругое полупространство штампа, движущегося с постоянной скоростью.*

Рассматривается движение жесткого штампа по поверхности термоупругого полупространства. Движение происходит в поперечном направлении со скоростью, меньшей скорости распространения поперечных волн. Рассматриваемая плоская задача термоупругости решается в квазистатической постановке. В безразмерной подвижной системе координат после применения двойного экспоненциального преобразования Фурье задача сводится к решению системы парных интегральных уравнений. Показано, что при отсутствии температурного поля решение сводится к известным в литературе результатам.

R. И. Мазинг

УДК 531/534:061.6

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Семинары

Семинар по численным методам в механике сплошной среды
под руководством Н. Ф. Морозова, П. Е. Товстике, К. Ф. Черных

1 II 1979. О. Б. Агаларян (Ленинград) *Методы решения задач об осесимметричном кручении упругопластических тел.*

Дан общий метод построения решений для объединения и пересечения упругих областей, если известны решения для каждой из них в отдельности. В частности, для задачи об осесимметричном кручении из решения для конуса получается система для выпуклых фигур, образованных пересечением конусов. В предельном случае, когда число конусов неограниченно возрастает, а их совокупность приближается к заданной выпуклой фигуре, получаются уравнения для кручения этой фигуры. Такой «метод конусов» является аналогом метода полуплоскостей в плоской задаче. Пересечение отдельных пространств с разрезами вдоль радиусов дает уравнения для пространства с совокупностью разрезов. Во многих случаях система сводится к уравнениям Фредгольма. В общем случае граничные интегральные уравнения получаются при помощи третьего тождества Грина.

Задачу об осесимметричном кручении упругопластических тел с трещинами предлагается решать, окружая пластическую зону произвольным контуром. Решение для внешности этого контура выполняется указанным способом. Внутри контура решение осуществляется для двумерной области численно и проводитсястыковка на границе контура. В качестве одного из методов численного решения рекомендуется использовать формы вариационных принципов, предлагавшиеся ранее для бесконечных областей. В случае маломасштабного течения решения задачи теории упругости используются непосредственно для определения коэффициентов интенсивности.

8 II 1979. А. Н. Златин (Ленинград) *Применение однородных решений в смешанных осесимметричных задачах теории упругости.*

Показано, что использование аппарата однородных решений позволяет распространить идеи метода парных уравнений на такие задачи для упругих цилиндров, когда смешанные условия задаются на торцах (щели, штампы), а боковая поверхность свободна от напряжений. Получены новые разрывные ряды по однородным решениям, при помощи которых эти задачи приводятся к системам интегральных уравнений Фредгольма второго ряда.