

## КОЛЕБАНИЯ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ДЕФОРМИРУЕМОГО ДИСКА

М. Ю. ОЧАН

(Москва)

В настоящее время получают распространение роторы, изготовленные намоткой из ленты проволоки или органической нити [1]. Такое изготовление ротора обеспечивает большую прочность и безопасность в случае разрыва ротора в аварийных ситуациях.

При исследовании ротора можно считать, что он навит из тонкой ленты, и витки ленты представляют собой замкнутые, концентрические кольца, последовательно насаженные с кольцевым зазором, заполненным связующим. При наличии неуравновешенности витки могут сместиться в одном из радиальных направлений, т. е. лечь эксцентрично относительно вала. Если это перемещение велико, то ротор может быть разрушен не только от больших нагрузок на вал, но также от разрыва связующего между витками.

Здесь так же, как и в роторах с гибким валом, может иметь место резонанс, т. е. режим, когда деформации и перемещения витков обращаются в бесконечность при сколь угодно малом дисбалансе. В отличие от случая гибкого вала или вала на упругоподатливых опорах, упругое звено в рассматриваемом случае — это само тело ротора.

1. Будем, как и в [2], считать ротор сплошным однородным телом, обладающим цилиндрической анизотропией, модуль упругости которого в радиальном направлении отличен от такового в окружном направлении.

Считаем, что ротор имеет толщину  $y(\rho)$ , переменную в зависимости от радиуса витка  $\rho$  (фигура а). Кроме того, считаем, что вал, на который насажен ротор, недеформируем, и первый виток радиуса  $r$ , примыкающий к валу, также не имеет перемещений, т. е. при вращении не образуется зазора между телом намотки и валом.

Пусть ротор имеет дисбаланс, причем неуравновешенная масса не сосредоточена в одной точке, а распределена каким-то образом по всему его телу, т. е. центробежная сила  $P$  от неуравновешенной массы является функцией двух переменных  $\rho$  и  $\theta$  (фигура б). Найдем, каковы перемещения и деформации витков в направлении прямой  $\theta=0$  под действием силы  $P(\rho, \theta)$ , причем безразлично, совпадает ли главный вектор этих сил с осью  $\theta=0$  или имеет другое направление.

Пусть  $\sigma_r$  и  $\sigma_\theta$  — растягивающие напряжения в окружном и радиальном направлениях,  $\tau$  — касательное напряжение (фигура в),  $\varepsilon_\theta$  — относительная деформация растяжения в окружном направлении,  $\varepsilon_r$  — то же в радиальном направлении,  $\gamma$  — деформации сдвига,  $u$  — перемещение элемента в радиальном направлении,  $v$  — перемещение его в окружном направлении,  $y=y(\rho)$  — толщина ротора,  $m$  — удельная масса ротора,  $\omega$  — угловая скорость.

Считая  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$ ,  $\tau$  функциями двух переменных  $\rho$  и  $\theta$  и рассматривая равновесие элемента ротора (как это обычно делается в теории упругости [3] при исследовании плоской задачи в полярных координатах), имеем

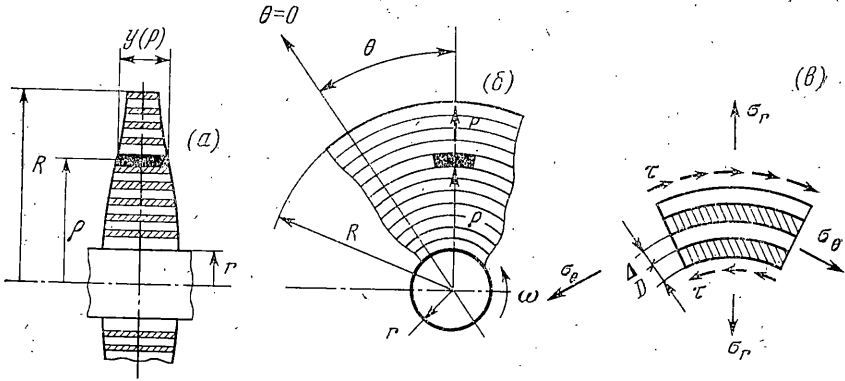
$$\rho(y\sigma_r)_{,\rho} + y\tau_{,\theta} + y(\sigma_r - \sigma_\theta) = -F\rho \quad (1.1)$$

$$\rho(y\tau)_{,\rho} + y(\sigma_\theta)_{,\theta} + 2y\tau = 0$$

где  $F$  — массовая радиальная сила, равная

$$F = \gamma m \omega^2 \rho + P(\rho, \theta) + \gamma m \omega^2 u(\rho, \theta)$$

Здесь первый член — центробежная сила, вызванная вращением ротора; второй член  $P$  — случайный дисбаланс; третий член — центробежная сила в результате радиального перемещения на величину  $u$  элемента витка радиуса  $\rho$  под действием дисбаланса  $P$ , т. е. перехода этого элемента с радиуса  $\rho$  на радиус  $(\rho + u)$ .



Перемещения, деформации и напряжения подчинены следующим зависимостям [3-4]:

$$u_\rho' = \varepsilon_r, \quad v_\theta' = \rho \varepsilon_\theta - u, \quad \gamma = \frac{1}{\rho} u_\theta' + v_\rho' - \frac{v}{\rho} \quad (1.2)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E_\theta} (\sigma_\theta - \nu_\theta \sigma_r), \quad \varepsilon_r = \frac{1}{E_r} (\sigma_r - \nu_r \sigma_\theta), \quad \gamma = \frac{1}{G} \tau, \quad \frac{\nu_\theta}{E_\theta} = \frac{\nu_r}{E_r}$$

где  $E_\theta$ ,  $E_r$  — модули упругости в окружном и радиальном направлениях,  $\nu_\theta$ ,  $\nu_r$  — коэффициенты Пуассона,  $G$  — модуль сдвига.

Если виток состоит только из двух изотропных материалов с разными модулями упругости (т. е. один материал — собственно лента, другой — слой связующего), то величины  $E_\theta$ ,  $E_r$ ,  $\nu_\theta$ ,  $\nu_r$ ,  $G$ ,  $m$  могут быть выражены через модули упругости исходных материалов (см. [2]):

$$E_\theta = E_\Delta \Delta + E_D D, \quad \frac{1}{E_r} = \frac{\Delta}{E_\Delta} + \frac{D}{E_D} - \frac{D\Delta}{E_\Delta E_D E_\theta} (\nu_\Delta E_D - \nu_D E_\Delta)^2 \quad (1.3)$$

$$\frac{\nu_\theta}{E_\theta} = \frac{\nu_r}{E_r} = \frac{1}{E_\theta} (\nu_\Delta \Delta + \nu_D D), \quad \frac{1}{G} = \frac{\Delta}{G_\Delta} + \frac{D}{G_D}$$

$$m = m_\Delta \Delta + \gamma^D D$$

Здесь  $\Delta$  — толщина одного из материалов, составляющих виток, отнесенная к толщине всего витка (фиг. 1, в);  $D$  — то же самое для другого материала; таким образом,  $\Delta + D = 1$  (если ротор намотан не из ленты, а из нити или проволоки, то  $\Delta$  и  $D$  можно трактовать как относительное объемное содержание каждого из материалов);  $E_\Delta$ ,  $G_\Delta$ ,  $\nu_\Delta$ ,  $m_\Delta$  — модули упругости растяжения, сдвига, коэффициент Пуассона и удельная масса первого материала;  $E_D$ ,  $G_D$ ,  $\nu_D$ ,  $m_D$  — то же для второго материала.

Уравнений (1.1), (1.2) достаточно для определения плоского напряженного состояния ротора переменного сечения в общем виде. Краевые

условия таковы:

$$\sigma_r=0 \text{ при } \rho=R, \tau=0 \text{ при } \rho=R, u=0 \text{ при } \rho=r, v=0 \text{ при } \rho=r \quad (1.4)$$

Кроме того, должно быть выполнено условие периодичности по  $\theta$  с периодом  $2\pi$  всех деформаций и перемещений. Это дополнительное требование вызвано многосвязностью тела ротора.

Разложим  $P(\rho, \theta)$  и  $\sigma_r(\rho, \theta)$  в ряды Фурье

$$P(\rho, \theta) = P_0(\rho) + \sum_{n=1}^{\infty} [P_n(\rho) \cos n\theta + P_n^\circ(\rho) \sin n\theta] \quad (1.5)$$

$$\sigma_r(\rho, \theta) = \sigma_{r0}(\rho) + \sum_{n=1}^{\infty} [\sigma_{rn}(\rho) \cos n\theta + \sigma_{rn}^\circ(\rho) \sin n\theta]$$

В такой же ряд, но с несколько измененными обозначениями разложим  $\tau$ :

$$\tau(\rho, \theta) = \tau_0(\rho) + \sum_{n=1}^{\infty} [\tau_n(\rho) \sin n\theta + \tau_n^\circ(\rho) \cos n\theta] \quad (1.6)$$

Функции  $\sigma_\theta$  и  $u$  раскладываем в ряды, аналогичные ряду для  $\sigma_r$ , а функцию  $v$  в ряд, аналогичный ряду (1.6). В силу линейности системы (1.1), (1.2) она справедлива для каждого члена разложения в отдельности. Также справедливы для каждого члена разложения в отдельности краевые условия (1.4) в силу того, что они нулевые.

Подставляя  $n$ -ые члены разложения в (1.2), (1.2) и в (1.4), замечаем, что во всех равенствах сокращаются множители  $\sin n\theta$  и  $\cos n\theta$ . В результате этого система (1.1), (1.2) становится не зависящей от переменного  $\theta$  и превращается в систему обыкновенных дифференциальных уравнений относительно функций  $\sigma_{rn}(\rho), \dots, \sigma_{rn}^\circ(\rho), \dots$

Однако не будем выписывать уравнения для нахождения  $n$ -ых членов, так как они не создают неуравновешенности. Действительно, проекция  $dA$  на ось  $\theta=0$  сил, действующих на элемент витка длиной  $dl$  со стороны соседнего витка, равна  $dA = (\sigma_r \cos \theta - \tau \sin \theta) dl$ .

Проекция  $A$  суммарной силы, действующей на виток со стороны соседнего витка, равна

$$A = \rho \int_0^{2\pi} \sigma_r(\rho, \theta) \cos \theta \, d\theta - \rho \int_0^{2\pi} \tau(\rho, \theta) \sin \theta \, d\theta$$

Подставляя сюда вместо  $\sigma_r$  и  $\tau$  их разложения в ряды Фурье, получаем

$$A = \int_0^{2\pi} \sigma_{r1}(\rho) \cos^2 \theta \, d\theta - \int_0^{2\pi} \tau_1(\rho) \sin^2 \theta \, d\theta$$

Таким образом неуравновешенность создают только первые гармоники. Остальные члены, как не влияющие на уравновешенность, исключаем из рассмотрения, а именно считаем, что случайный дисбаланс  $P(\rho, \theta)$  представлен только первым членом разложения, т. е.  $P = P_1(\rho) \cos \theta$ . Вызванные этим дисбалансом перемещения представляются в виде

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sigma_{r1}(\rho) \cos \theta, & \sigma_\theta &= \sigma_{\theta1}(\rho) \cos \theta \\ \tau &= \tau_1(\rho) \sin \theta, & u &= u_1(\rho) \cos \theta, & v &= v_1(\rho) \sin \theta \end{aligned} \quad (1.7)$$

Заметим, что необходимое для многосвязного тела требование периодичности по  $\theta$  с периодом  $2\pi$  здесь выполнено. После подстановки этих функций в (1.1) получим

$$\begin{aligned} \rho(y\sigma_{r1})'_\rho + y\tau_1 + y(\sigma_{r1} - \sigma_{\theta 1}) &= -m\omega^2 \rho y u_1 - P_1 \rho \\ \rho(y\tau_1)'_\rho - y\sigma_{\theta 1} + 2y\tau_1 &= 0 \end{aligned} \quad (1.8)$$

где  $P_1$  и  $y$  — заданные функции от  $\rho$ . Из первых соотношений в (1.2) найдем уравнения для перемещений  $u_1(\rho)$  и  $v_1(\rho)$ :

$$\begin{aligned} u_1' &= \varepsilon_{r1}, \quad v_1 = \rho \varepsilon_{\theta 1} - u_1, \quad \gamma_1 = -\frac{u_1}{\rho} + v_1' - \frac{v_1}{\rho} \\ \varepsilon_{\theta 1} &= \frac{1}{E_\theta} (\sigma_{\theta 1} - \nu_\theta \sigma_{r1}), \quad \varepsilon_{r1} = \frac{1}{E_r} (\sigma_{r1} - \nu_r \sigma_{\theta 1}), \quad \frac{\nu_r}{E_r} = \frac{\nu_\theta}{E_\theta}, \quad \gamma_1 = \frac{\tau_1}{G} \end{aligned} \quad (1.9)$$

Условия (1.4) преобразуются к виду

$$\sigma_{r1}(R) = \tau_1(R) = u_1(r) = v_1(r) = 0 \quad (1.10)$$

В результате решения задачи (1.9), (1.10) можно найти напряжения и перемещения, вызывающие неуровновешенность, при любом произвольном случайном дисбалансе  $P_1(\rho)$ . Из этих же уравнений можно найти перемещения не только в роторе, изготовленном намоткой, но и в монолитном (а следовательно изотропном) роторе, для чего в (1.9) необходимо подставить  $E_\theta = E_r = E$ ,  $\nu_\theta = \nu_r = \nu$ .

2. Рассмотрим наиболее важный случай  $E_\theta = \infty$  (ротор нерастяжим в тангенциальном направлении). Этому соответствует следующая модель ротора. Витки представляют собой нерастяжимую нить или ленту, имеющую форму окружности, причем между витками имеется прослойка связующего, которая может иметь деформации сдвига и растяжения. Таким образом, витки нити могут смещаться один относительно другого, искривляться, но они не могут сжиматься и растягиваться. Это означает, что в формулах (1.3) модуль упругости на растяжение одного из материалов нужно положить равным бесконечности (например положить  $E_D = \infty$ ). Тогда  $E_\theta = \infty$ , как это видно из первой формулы (1.3). Причем в этом случае  $\nu_\theta = \nu_r = 0$ , а

$$1/E_r = \Delta(1 - \nu_\Delta^2)/E_\Delta \quad (2.1)$$

Заметим, что предположение о нерастяжимости одного из материалов витка не исключает возможности искривления витка и появления его изгибных деформаций ввиду того, что виток бесконечно тонкий.

Итак, положив в (1.9)  $\varepsilon_{\theta 1} = 0$ , получаем  $v_1 = -u_1$ ,  $\varepsilon_{r1} = \gamma_1$ , и после подстановки в  $\varepsilon_{r1}$  коэффициента  $\nu_r = 0$  получаем вместо (1.9) следующие зависимости:

$$v_1 = -u_1, \quad \frac{1}{G} \tau_1 = \frac{1}{E_r} \sigma_{r1}, \quad u_1' = \frac{1}{E_r} \sigma_{r1} \quad (2.2)$$

Витки в рассматриваемом случае не изменяют своей формы, оставаясь окружностями, а лишь смещаются вдоль оси  $\theta = 0$ . Действительно, смещение  $\Pi$  элемента витка вдоль оси равно:  $\Pi = u \cos \theta - v \sin \theta$ , где  $u$  — радиальное смещение элемента,  $v$  — его тангенциальное смещение. Из (1.7) и первого равенства (2.2) имеем

$$\Pi = u_1 \cos^2 \theta - v_1 \sin^2 \theta = u_1 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = u_1$$

Таким образом, смещение элемента II не зависит от его координаты  $\theta$  и, следовательно, оно постоянно для всего витка. Это означает, что витки смещаются, не изменяя формы. Вернее, они не изменяют формы от первого члена ряда  $P(\rho, \theta)$ , хотя в результате действия остальных членов витки, конечно, будут искривляться.

Выражая теперь в (1.8)  $\tau_1$  и  $\sigma_{r1}$  через  $u_1'$  в силу (2.2) и исключая  $\sigma_{\theta 1}$ , приходим к дифференциальному уравнению относительно функции  $u_1(\rho)$ :

$$(y\rho u_1')' + \alpha^2 y\rho u_1 = -\frac{\rho P_1(\rho)}{E_r + G}, \quad \alpha^2 = \frac{m\omega^2}{E_r + G} \quad (2.3)$$

В силу (1.10), (2.2) имеем следующие краевые условия:

$$u_1(r) = 0, \quad u_1'(R) = 0 \quad (2.4)$$

Таким образом из (2.3), (2.4) находятся перемещения  $u_1$  при произвольном дисбалансе  $P_1(\rho)$ .

Найдем режим резонанса, т. е. найдем такую угловую скорость  $\omega = \omega_0$ , при которой  $u_1 = \infty$ . Критическая угловая скорость всегда существует, каковы бы ни были  $R, r$ , причем, как будет видно, это то значение  $\omega = \omega_0$ , при котором существует отличное от нуля (нетривиальное) решение однородной краевой задачи

$$(y\rho u_1')' + \alpha^2 y\rho u_1 = 0, \quad u_1(r) = u_1'(R) = 0, \quad \alpha^2 = \frac{m\omega^2}{E_r + G} \quad (2.5)$$

Обозначим через  $r_*$  некоторое значение  $\rho$  в интервале  $(r, R)$ . Пусть при некотором  $\omega = \omega_0$  краевая задача (2.5) имеет нетривиальное решение. Тогда решение соответствующего неоднородного уравнения (2.3) с краевыми условиями

$$u_1(r_*) = 0, \quad u_1'(R) = 0 \quad (2.6)$$

стремится к бесконечности, когда  $r_* \rightarrow r$ , т. е. когда краевые условия (2.6) стремятся к условиям (2.4). Обозначим нетривиальное решение однородной задачи (2.5) через  $\varphi(\rho)$ .

Простой проверкой легко убедиться, что решение неоднородной краевой задачи (2.3), (2.6) (в которой  $r_* > r$ ) выражается через  $\varphi(\rho)$  следующим образом:

$$u_1(\rho) = -\varphi(\rho) \int_{r_*}^{\rho} \frac{1}{E(x_1)\varphi^2(x_1)} \left[ \int_{x_1}^R F(x)\varphi(x)h(x)dx \right] dx_1$$

$$F(x) = \exp \int \frac{(xy)'}{xy} dx, \quad h = \frac{P_1}{(E_r + G)y}$$

Устремляя  $r_*$  к  $r$ , видим, что если  $h$  не равно тождественно нулю и если

$$\int_r^R F\varphi h dx \neq 0$$

то  $u_1(\rho) \rightarrow \infty$  при всех  $\rho > r$ . Поэтому, вообще говоря, если при каком-либо  $\omega = \omega_0$  существует ненулевое решение однородной задачи (2.5), то при наличии как угодно малого и как угодно распределенного в роторе дисбаланса  $P_1$  перемещения  $u_1(\rho)$  для любого  $\rho$  стремятся к бесконечности при стремлении  $\omega$  к  $\omega_0$ .

Итак задача об отыскании критической скорости  $\omega_0$  сводится к задаче о собственных значениях. Аналогичным путем решается задача о резонан-

се для ротора, растяжимого в тангенциальном направлении. Для этого необходимо найти собственное значение  $\omega$ , обеспечивающее ненулевое решение краевой задачи (1.8)–(1.10), если в (1.8) положить  $P_1=0$ .

Найдем  $\alpha^2$  в задаче (2.5). Выразим величину  $(E_r+G)$ , входящую в параметр  $\alpha^2$ , через  $\Delta$ ,  $E_\Delta$ ,  $\nu_\Delta$ . Считая, что  $G_D \gg G_\Delta$  и полагая в (1.3)  $G_D=\infty$ , получаем  $G=G_\Delta/\Delta$ . Известно [3], что для изотропного материала (каковым считается связующее) справедливо  $G_\Delta=1/2E_\Delta/(1+\nu_D)$ , т. е.  $G=E_\Delta/[2\Delta(1+\nu_\Delta)]$ .

Теперь учитывая (2.4), находим  $E_r+G=E_\Delta(3-\nu_\Delta)/[2\Delta(1-\nu_\Delta^2)]$ . В результате получаем

$$\alpha^2 = \frac{2\Delta(1-\nu_\Delta^2)}{E_\Delta(3-\nu_\Delta)} m\omega^2 \approx \frac{2\Delta}{3E_\Delta} m\omega^2 \quad (2.7)$$

3. Рассмотрим некоторые частные случаи.

1. Пусть  $y=c/\rho$  ( $c=\text{const}$ ), т. е. толщина ротора уменьшается по гиперболическому закону. Подставляя в (2.5)  $y=c/\rho$ , имеем

$$u'' + \alpha^2 u = 0, \quad u(r) = u'(R) = 0 \quad (3.1)$$

Общее решение этого уравнения таково:  $u=A \sin \alpha r + B \cos \alpha r$ , где  $A$ ,  $B$  — постоянные интегрирования. Из краевых условий  $u(r) = u'(R) = 0$  имеем систему двух алгебраических уравнений относительно  $A$  и  $B$ :

$$A \sin \alpha r + B \cos \alpha r = 0, \quad A \cos \alpha R - B \sin \alpha R = 0 \quad (3.2)$$

В общем случае при произвольных  $r$  и  $R$  находим  $A=0$ ,  $B=0$  и, следовательно, решение краевой задачи (3.1) только нулевое:  $u_1=0$ . Ненулевое решение будем иметь тогда, когда детерминант системы (3.2) обращается в нуль, т. е. когда  $\alpha(R-r) = k\pi/2$ , где  $k$  — натуральное число. Наименьшее собственное значение (при  $k=1$ ) таково:  $\alpha = 1/2\pi/(R-r)$ .

Учитывая (2.7), для критической угловой скорости будем иметь выражение

$$\omega_0^2 = \frac{\pi^2 (E_r+G)}{4m (R-r)^2} \approx \frac{3\pi^2 E_\Delta}{8m\Delta (R-r)^2}$$

2. Пусть толщина диска постоянна, т. е.  $y=\text{const}$ , тогда (2.5) переписывается в виде

$$(\rho u_1')' + \alpha^2 \rho u_1 = 0, \quad u_1(r) = u_1'(R) = 0 \quad (3.3)$$

Общее решение этого уравнения таково:  $u_1 = A J_0(\alpha r) + B Y_0(\alpha r)$ , где  $J_0$ ,  $Y_0$  — бесселевы функции нулевого порядка соответственно первого и второго родов,  $A$  и  $B$  — постоянные. Ненулевое решение краевой задачи (3.3) возможно только тогда, когда

$$J_0(\alpha r) Y_1(\alpha R) - J_1(\alpha R) Y_0(\alpha r) = 0 \quad (3.4)$$

Уравнение (3.4) упрощается, если  $r/R \ll 1$ . В этом случае решение этого уравнения  $\alpha = \alpha_0$  мало и малы аргументы  $\alpha r$  и  $\alpha R$  (предположение о малости  $\alpha$  в этом случае оправдывается результатом) и можно заменить бесселевы функции их асимптотическими представлениями для малых значений аргумента. Они таковы:

$$J_0(\alpha r) = 1, \quad J_1(\alpha R) = \frac{\alpha R}{2}, \quad Y_0(\alpha r) = \frac{2}{\pi} \ln \frac{e^c \alpha r}{2}, \quad Y_1(\alpha R) = -\frac{2}{\pi \alpha R}$$

где  $e^c = 1.781072$  ( $C$  — постоянная Эйлера). В результате (3.4) переписывается в виде

$$\ln(2/e^c \alpha r) = 2/\alpha^2 R^2 \quad (3.5)$$

Решением этого трансцендентного уравнения является наименьшее из решений уравнения (3.4) и, следовательно, наименьшее собственное значение  $\alpha$ . При достижении этого значения наступает резонанс.

*Рассмотрим пример.* Пусть  $r/R=0.1$ . Требуется найти критическую скорость  $\omega=\omega_0$ , соответствующую резонансу. Решением уравнения (3.5) в данном случае будет:  $\alpha=1/R=0.1/r$ . Точное же решение уравнения (3.4), полученное при помощи таблиц, следующее:  $\alpha=1.05/R$ . Отсюда видно, что погрешность от замены бесселевых функций их асимптотическими представлениями в данном случае невелика.

Для критической угловой скорости  $\omega_0$  будем иметь соотношение

$$\omega_0^2 = \frac{1}{mR^2}(E_r + G) = \frac{1}{mR^2} \frac{E_\Delta(3-\nu_\Delta)}{2\Delta(1-\nu_\Delta^2)} \approx \frac{3}{2} \frac{E_\Delta}{R^2 m \Delta}$$

Из последней формулы следует, что  $\omega_0 \rightarrow 0$  при  $R \rightarrow \infty$ . Кроме того, видно, что чем меньше модуль Юнга у связующего  $E_\Delta$ , тем меньше критическая скорость.

Заметим, что если даже не учитывать влияние неуравновешенности и считать ротор идеально отбалансированным, а витки идеальными окружностями, то при вращении на связующее действуют радиальные растягивающие напряжения (равномерно распределенные по всему витку). При больших скоростях эти напряжения могут быть настолько велики, что может начаться расслоение ротора в результате разрыва связующего. Во избежание этого желательно, чтобы связующее имело как можно меньший модуль упругости  $E_\Delta$ . Однако, как было показано, беспредельно уменьшать  $E_\Delta$  нельзя из-за опасности резонанса, когда связующий и сам ротор могут быть разрушены от малейшего дисбаланса. Правда, здесь существует возможность постановки ротора на упругие опоры, в результате чего он был бы уже на малых скоростях переведен в зарезонансную зону, где, видимо, возможно его устойчивое вращение.

Поступила 6 III 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Flywheel Technology Symposium. Berkly, California, 1975. Proc., Washington, Gov. Print. Off., 1976.
2. Очан М. Ю., Гулиа Н. В. К теории намотки роторов. В сб.: Механика машин, вып. 53. М., «Наука», 1978.
3. Тимошенко С. П., Гудьер Дж. Теория упругости. М., «Наука», 1975.
4. Лезницкий С. Г. Теория упругости анизотропного тела. М.—Л., Гостехиздат, 1950.