

ПЕРЕДВИЖЕНИЕ АНТРОПОМОРФНОГО МЕХАНИЗМА (СО СТОПАМИ) ПРИ ИМПУЛЬСНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ. ОДНООПОРНАЯ ФАЗА. I

Р. А. ВЕЛЕРШТЕЙН, А. М. ФОРМАЛЬСКИЙ

(Москва)

Задачи о передвижении шагающих аппаратов по поверхности рассматриваются в [1-10] и в других работах^{1, 2}. Среди них есть работы, посвященные передвижению двуногих механизмов [3-10]. Задачи двуногой ходьбы интересны, по-видимому, как с точки зрения изучения и моделирования передвижения живых существ, в частности человека, так и с точки зрения конструирования протезов и шагающих роботов.

В [11-14] рассматривается задача о вычислении усилий в суставах, при которых осуществляется движение человека или механизма.

В данной работе исследуется задача синтеза движений антропоморфного механизма с помощью баллистических движений. Для «стыковки» баллистических движений необходимы скачкообразные изменения скоростей, а значит, импульсные воздействия в суставах. В [15] указанная задача исследуется в линейной постановке. В предлагаемой работе задача будет рассматриваться в нелинейной постановке с учетом стоп³.

1. Уравнения движения механизма. Рассмотрим плоский антропоморфный механизм, состоящий из семи звеньев — корпуса и двух одинаковых трехзвенных ног (фиг.1). Каждая нога состоит из трех звеньев — бедра (верхнее звено BO), голени (звено AB) и стопы. Пять звеньев (корпус, два бедра и две голени) будем считать весомыми. Стопы — невесомые звенья. Будем предполагать, что звенья соединяются при помощи идеальных (без трения) шарниров. Шарнир O , соединяющий корпус с бедрами, будем называть тазобедренным суставом, шарнир B , соединяющий бедро с голенью, — коленным суставом, а шарнир A , соединяющий голень со стопой, — голеностопным суставом.

В процессе передвижения механизма по поверхности (ходьбы) так же, как в процессе человеческой ходьбы [16, 17], будем различать две фазы: фазу двухопорного движения (фазу двойной опоры) и фазу одноопорного движения (фазу переноса). Во время двухопорного движения обе ноги находятся на поверхности, во время одноопорного движения только одна из ног (опорная) находится на поверхности.

¹ Охоцимский Д. Е., Платонов А. К., Гурфинкель В. С., Девянин Е. А. Разработка интегрального шагающего робота. Аннот. докл. III Всесоюзной Четаевской конференции по устойчивости движения, аналитической механике и управлению движением. Иркутск, 1977.

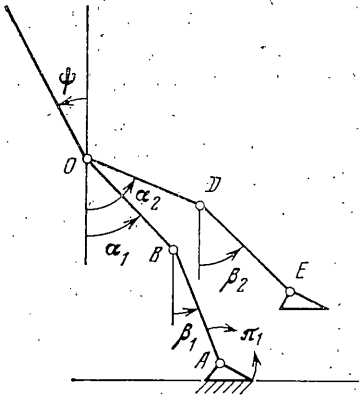
² Гурфинкель В. С., Девянин Е. А. Макет шагающего робота с супервизорным управлением. Тезисы докл. VI Всесоюзного совещания по проблемам управления, т. 1. Минск, 1977.

³ См. эту задачу в нелинейной постановке, но без учета стоп: Васенин В. А., Велерштейн Р. А., Формальский А. М. Передвижение антропоморфных механизмов при импульсных воздействиях. Аннот. докл. III Всесоюзной Четаевской конференции по устойчивости движения, аналитической механике и управлению движением. Иркутск, 1977.

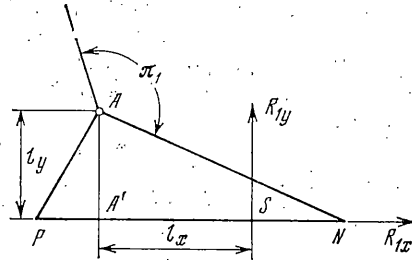
Будем считать, что во время одноопорного движения стопы опорной ноги неподвижна относительно поверхности, т. е. на нее наложена связь. Другими словами, стопа находится в равновесии.

Конфигурация механизма во время одноопорного движения может быть описана пятью углами $\psi, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$, которые образуют корпус, бедра и голени с вертикалью [6, 7] (фиг. 1). Эти углы примем в качестве обобщенных координат системы. Движение невесомой стопы переносимой ноги никак не влияет на движение пяти весомых звеньев.

Допустим, что в одноопорной фазе на механизм не действуют никакие силы, кроме момента Π_1 в голеностопном суставе опорной ноги



Фиг. 1



Фиг. 2

(фиг. 1, 2), силы тяжести и реакции R_i опоры (фиг 2). Из дальнейшего будет видно, что момент π_1 необходим для поддержания равновесия стопы.

Уравнения одноопорного движения можно записать в следующей удобной матричной форме:

$$B(z)z'' + A\|\sin z_i\| + D(z)\|z_i^{*2}\| = C\pi_1 \quad (1.1)$$

Здесь (звездочка означает транспонирование)

$$\begin{aligned} z^* &= \|\psi, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2\| \\ \|\sin z_i\|^* &= \|\sin \psi, \sin \alpha_1, \sin \alpha_2, \sin \beta_1, \sin \beta_2\| \\ \|z_i^{*2}\|^* &= \|\psi^2, \alpha_1^2, \alpha_2^2, \beta_1^2, \beta_2^2\| \end{aligned} \quad (1.2)$$

Симметричная матрица $B(z)$ кинетической энергии системы определяется равенствами

$$\begin{aligned} b_{11} &= J, & b_{12} &= L_a K_r \cos(\psi - \alpha_1), & b_{13} &= b_{15} = 0 \\ b_{14} &= L_b K_r \cos(\psi - \beta_1), & b_{22} &= J_a - 2L_a K_a + L_a^2 M \\ b_{23} &= -L_a K_a \cos(\alpha_1 - \alpha_2), & b_{24} &= (J_{ab} - L_b K_a - L_a K_b + L_a L_b M) \cos(\alpha_1 - \beta_1) \\ b_{25} &= -L_a K_a \cos(\alpha_1 - \beta_2), & b_{33} &= J_a, & b_{34} &= -L_b K_a \cos(\alpha_2 - \beta_1), & b_{35} &= J_{ab} \cos(\alpha_2 - \beta_2) \\ b_{44} &= J_b - 2L_b K_b + L_b^2 M, & b_{45} &= -L_b K_b \cos(\beta_1 - \beta_2), & b_{55} &= J_b \end{aligned} \quad (1.3)$$

Постоянная диагональная матрица A потенциальной энергии системы

определяется равенствами

$$a_{11} = -gK_r, \quad a_{22} = g(K_a - L_a M), \quad a_{33} = gK_a, \quad a_{44} = g(K_b - L_b M), \quad a_{55} = gK_b \quad (1.4)$$

Матрица $D(z)$ является кососимметрической ($d_{ij} = -d_{ji}$). Ее элементы d_{ij} ($i < j$) получаются из соответствующих элементов b_{ij} заменой косинуса на синус. У столбца C отличен от нуля только один элемент $c_{41} = -1$.

Величины, фигурирующие в выражениях (1.3), (1.4), имеют следующий смысл: g — ускорение свободного падения; M — масса всего тела (корпуса и ног), r и a — расстояния от тазобедренного сустава O (фиг. 1) до центров масс корпуса и бедра соответственно, b — расстояние от коленного сустава B (фиг. 1) до центра масс голени, J — момент инерции корпуса относительно точки O , m_a , L_a и J_a° — масса, длина и момент инерции бедра относительно точки O , m_b , L_b и J_b — масса, длина и момент инерции голени относительно точки B ; $J_a = J_a^\circ + L_a^2 m_b$, $J_{ab} = m_b L_a b$, $K_a = m_a a + m_b L_a$, $K_r = (M - 2m_a - 2m_b)r$, $K_b = m_b b$.

Будем считать, что реакция R_1 приложена к подошве стопы (к ступне) опорной ноги в некоторой точке S (фиг. 2). Расстояние точки S от голеностопного сустава A по горизонтали и по вертикали обозначим через l_x и l_y соответственно ($l_x = A'S$, $l_y = AA'$). Во время одноопорного движения точка S перемещается по ступне, т. е. $l_y = \text{const}$. Будем считать далее, что $l_x = l_x(t)$ — заданная функция времени. Функцию $l_x(t)$ конкретизируем ниже (см. п. 2).

Из условий равновесия стопы и ее невесомости следует, что в точке A к опорной ноге приложена сила, равная реакции R_1 , действующая со стороны стопы на голень. Горизонтальная и вертикальная составляющие R_{1x} и R_{1y} реакции R_1 имеют следующий вид:

$$R_{1x} = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^5 a_{ii} (z_i'' \cos z_i - z_i'^2 \sin z_i) \quad (1.5)$$

$$R_{1y} = Mg + \frac{1}{g} \sum_{i=1}^5 a_{ii} (z_i'' \sin z_i + z_i'^2 \cos z_i) \quad (1.6)$$

Условие равенства моментов относительно точки A сил, действующих на стопу, приводит к выражению

$$\pi_1 = -R_{1x} l_y - R_{1y} l_x \quad (1.7)$$

Если учесть вес стопы опорной ноги, то формулы (1.6), (1.7) несколько видоизменятся. Заметим, однако, что вес стопы, например у человека, значительно меньше веса всего тела Mg , а также составляющей R_{1y} реакции в опорной ноге [16].

Если выражения (1.5), (1.6) подставить в формулу (1.7), затем полученное выражение для π_1 подставить в уравнение (1.1) и перенести все члены, содержащие производные z_i' , z_i'' ($i=1-5$) в левую часть, то получится матричное уравнение вида

$$B'(z, t) z'' + A \|\sin z_i\| + D'(z, t) \|z_i'^2\| = \zeta(t) \quad (1.8)$$

Все строки матриц $B(z)$ и $B'(z, t)$, а также $D(z)$ и $D'(z, t)$, кроме четвертой, совпадают. Все, кроме четвертого, элементы столбца C , а значит и столбца $\zeta(t)$, равны нулю. Элементы четвертых строк матриц $B'(z, t)$, $D'(z, t)$, $\zeta(t)$ выписать нетрудно. При заданной функции $l_x(t)$ соотношения (1.8) представляют собой систему дифференциальных уравнений десятого порядка. Эта система является нелинейной и нестационарной.

В [15] — в линейной постановке задачи — стопа не учитывалась, т. е. предполагалось, что голень опорной ноги прямо упирается в поверхность¹. При этом предположении

$$l_x = l_y = 0, \quad \pi_1 = 0 \quad (1.9)$$

и система (1.8) становится стационарной и консервативной.

2. Постановка задачи. Предположим, что в начальный момент $t=0$ механизм находится в конфигурации, изображенной на фиг. 3 (б). Эта конфигурация характеризуется вектором

$$z(0) = \|\psi(0), \alpha_1(0), \alpha_2(0), \beta_1(0), \beta_2(0)\| \quad (2.1)$$

Будем считать, что при $t=0$ точка S приложения реакции R_1 совпадает с пяткой P (фиг. 2, 3), т. е. $l_x(0) = -PA'$.

Допустим, что к некоторому заданному моменту времени T механизм нужно перевести в конфигурацию, изображенную на фиг. 3 (с). Эта конфигурация совпадает с начальной с точностью до смены ног и описывается равенством

$$z(T) = Uz(0) \quad (2.2)$$

У симметрической матрицы U отличны от нуля пять элементов: $u_{11} = u_{23} = u_{32} = u_{45} = u_{54} = 1$.

Будем считать, что при $t=T$ точка S совпадает с носком N (фиг. 2, 3), т. е. $l_x(T) = A'N$. В процессе ходьбы человека точка приложения реакции перемещается от пятки опорной ноги к носку; т. е. функция $l_x(t)$ монотонно возрастает. Соответствующие экспериментальные данные содержатся, например, в [17]. В рассматриваемой задаче примем, что функция $l_x(t)$ возрастает линейно

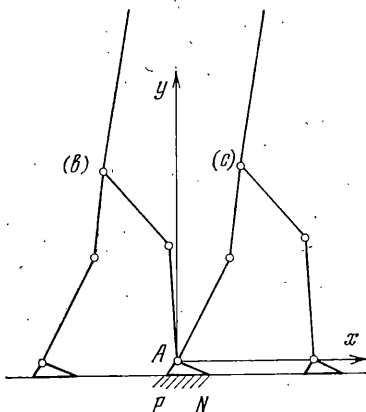
$$l_x(t) = l_x(0) + \frac{1}{T}[l_x(T) - l_x(0)]t \quad (2.3)$$

Задачу поставим следующим образом. Найти вектор $z(0)$ начальных угловых скоростей, при которых система (1.8), (2.3) за заданное время T переходит из состояния (2.1) в состояние (2.2).

Движение механизма на отрезке времени $[0, T]$ будем называть шагом, а T — временем шага. При найденных угловых скоростях механизм совершает шаг в отсутствие каких-либо моментов в суставах (за исключением момента в голеностопном суставе), при этом механизм движется по инерции (почти), т. е. совершает баллистическое движение. Чтобы построить это баллистическое движение, нужно решить краевую задачу для систем (1.8), (2.3).

Во второй части статьи описывается мгновенная двухопорная фаза. Если в положении с (фиг. 3) в момент $t=T$ двухопорной фазы сменить опору с одной ноги на другую, затем повторить одноопорное движение, совпадающее с предыдущим, затем снова сменить опору и т. д., то получится одноопорная ходьба механизма по ровной горизонтальной поверхности.

¹ См. задачу в нелинейной постановке: Васенин В. А., Велерштейн Р. А., Формальский А. М. Передвижение антропоморфных механизмов при импульсных воздействиях. Аннот. докл. III Всесоюзной Четаевской конференции по устойчивости движения, аналитической механике и управлению движением. Иркутск, 1977.



Фиг. 3

3. Некоторые свойства баллистических движений. Пусть $l_x(t)$ — некоторая произвольная функция времени. Система (1.8) обладает следующим свойством.

1. Если $z(t)$ — решение системы при $l_x=l_x(t)$, то функции $-z(t)$, $z(-t)$, $z(T-t)$ и $-z(T-t)$ будут решениями этой системы тогда и только тогда, когда $l_x=-l_x(t)$, $l_x=l_x(-t)$, $l_x=l_x(T-t)$ и $l_x=-l_x(T-t)$ соответственно.

Доказательство этого свойства получается путем непосредственной подстановки соответствующих функций в уравнения. Решение $-z(T-t)$ будем называть сопряженным по отношению к решению $z(t)$, и оба эти решения будем называть взаимно сопряженными.

Рассмотрим случай, когда стопа симметрична относительно прямой AA' (фиг. 2), т. е. когда $PA'=A'N(l_x(0)=-l_x(T))$. При этом условии симметрии функция (2.3) удовлетворяет равенству

$$l_x(t)=-l_x(T-t) \quad (3.1)$$

2. Если $z(t)$ — решение системы при $l_x=l_x(t)$, то $-z(T-t)$ будет также решением системы при $l_x=l_x(t)$ тогда и только тогда, когда выполняется равенство (3.1).

Таким образом, при условии (3.1) система (1.8) наряду с прямым всегда имеет также сопряженное решение.

Введем в рассмотрение систему координат XAY с началом в точке A (фиг. 3). Ось Y направлена вертикально вверх, ось X — горизонтально вправо.

Конфигурация, описываемая вектором $-z(t)$, симметрична относительно оси Y конфигурации, описываемой вектором $z(t)$.

Последовательность конфигураций, занимаемых многозвенником при движении $z(t)$, назовем кинограммой движения. Каждой конфигурации отвечает свое время. Кинограмму движения $z(t)$ повернем вокруг оси Y на 180° . Каждой конфигурации $-z(t)$ припишем время $T-t$. Свойство 2 означает, что полученная кинограмма вместе с приписанными временами описывает некоторое баллистическое движение многозвенника.

3. Если при движении $z(t)$ координаты тазобедренного сустава меняются по законам $x(t)$, $y(t)$, а координаты центра масс — по законам $x_c(t)$, $y_c(t)$, то при движении $-z(T-t)$ эти координаты меняются по законам $-x(T-t)$, $y(T-t)$, $-x_c(T-t)$, $y_c(T-t)$.

Пользуясь выражениями (1.5)–(1.7), нетрудно получить следующее свойство.

4. Если при движении $z(t)$ составляющие реакции R_i и момент π_1 меняются по законам $R_{ix}(t)$, $R_{iy}(t)$, $\pi_1(t)$, то при движении $-z(T-t)$ эти величины меняются по законам $-R_{ix}(T-t)$, $R_{iy}(T-t)$, $-\pi_1(T-t)$.

Допустим, что крайние конфигурации механизма симметричны одна другой относительно оси Y , т. е. $z(0)=-z(T)$. Из данного равенства и (2.2) следует, в частности, что в симметричных крайних конфигурациях корпус вертикален, т. е. $\psi(0)=\psi(T)=0$.

В [15] при условиях (1.9) исследуется крайняя задача для системы, полученной путем линеаризации системы (1.1). Показано, что линейная система имеет почти при всех значениях T для любых крайних конфигураций единственное решение $z(t)$. Из свойства 2 (справедливого и для линейной системы) вытекает, что решение линейной системы $z(t)$, удовлетворяющее условию $z(0)=-z(T)$, удовлетворяет равенству

$$z(t)=-z(T-t), \quad t \in [0, T] \quad (3.2)$$

Решение $z(t)$, удовлетворяющее равенству (3.2), естественно называть самосопряженным. Будем называть его также симметричным, поскольку

кинограмма соответствующего движения симметрична относительно оси Y .

Из свойства 2 следует, что необходимым условием существования симметричного решения нелинейной системы (1.8) является равенство (3.1).

Численные исследования¹ показали, что при условиях (1.9) краевая задача для нелинейной системы, так же как и для линейной, имеет самосопряженные решения. При условии симметрии стопы (3.1) для нелинейной системы (1.8), (2.3) численным путем также удается найти самосопряженные решения. Отметим, что в каждом из исследованных численно случаев симметричных краевых конфигураций при симметричной стопе, кроме самосопряженного решения, было найдено также два взаимно сопряженных.

Из свойств 3 и 4 следует, что для симметричного решения при всех $t \in [0, T]$ имеют место равенства

$$\begin{aligned} x(t) &= -x(T-t), \quad x_c(t) = -x_c(T-t), \quad R_{1x}(t) = \\ &= -R_{1x}(T-t), \quad \pi_1(t) = -\pi_1(T-t) \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$y(t) = y(T-t), \quad y_c(t) = y_c(T-t), \quad R_{1y}(t) = R_{1y}(T-t)$$

Из равенств (3.2), (3.3) при $t = T/2$ получаем

$$\begin{aligned} z\left(\frac{T}{2}\right) &= 0, \quad x\left(\frac{T}{2}\right) = x_c\left(\frac{T}{2}\right) = 0, \quad R_{1x}\left(\frac{T}{2}\right) = 0, \\ R_{1y}\left(\frac{T}{2}\right) &= 0, \quad \pi_1\left(\frac{T}{2}\right) = 0 \end{aligned} \quad (3.4)$$

Равенства (3.4) показывают, что в момент $t = T/2$ все пять весоных звеньев механизма располагаются на оси Y , реакция R_1 в этот момент также направлена по оси Y .

Равенство (3.2) означает, что конфигурация механизма в произвольный момент времени t симметрична относительно оси Y конфигурации механизма в момент $T-t$. Поэтому если в какой-то момент времени t нога (опорная или переносимая) изогнута «коленкой» вперед (коленкой назад), то в момент $T-t$ она изогнута иначе, т. е. коленкой назад (коленкой вперед).

Следовательно, при симметричном решении $z(t)$ походка механизма не похожа на человеческую. Краевые конфигурации, в которых ноги прямые, а корпус вертикален, симметричны одна другой относительно оси Y . Походка механизма, отвечающая симметричному решению, соединяющему эти конфигурации, не похожа на человеческую. Численные исследования показали, что для конфигураций, близких к указанным, и для стоп, близких к симметричной, есть решения, близкие к симметричному. Соответствующие походки также не похожи на человеческую.

Симметричное решение $z(t)$ проходит через нуль (см. (3.4)). Справедливым оказывается более сильное утверждение.

5. Симметричное решение, и только оно, удовлетворяет условию $z(T/2) = 0$. Симметричное решение получается путем продолжения на весь отрезок $[0, T]$ решения краевой задачи с граничными условиями $z(0), z(T/2) = 0$.

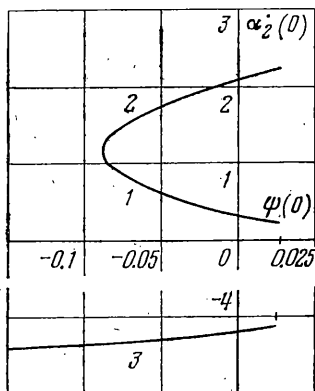
Свойство 5 использовалось для отыскания симметричного решения при численных исследованиях. Симметричное решение использовалось в качестве нулевого приближения при отыскании численного решения краевой задачи для случаев, когда стопы, а также краевые конфигурации не являются симметричными.

¹ См. подстрочное примечание к стр. 27.

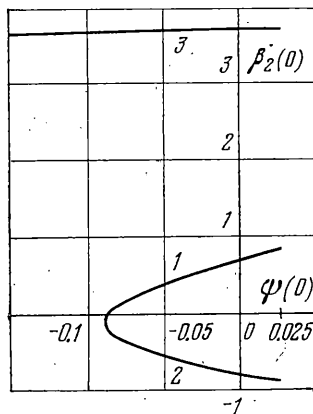
Свойства 1—5 представляют собой обобщение для механизма со стопами соответствующих свойств, имеющих место для механизма без стоп [15].

Описанные выше свойства 2—5, справедливые для случая симметричной стопы, важны также и для случая несимметричной стопы. Они помогают не только находить численные решения, но и разбираться в структуре множества решений.

4. Численные исследования. Краевую задачу для нелинейной системы (1.8), (2.3), в отличие от линейной [15], приходится решать с помощью итерационного процесса. В программе, составленной для БЭСМ-6, итера-



Фиг. 4



Фиг. 5

ционный процесс организован так, чтобы минимизировать невязку, характеризующую отклонение решения системы в момент $t=T$ от заданного вектора $z(T)$. Невязка представляет собой сумму квадратов отклонений пяти угловых координат механизма от заданных значений. Минимизация осуществляется путем перебора компонент вектора $z'(0)$ по методу покоординатного спуска Гаусса — Зейделя [18, 19].

Численные исследования проводились для значений параметров механизма, вычисленных с помощью антропометрических данных, содержащихся в [12, 13]. Эти данные были выбраны для человека ростом 1.75 м и массой 75 кг (вес — 735.75 Н). Значения параметров, входящих в выражения (1.3), (1.4), таковы: $M=75$ кг, $m_a=8.6$ кг, $m_b=4.6$ кг, $J=11.3$ кгм², $J_a^0=0.535$ кгм², $J_b=1.02$ кгм², $r=0.386$ м, $a=0.18$ м, $b=0.324$ м, $L_a=0.41$ м, $L_b=0.497$ м. Параметры стопы были выбраны следующими: $l_x(0)=-0.038$ м, $l_x(T)=0.16$ м, $l_y=0.07$ м.

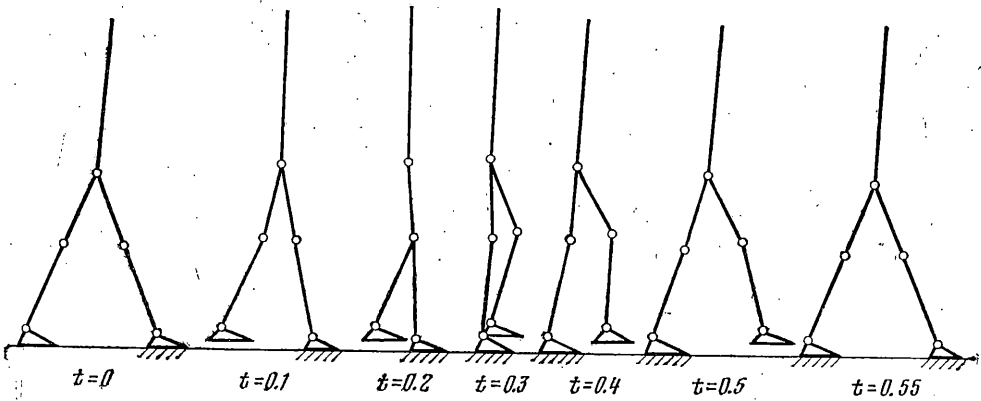
Исследования проводились для крайних конфигураций, в которых ноги механизма прямые

$$\begin{aligned} \alpha_1(0) &= -\alpha_2(0) = \beta_1(0) = -\beta_2(0) = \alpha, \\ \alpha_1(T) &= -\alpha_2(T) = \beta_1(T) = -\beta_2(T) = -\alpha \end{aligned} \quad (4.1)$$

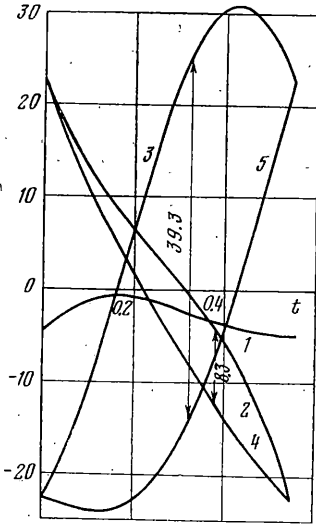
Значение α принималось равным 0.3962 (22.6°), время шага $T=0.55$ с. Этим значениям α и T соответствуют длина шага $\Delta x=0.7$ м и скорость движения $V=\Delta x/T=1.27$ м/с. Рассматривались различные значения угла наклона корпуса $\psi(0)$.

В результате численных исследований нелинейной системы (1.1) без учета стопы (условия (1.9)) было установлено¹, что крайняя задача для нелинейной системы, в отличие от линейной, может иметь несколько реше-

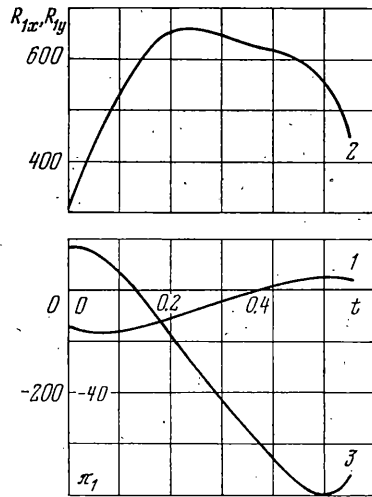
¹ См. подстрочное примечание к стр. 27.



Фиг. 6



Фиг. 7



Фиг. 8

ний. При учете стопы краевая задача, как показывают численные исследования, также может иметь несколько решений.

При условиях (3.1) ($l_x(0) = -l_x(T) = -0.038$ м) и $z(0) = -z(T)$ удалось найти симметричное решение краевой задачи, а также два взаимно сопряженных несимметричных решения. Выбрав эти решения в качестве нулевых приближений, путем итераций удалось найти при $\psi(0) = 0$ три решения для несимметричной стопы, размеры которой указаны выше. Затем варьировался угол $\psi(0)$. При значениях $\psi' < \psi(0) \leq 0.025$ решения образуют три ветви. При значении $\psi(0) = \psi' \approx -0.09$ две из трех ветвей соединяются одна с другой. При значениях $-0.2 \leq \psi(0) < \psi'$ из трех ветвей сохраняется только одна. Значения $\psi(0) < -0.2$ и $\psi(0) > 0.025$ не рассматривались.

На фиг. 4, 5 показаны графики зависимостей $\alpha_2^*(0)$ и $\beta_2^*(0)$ от значения $\psi(0)$. Графики зависимостей $\psi'(0)$, $\alpha_1^*(0)$, $\beta_1^*(0)$ от угла $\psi(0)$ здесь не приводятся. На фиг. 4, 5 видны три описанные выше ветви решений, которые помечены цифрами 1, 2 и 3.

Заметим, что для получения графиков, достаточно хорошо отражающих характер указанных выше зависимостей, краевую задачу приходится ре-

шать с высокой точностью. В описываемых здесь исследованиях краевая задача считалась решенной, если невязка не превосходила 10^{-6} .

При значениях $-0.09 \leq \psi(0) \leq -0.0375$ два из трех решений оказываются такими, что соответствующие им походки механизма по своему рисунку и по направлению силы реакции в опорной ноге похожи на человеческую. Именно эти решения образуют ветви, которые при $\psi(0) = \psi'$ соединяются (см. ветви 1 и 2 на фиг. 4, 5). На фиг. 6–8 показаны результаты принадлежащего ветви 1 решения задачи при $\psi(0) = -0.0875$ ($\approx -5^\circ$). На фиг. 6 показана кинограмма движения (время t дано в сек), на фиг. 7 приведены графики изменения углов (кривые 1, 2, 3, 4, 5 соответствуют углам ψ , α_1 , α_2 , β_1 , β_2 в градусах), а на фиг. 8 графики изменения составляющих R_{1x} (кривая 1), R_{1y} (кривая 2) реакции (в ньютонах) и момента M_1 (в Н·м., кривая 3) в голеностопном суставе опорной ноги. Соответствующие графики для человеческой ходьбы приведены, например, в [17].

При походках механизма, похожих на человеческие, переносимая нога движется над поверхностью коленкой вперед, опорная нога несколько сгибается коленкой вперед, корпус во время шага совершает одно колебание (фиг. 6, 7); реакция R_{1x} в начале одноопорной фазы направлена против движения, затем она меняет направление, реакция R_{1y} направлена вверх, момент в начале фазы стремится повернуть стопу вверх к голени («подтянуть» носок), а затем наоборот (фиг. 8). График реакции R_{1y} имеет один максимум, который меньше веса механизма.

Из сказанного следует, что связь, наложенную на стопу опорной ноги, можно считать односторонней, что не предполагалось при постановке задачи. При постановке задачи не накладывались также какие-либо фазовые ограничения, обеспечивающие перенос ноги над поверхностью или движение ног коленками вперед.

При движении многозвенного механизма без стоп (пятизвенного механизма) опорная нога во время шага почти не сгибается. Угол между голенью и бедром отклоняется от 180° примерно на $\pm 1^\circ$. При наличии стоп опорная нога сгибается примерно на 8° (фиг. 7), причем коленкой вперед. Такое движение больше похоже на человеческое [17], нежели движение с прямой опорной ногой. Характер изменения во времени реакций R_{1x} , R_{1y} при учете стоп меняется мало.

Поступила 27 IV 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Озоцимский Д. Е., Платонов А. К. Алгоритмы управления шагающим аппаратом, способным преодолевать препятствия. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1973, № 5.
2. Васенин В. А., Девянин Е. А., Жижарев Д. Н. и др. Макет шагающего аппарата и его система управления. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1974, № 6.
3. Vukobratovic M., Frank A. A., Juricic D. On the stability of biped locomotion. IEEE Transactions on Bio-Med. Engng, 1970, vol. 17, No. 1, p. 25–36. (Рус. перев.: Механика, Сб. перев., 1972, № 1.)
4. Вукобрагович М. Шагающие роботы и антропоморфные механизмы. М., «Мир», 1976.
5. Белецкий В. В. Динамика двуногой ходьбы, I, II, Изв. АН СССР. МТТ, 1975, № 3, 4.
6. Белецкий В. В., Кирсанова Т. С. Плоские линейные модели двуногой ходьбы. Изв. АН СССР. МТТ, 1976, № 4.
7. Белецкий В. В., Чудинов П. С. Параметрическая оптимизация в задаче двуногой ходьбы. Изв. АН СССР. МТТ, 1977, № 1.
8. Ларин В. Б. Перемещение двуногих систем маятникового типа. Изв. АН СССР. МТТ, 1975, № 2.
9. Ларин В. Б. О непрерывном и импульсном управлении горизонтальным движением двуногого шагающего аппарата. Изв. АН СССР. МТТ, 1977, № 6.
10. Болотин Ю. В., Новожилов И. В. Управление походкой двуногого шагающего аппарата. Изв. АН СССР. МТТ, 1977, № 3.

11. Гурфинкель В. С., Фомин С. В., Штилькин Т. К. Определение суставных моментов при локомоции. Биофизика, 1970, т. 15, вып. 2.
12. Морейнис И. Ш., Славуцкий П. Л., Курильская Н. А. и др. Математическое моделирование ходьбы и электромиография. Протезирование и протезостроение. Сб. тр. Н.-и ин-та протезирования и протезостроения, 1969, вып. 22.
13. Морейнис И. Ш., Гриценко Г. П., Левит С. Г. Биохимический анализ ходьбы в норме и на протезах. Протезирование и протезостроение. Сб. тр. Н.-и ин-та протезирования и протезостроения, 1971, вып. 26.
14. Алешинский С. Ю., Зацюрский В. М. Определение межзвенных моментов и внутренних сил, возникающих при движении человека. Теория и практика физической культуры, 1974, № 11.
15. Формальский А. М. Движение антропоморфного механизма при импульсном управлении. В сб.: Некоторые вопросы механики роботов и биомеханики. Изд-во МГУ, 1978.
16. Богданов В. А. Элементы биомеханики тела человека. В кн.: Физиология движений. Л., «Наука», 1976.
17. Богданов В. А., Гурфинкель В. С. Биомеханика локомоций человека. В кн.: Физиология движения. Л., «Наука», 1976.
18. Бахвалов Н. С. Численные методы, т. 1. М., «Наука», 1975.
19. Первозванский А. А. Поиск, М., «Наука», 1970.