

РАЗВИТИЕ ДИСКООБРАЗНОЙ ТРЕЩИНЫ ГИДРОРАЗРЫВА В МОЩНОМ, НАСЫЩЕННОМ ЖИДКОСТЬЮ ПЛАСТЕ

А. Ф. ЗАЗОВСКИЙ

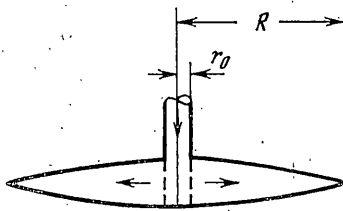
(Москва)

Изучается медленное квазистатическое распространение горизонтальной дискообразной трещины в пористом, насыщенном жидкостью пласте под воздействием закачиваемой в нее вязкой фильтрующейся жидкости [1]. Деформирование пласта описывается системой уравнений теории консолидации Био [2, 3]. Течение жидкости в трещине считается ламинарным, вязкости жидкостей, закачиваемой и насыщающей пласт, — одинаковыми. Давление в трещине заранее не известно и определяется совместно с фильтрационным потоком через поверхности трещины, ее радиусом и раскрытием. Условие распространения трещины состоит в достижении коэффициентом интенсивности напряжений N критического значения N_0 [4]. Предполагается, что скорость роста трещины мала по сравнению с характерной скоростью установления переходных процессов в насыщенном жидкостью пласте и потому нагнетание жидкости в трещину в каждый момент времени считается установившимся. При этом процесс развития трещины представляет собой последовательность предельно-равновесных стационарных состояний и реализуется в случае нарастающего темпа нагнетания.

Рассмотрены две последовательные стадии гидравлического разрыва пласта, первая из которых соответствует нагнетанию жидкости в трещину, еще не достигшую предельно-равновесного состояния, а вторая — распространению трещины.

Получены индикаторные кривые зависимости давления нагнетания в скважине от расхода жидкости, закачиваемой в пласт, и показана принципиальная возможность оценки по ним радиуса трещины и модуля сцепления горной породы.

1. Пусть в пористом насыщенном жидкостью пласте ($0 \leq r < \infty$, $|z| \leq h$), деформирование которого описывается системой уравнений теории консолидации Био [2, 3], имеется дискообразная трещина ($r \leq R$, $z=0$). Нагнетание жидкости в трещину производится из скважины малого радиуса r_0 , проходящей через центр трещины (фиг. 1). В процессе нагнетания жидкость движется по трещине и одновременно отфильтровывается в пласт, при этом течение жидкости в трещине считается ламинарным, а вязкости пластовой и закачиваемой жидкостей одинаковыми, равными μ . Начальное пластовое давление p_0 и вертикальное горное давление σ_0 в насыщенном жидкостью пласте примем равными соответственно $\rho_l g H$ и $\rho_g g H$, где H — глубина залегания пласта, ρ_l — плотность жидкости, насыщающей пласт, и ρ_g — средняя плотность окружающих горных пород.



Фиг. 1

Будем считать, что в процессе распространения трещины гидроразрыва выполняется неравенство $r_0 \ll R \ll h$, поэтому давление жидкости в трещине $\varphi(r)$ при $0 \leq r \leq r_0$ можно считать постоянным, равным давлению нагнетания на забое скважины φ_0 :

$$\varphi(r) = \varphi_0 \quad (0 \leq r \leq r_0) \quad (1.1)$$

а мощность разрываемого пласта $2h$ — при определении раскрытия трещины, давления жидкости в ней и фильтрационного потока через поверхности трещины — бесконечной.

Под $\varphi(r)$ и φ_0 здесь и далее понимается разность между истинным давлением жидкости в трещине и начальным давлением в насыщенном жидкостью пласте p_0 .

В соответствии с уравнением неразрывности и формулой Буссинеска для ламинарного движения вязкой жидкости в узкой щели имеем

$$\frac{\partial \varphi(r)}{\partial r} = - \frac{3\mu'}{2w^3(r)} \frac{G(r)}{2\pi r}, \quad G(r) = - \frac{4\pi k}{\mu'} \int_r^R q(\rho) \rho d\rho, \quad q(r) = \frac{\partial p(r, 0)}{\partial z} \quad (1.2)$$

где $2w(r)$ — раскрытие трещины, k — проницаемость среды, $p(r, z)$ — поровое давление жидкости, $G(r)$ — расход жидкости через цилиндрическое сечение трещины $r = \text{const}$.

Пренебрегая наличием скважины, на границе трещины ($r < R, z = 0$) и ее продолжении ($r > R, z = 0$) будем иметь

$$\sigma_{rz} = 0; \quad w(r, 0) = 0, \quad \partial p(r, 0) / \partial z = 0 \quad (r > R) \quad (1.3)$$

$$p(r, 0) = p_0 + \varphi(r), \quad \sigma_{zz}(r, 0) = \sigma_0 - p_0 - \varphi(r) \quad (r < R)$$

Здесь $\sigma_{zz}(r, z)$, $\sigma_{rz}(r, z)$ — полные напряжения, действующие на элемент двухфазной среды, $w(r, z)$ — смещение скелета пористой среды в направлении оси z .

Условие распространения трещины, согласно [4], можно представить в виде

$$\lim_{r \rightarrow R} [(R-r)^{-1/2} w(r)] = \frac{\lambda + 2\mu}{\mu(\lambda + \mu)} N_0 \quad (1.4)$$

где λ и μ — коэффициенты Ламе породы, слагающей пласт.

Связь между функциями $\varphi(r)$, $q(r)$ и $w(r)$ находится при помощи обобщенного представления Мак-Нейми — Гибсона общего решения системы уравнений теории консолидации Био [5]:

$$w = - \frac{\partial E}{\partial z} + z \frac{\partial S}{\partial z} + (1-2D)S$$

$$\frac{\sigma_{zz}}{2\mu} = \nabla^2 E - \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + z \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} - D \frac{\partial S}{\partial z}$$

$$\frac{\sigma_{rz}}{2\mu} = \frac{\partial}{\partial r} \left[- \frac{\partial E}{\partial z} + z \frac{\partial S}{\partial z} + (1-D)S \right] \quad (1.5)$$

$$\frac{p}{2\mu} = \frac{1}{\kappa} \left(-\eta \nabla^2 E + \frac{\partial S}{\partial z} \right), \quad D = \frac{\lambda + \alpha^2 M + 2\mu}{\lambda + \alpha^2 M + \mu}$$

$$\eta_j = \frac{\lambda + 2\mu}{2\alpha^2 M(D-1)}, \quad \kappa = \frac{\mu}{\alpha M(D-1)}$$

где α и M — некоторые постоянные [6], функции E и S в случае установившегося фильтрационного течения удовлетворяют уравнениям

$$\nabla^4 E = 0, \quad \nabla^2 S = 0 \quad (1.6)$$

Применяя преобразование Ханкеля по переменной r к (1.5), (1.6) и граничным условиям (1.3), получим парные интегральные уравнения относительно трансформант Ханкеля функций $\partial p(r, 0) / \partial z$ и $w(r, 0)$ ($q^*(\xi)$)

и $w^*(\xi)$:

$$\int_0^{\infty} q^*(\xi) J_0(r\xi) d\xi = -\varphi(r) \quad (r < R), \tag{1.7}$$

$$\int_0^{\infty} q^*(\xi) J_0(r\xi) \xi d\xi = 0 \quad (r > R)$$

$$\int_0^{\infty} w^*(\xi) J_0(r\xi) \xi^2 d\xi = \frac{D}{2\mu} \frac{2\eta - \kappa}{2\eta - 1} [p_0 - \sigma_0 + \varphi(r)] \quad (r < R) \tag{1.8}$$

$$\int_0^{\infty} w^*(\xi) J_0(r\xi) \xi d\xi = 0 \quad (r > R)$$

Решения уравнений (1.7) и (1.8) хорошо известны [7]; по формуле обращения преобразования Ханкеля находим

$$q(r) = -\frac{2}{\pi} (R^2 - r^2)^{-1/2} \psi(R) + \frac{2}{\pi} \int_r^R (t^2 - r^2)^{-1/2} \psi'(t) dt \tag{1.9}$$

$$\psi(t) = \int_0^1 x(1-x^2)^{-1/2} [\varphi(tx) + tx\varphi'(tx)] dx$$

$$w(r) = \frac{D}{\pi\mu} \frac{2\eta - \kappa}{2\eta - 1} \int_r^R \frac{t dt}{\sqrt{t^2 - r^2}} \int_0^1 \frac{\rho [p_0 - \sigma_0 + \varphi(t\rho)] d\rho}{\sqrt{1 - \rho^2}} \tag{1.10}$$

Формула (1.10) лишь постоянным множителем отличается от формулы Снеддона [8] для смещения берегов дискообразной трещины в упругой среде под действием раскрывающего давления $p_0 - \sigma_0 + \varphi(r)$.

Интегрируя (1.2) по r в пределах от r_0 до r , получим в соответствии с (1.1):

$$\varphi(r) = \varphi_0 + 3k \int_0^r \frac{\theta(t-r_0) dt}{tw^3(t)} \int_t^R \rho q(\rho) d\rho \quad (0 \leq r \leq R) \tag{1.11}$$

где $\theta(x)$ — единичная функция Хевисайда.

Вместо уравнения (1.9), в которое входят производные функции $\varphi(r)$, можно использовать его обращение

$$\varphi(r) = -\frac{2}{\pi} \int_0^r \frac{dt}{\sqrt{r^2 - t^2}} \int_t^R \frac{\rho q(\rho) d\rho}{\sqrt{\rho^2 - t^2}} \quad (0 \leq r \leq R) \tag{1.12}$$

непосредственно следующее из первого уравнения (1.7).

Условие разрушения (1.4) с учетом (1.10) принимает вид

$$\int_0^1 \rho (1 - \rho^2)^{-1/2} [p_0 - \sigma_0 + \varphi(R\rho)] d\rho = c N_0 R^{-1/2}, \quad c = \frac{\sqrt{2} \pi \eta}{2\eta - \kappa} \tag{1.13}$$

Определение трех неизвестных функций $\varphi(r)$, $q(r)$ и $w(r)$ и радиуса трещины R при ее распространении сводится таким образом к решению системы трех интегральных уравнений (1.10)–(1.12) при условии (1.13). При этом радиус трещины R однозначно определяется давлением нагнетания φ_0 (или расходом закачиваемой жидкости $G_0 = G(r_0)$) и критическим значением коэффициента интенсивности напряжений N_0 ; рост трещины оказывается возможным только в случае нарастающего темпа нагнетания.

Распространение трещины по терминологии [1] можно считать второй стадией гидравлического разрыва пласта. Интерес представляет также исследование первой стадии гидравлического разрыва пласта, соответствующей процессу нагнетания жидкости в трещину, еще не достигшую предельно-равновесного состояния. Увеличение расхода закачиваемой жидкости G_0 или давления нагнетания φ_0 в этом случае сопровождается увеличением раскрытия трещины без изменения ее радиуса R . При этом левая часть условия (1.13) оказывается меньше правой, и потому радиус трещины R считается фиксированным, а условие (1.13) игнорируется.

2. Рассмотрим сначала первую стадию гидравлического разрыва пласта. Решение системы трех интегральных уравнений (1.10)–(1.12) может быть построено методом последовательных приближений. Для этого приравняем правые части соотношений (1.11) и (1.12); в результате получим уравнение

$$Aq(r) = \frac{2}{\pi} \int_0^r \frac{dt}{\sqrt{r^2 - t^2}} \int_t^R \frac{\rho q(\rho) d\rho}{\sqrt{\rho^2 - t^2}} + 3k \int_0^r \frac{\theta(t - r_0) dt}{tw^3(t)} \int_t^R \rho q(\rho) d\rho = -\varphi_0 \quad (2.1)$$

которое в случае известного смещения поверхностей трещины $w(r)$ становится линейным интегральным уравнением первого рода относительно функции $q(r)$. Зададимся некоторым начальным приближением функции $w(r)$ и найдем соответствующее ему решение уравнения (2.1) $q(r)$, после чего воспользуемся соотношениями (1.11) и (1.10) для определения $\varphi(r)$ и следующего приближения функции $w(r)$. Затем из уравнения (2.1) найдем очередное приближение функции $q(r)$ и так далее до сходимости последовательностей приближений трех неизвестных функций: $\varphi(r)$, $q(r)$ и $w(r)$.

В [9] была исследована асимптотика $\varphi(r)$, $q(r)$ и $w(r)$ вблизи концов трещины и было показано, что $\varphi(r) = O(1) + O(s)$, $q(r) = O(s^{1/2})$ и $w(r) = O(s^{1/2})$ при $s = R - r \rightarrow 0$, поэтому решение уравнения (2.1) на каждом шаге метода последовательных приближений может быть получено итерационным методом минимальных невязок [10]:

$$Bq_{i+1} = Bq_i - c_{i+1}(Aq_i + \varphi_0) \quad (2.2)$$

где оператор B имеет вид $Bq(r) = (R^2 - r^2)^{-1/2} q(r)$, а постоянная c_{i+1} определяется из условия минимума нормы невязки $\Delta_{i+1} = Aq_{i+1} + \varphi_0$.

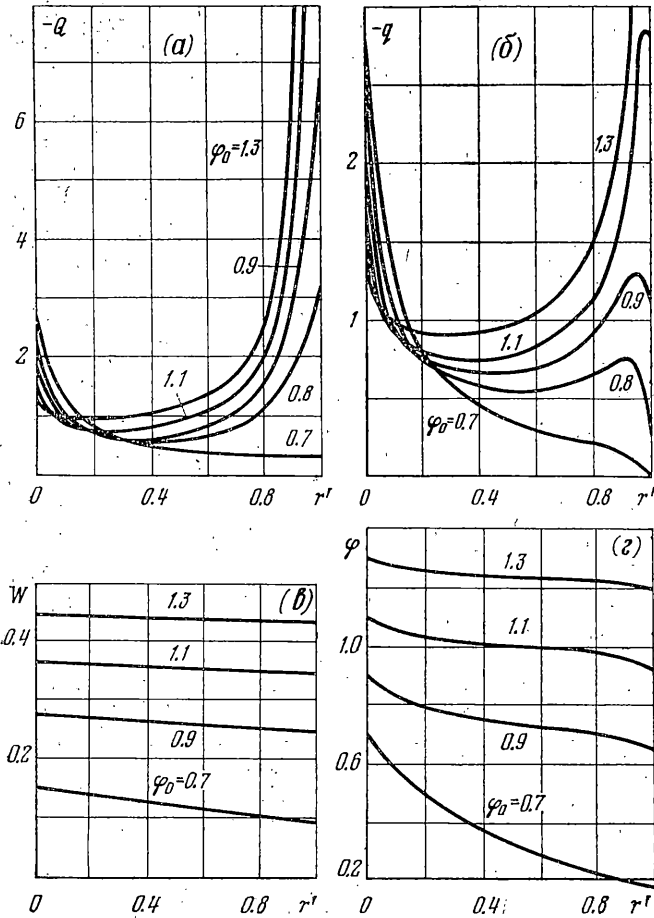
Так как в соответствии с (2.2) $\Delta_{i+1} = \Delta_i - c_{i+1} AB^{-1} \Delta_i$, то минимум

$$\|\Delta_{i+1}\| = \|\Delta_i\| - 2c_{i+1}(AB^{-1} \Delta_i, \Delta_i) + c_{i+1}^2 (AB^{-1} \Delta_i, AB^{-1} \Delta_i)$$

достигается при $c_{i+1} = (AB^{-1} \Delta_i, \Delta_i) / (AB^{-1} \Delta_i, AB^{-1} \Delta_i)$.

Если скалярное произведение определено в пространстве $L_2[0, R]$, то, как следует из (2.1), оператор AB^{-1} является положительным и $c_{i+1} > 0$ при $\|\Delta_i\| \neq 0$.

После введения новых неизвестных функций $Q(r) = Bq(r)$, $W(r) = Bw(r)$, явно учитывающих поведение $q(r)$ и $w(r)$ при $r \rightarrow R$, оператор A



Фиг. 2

принимает вид

$$Aq(r) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} (R^2 - r^2 \sin^2 \alpha) d\alpha \int_0^{\pi/2} \cos^2 \beta Q([r^2 \sin^2 \alpha + (R^2 - r^2 \sin^2 \alpha) \sin^2 \beta]^{1/2}) d\beta + 3k \int_0^r \frac{\theta(t-r_0) dt}{tW^3(t)} \int_0^1 x^2 Q([R^2 - (R^2 - t^2)x^2]^{1/2}) dx$$

$$W(r) = \frac{D}{\pi \mu} \frac{2\eta - \kappa}{2\eta - 1} \int_0^1 \{p_0 - \sigma_0 + \varphi_0 + I[(r^2 + (R^2 - r^2)x^2]^{1/2}, \varphi - \varphi_0]\} dx$$

$$I(t, f) = \left[1 - \left(\frac{r_0}{t} \right)^2 \right]^{1/2} \int_0^1 f([t^2 - (t^2 - r_0^2)x^2]^{1/2}) dx$$

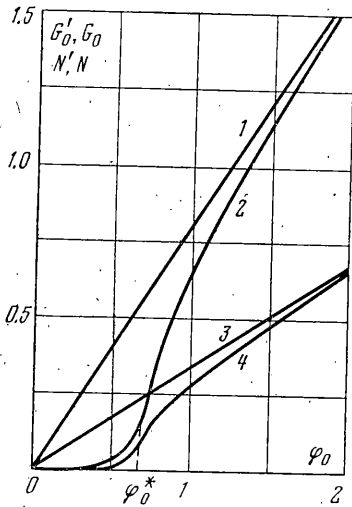
Функции $Q(r)$, $W(r)$ и $\varphi(r)$ вычислялись в некотором числе (от 30 до 80) равноотстоящих точек отрезка $[0, R]$; для их определения в промежуточных точках использовалась параболическая интерпретация.

В качестве начальных приближений обычно выбирались

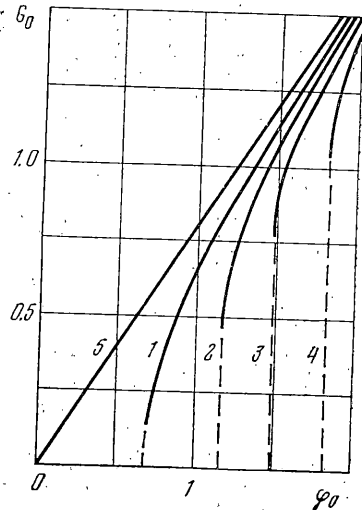
$$Q(r) = -\frac{\varphi_0}{R^2}, \quad W(r) = \frac{D}{\pi\mu} \frac{2\eta - \kappa}{2\eta - 1} (p_0 - \sigma_0 + \varphi_0)$$

Последнее соотношение отвечает раскрытию при постоянном давлении жидкости в трещине $p_0 + \varphi_0$.

Результаты расчетов функций $Q(r)$, $q(r)$, $W(r)$ и $\varphi(r)$ для возрастающей последовательности значений давления нагнетания φ_0 в случае $\sigma_0 - p_0 = 0$ приведены на фиг. 2 ($R=1$, $r_0=0.05$, $\mu'=0.01$, $\mu=1$, $D=1.3$, $\eta=4$, $\kappa=2$, $r'=(r-r_0)/(R-r_0)$):



Фиг. 3



Фиг. 4

При малых значениях давления нагнетания раскрытие трещины мало, поэтому гидравлическое сопротивление трещины велико, и большая часть перепада давления жидкости в трещине приходится на прискважинную зону. При этом поток жидкости через поверхности трещины быстро убывает при удалении от стенки скважины. С увеличением давления нагнетания и соответствующим ему увеличением раскрытия трещины падение давления в ней становится более плавным, а распределение потока жидкости по поверхности трещины — более равномерным.

Интересная ситуация имеет место при больших значениях давления на забое скважины. В этом случае гидравлическое сопротивление трещины стремится к нулю, давление в трещине становится практически постоянным, равным давлению нагнетания, и картина течения приобретает отчетливо выраженный погранслойный характер. Распределение потока по границе трещины в ее средней части стремится к соответствующему решению задачи об «идеальной» трещине (внешнее решение): $\varphi(r) = \varphi_0$ и, согласно (1.9):

$$q(r) = (-2/\pi) (R^2 - r^2)^{-1/2} \varphi_0 \quad (0 \leq r \leq R)$$

а выход на «корневую» асимптотику (внутреннее решение), исследованную в [9], осуществляется в узкой области, примыкающей к концу трещины. При достаточно больших значениях давления нагнетания наличие этой области слабо сказывается на величине расхода жидкости, закачиваемой в пласт, определяемого в этом случае главным образом внешним решением задачи об идеальной трещине.

Зависимости расхода G_0 и коэффициента интенсивности напряжений N от давления нагнетания φ_0 в случае реальной и идеальной трещины, для которой (при условии, что $r_0 \ll R$):

$$G_0' = (8k/\mu') R \varphi_0, \quad N' = (2\eta - \kappa) / (2\pi\eta) \sqrt{2R} (\rho_0 - \sigma_0 + \varphi_0)$$

показаны на фиг. 3 (кривые 1–4 соответствуют G_0' , G_0 , N' и N). Видно, что существует некоторое критическое значение давления нагнетания φ_0^* , показанное пунктирной линией, такое, что при $\varphi_0 < \varphi_0^*$ величины G_0 и N малы, а при $\varphi_0 \geq \varphi_0^*$ в результате раскрытия трещины происходит резкое увеличение расхода жидкости G_0 , закачиваемой в пласт, и коэффициента интенсивности напряжений N .

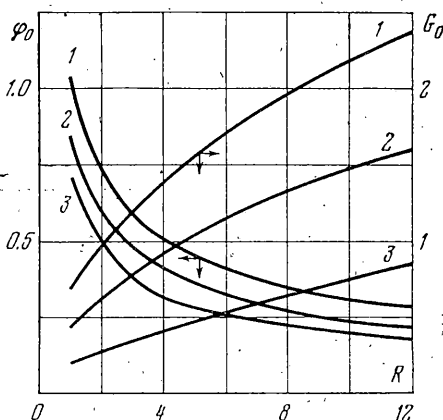
Подобные зависимости расхода закачиваемой жидкости от давления нагнетания хорошо известны в практике экспериментального исследования явления гидроразрыва [41]; по ним регистрируется расширение естественных поверхностей нарушения сплошности насыщенной жидкостью породы. Видно, что с увеличением φ_0 (при $\varphi_0 \geq \varphi_0^*$) G_0 стремится к G_0' несколько медленнее, чем N к N' . Это различие усиливается в случае учета начального напряженного состояния насыщенного жидкостью пласта, содержащего трещину. При $\varphi_0 \leq \sigma_0 - p_0$ расход $G_0 = 0$; при $\varphi_0 > \sigma_0 - p_0$ расход жидкости, закачиваемой в трещину, возрастает сначала медленно, а затем (по достижении некоторого критического значения давления нагнетания φ_0^*) быстро и стремится к G_0' . Кривые 1–4 на фиг. 4 соответствуют $\sigma_0 - p_0 = 0, 0.3, 0.5, 0.7$; кривая 5 характеризует изменение G_0' .

Таким образом, с увеличением глубины залегания продуктивного пласта H проявление «неидеальности» трещины будет усиливаться. Очевидно, аналогичный эффект будет иметь место при уменьшении радиуса скважины r_0 .

Приведем без доказательства результат, справедливость которого подтверждается численными расчетами: при уменьшении давления нагнетания φ_0 в точке перегиба графика $G_0(\varphi_0)$ значение $\varphi(R)$ обращается в нуль.

3. Для исследования процесса распространения трещины необходимо модифицировать метод последовательных приближений, использованный для расчета допредельного равновесного состояния трещины, таким образом, чтобы по заданному давлению нагнетания φ_0 или расходу G_0 можно было найти радиус трещины R , при котором выполняется условие (1.13). В данном случае, однако, можно поступить иначе, а именно фиксировать радиус трещины R , принимающий последовательно ряд значений, и варьировать φ_0 до выполнения условия (1.13).

Результаты расчетов зависимостей $\varphi_0(R)$ и $G_0(R)$ при $\sigma_0 - p_0 = 0$ показаны на фиг. 5 (кривые 1–3 соответствуют $N_0 = 0.3, 0.2, 0.1$). Увеличение расхода закачиваемой жидкости G_0 при распространении трещины приводит к падению давления нагнетания φ_0 , причем с увеличением радиуса трещины $\varphi_0(R)$ и $G_0(R)$ стремятся к соответствующему решению задачи об идеальной трещине, для которой, согласно (1.9) и (1.13)



Фиг. 5

(при условии, что $r_0 \ll R$):

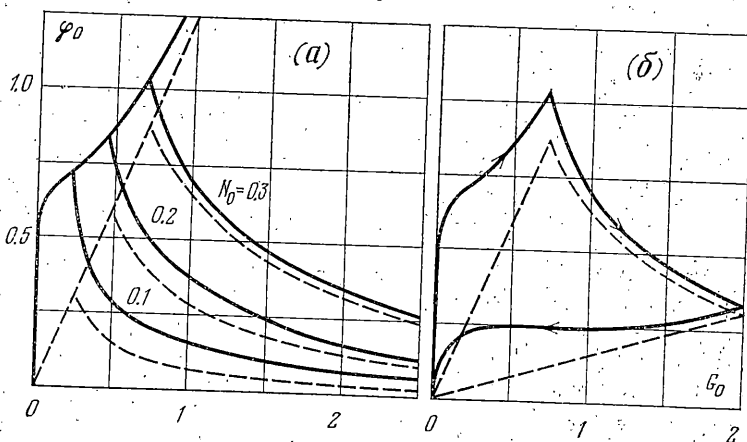
$$G_0 = (8k/\mu')R\varphi_0, \quad \varphi_0 = \sigma_0 - p_0 + cN_0R^{-1/2} \quad (3.4)$$

Исключая радиус трещины R из рассчитанных параметрических зависимостей φ_0 от G_0 , получим индикаторные кривые «расход — давление нагнетания» при гидравлическом разрыве пласта (фиг. 6, а, $\sigma_0 - p_0 = 0$).

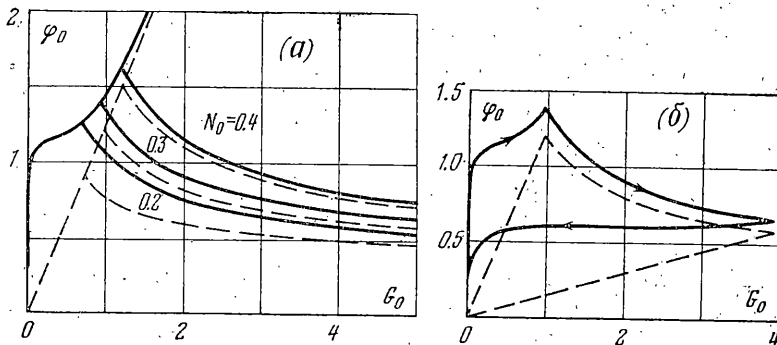
Шифр кривых, показанных на фиг. 5 и 6, а — критическое значение коэффициента интенсивности напряжений N_0 . Возрастающий участок кривых $\varphi_0(G_0)$ отвечает увеличению раскрытия трещины, не достигшей предельно-равновесного состояния (первая стадия гидравлического разрыва пласта), излом и последующее падение давления нагнетания — началу распространения трещины.

Аналогичные зависимости $\varphi_0(G_0)$ получаются при $\sigma_0 - p_0 > 0$ (фиг. 7, а, $\sigma_0 - p_0 = 0.3$). Как следует из многочисленных промысловых данных [1, 11], рассчитанные индикаторные кривые $\varphi_0(G_0)$ правильно отражают характер изменения давления нагнетания на забое скважины φ_0 от расхода закачиваемой жидкости G_0 при гидравлическом разрыве пласта.

Естественно, что после окончания разрыва обратный ход индикаторных кривых $\varphi_0(G_0)$ будет иным, что приводит к образованию своеобразных замкнутых циклов (фиг. 6, б, $N_0 = 0.3$ и 7, б, $N_0 = 0.3$). Таким образом, часто наблюдаемая в практике необратимость индикаторных кривых расход — давление нагнетания может быть следствием не только пла-



Фиг. 6



Фиг. 7

стических деформаций, но и увеличения размера трещин в прискважинной зоне пласта. Пунктирные линии на фиг. 6 и 7 отвечают идеальной трещине.

При заданном режиме нагнетания из соотношений (3.1) можно найти скорость распространения идеальной трещины. На начальной стадии развития трещины, когда величиной $\sigma_0 - p_0$ в (3.1) можно пренебречь, $G_0 \approx (8ck/\mu') N_0 R^{1/2}$, т. е. скорость роста трещины отстает от скорости увеличения расхода. При больших радиусах трещины $G_0 \approx (8k/\mu') (\sigma_0 - p_0) R$ и, следовательно, скорость роста трещины будет пропорциональна скорости увеличения темпа нагнетания.

Соотношения (3.1), в принципе, могут быть использованы также для определения модуля сцепления горной породы [4] $K = \pi N_0$ по данным измерения расхода G_0 и давления нагнетания на забое скважины φ_0 :

$$K = \frac{\pi}{c} \sqrt{\frac{\mu' G_0}{8k \varphi_0} (p_0 - \sigma_0 + \varphi_0)}$$

при этом радиус трещины R находится по формуле

$$R^{1/2} = -\frac{cN_0}{2(\sigma_0 - p_0)} + \left\{ \left[\frac{cN_0}{2(\sigma_0 - p_0)} \right]^2 + \frac{\mu' G_0}{8k(\sigma_0 - p_0)} \right\}^{1/2} \quad (3.2)$$

Из (3.2) следует

$$R = \frac{\mu' G_0}{8k(\sigma_0 - p_0)} \quad \text{при} \quad G_0(\sigma_0 - p_0) \gg \frac{2k}{\mu'} (cN_0)^2$$

т. е. размер трещины в этом случае полностью определяется отношением проницаемости среды к вязкости жидкости, расходом жидкости, закачиваемой в пласт, и разностью между вертикальным горным давлением и начальным давлением жидкости в пласте.

$$P_{k+1, k} = \Phi_{k+1, k} P_{k, k} \Phi_{k+1, k}$$

Удержание трещины, образовавшейся в результате гидравлического разрыва пласта, в раскрытом состоянии часто осуществляется путем закачки в нее смеси жидкости с песком, препятствующим смыканию поверхностей трещины после прекращения нагнетания. Необходимое количество песка определяется объемом трещины V . Если модуль сцепления горной породы K и радиус трещины R известны, то

$$V \leq V', \quad V' = \frac{4\sqrt{2} D \eta K}{3(2\eta - 1) \mu} R^{3/2}$$

где V' — объем идеальной трещины.

Автор выражает признательность В. М. Ентову, по предложению и под руководством которого была выполнена эта работа.

Поступила 11 XII 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Желтов Ю. П. Деформации горных пород. М., «Недра», 1966.
2. Biot M. A. General theory of three-dimensional consolidation. J. Appl. Phys., 1941, vol. 12, No. 2.
3. Biot M. A. General solutions of the equations of elasticity and consolidation of porous material. J. Appl. Mech., 1956, vol. 23, No. 1.

4. Баренблатт Г. И. О равновесных трещинах, образующихся при хрупком разрушении. Устойчивость изолированных трещин. Связь с энергетическими теориями. ПММ, 1959, т. 23, вып. 5.
5. Керчман В. И. Задачи консолидации и связанной термоупругости для деформируемого полупространства. Изв. АН СССР. МТТ, 1976, № 1.
6. Biot M. A., Willis D. G. The elastic coefficients of the theory of consolidation. J. Appl. Mech., 1957, vol. 24, No. 4.
7. Уфлянд Я. С. Метод парных уравнений в задачах математической физики. Л., «Наука», 1977.
8. Снеддон И. Преобразования Фурье. М., Изд-во иностр. лит., 1955.
9. Завоский А. Ф., Панько С. В. О локальной структуре решения связанной задачи о трещине гидроразрыва в проницаемой среде. Изв. АН СССР. МТТ, 1978, № 5.
10. Красносельский М. А., Вайникко Г. М., Забрейко П. П., Ругицкий Я. Б., Стеценко В. Я. Приближенное решение операторных уравнений. М., «Наука», 1969.
11. Максимович Г. К. Гидравлический разрыв нефтяных пластов. М., Гостоптехиздат, 1957.