

## ЯВЛЕНИЕ САМОСИНХРОНИЗАЦИИ В СКОРОСТНЫХ ГИРОСКОПИЧЕСКИХ ОПОРАХ

В. Ф. ЖУРАВЛЕВ, А. А. ЛАПИН

(Москва)

Описано новое механическое явление — самосинхронизация движения тел качения в гироскопических опорах, которое приводит к разнообразным эффектам, наблюдаемым в гироскопах: повышенный износ тел качения, неустойчивость «спина» шариков, существование низкочастотных колебательных процессов и др.

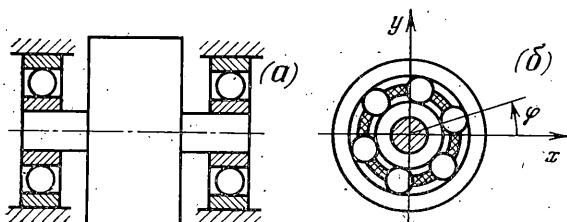
Осуществлено подробное аналитическое исследование явления, найдены периодические режимы, изучена их устойчивость и область существования, получены различные следствия и выводы.

1. В представленном исследовании специфические гироскопические свойства ротора в подшипниках нигде не фигурируют.

Однако это исследование ставит себе целью описать и объяснить ряд явлений, наблюдаемых на практике именно в гироскопических приборах и определяемых, по-видимому, тем соотношением параметров, которое характерно для гироскопических опор.

Особенности скоростных узлов гироскопов таковы: высокая угловая скорость вращения ротора, наличие осевого натяга радиально-упорных подшипников, высокая точность изготовления элементов опоры и др.

Изучая движение ротора, будем прежде всего иметь в виду ротор гироскопа, хотя, возможно, сфера проявления изучаемых эффектов шире.



Фиг. 1

Объект исследования изображен на фиг. 1. Будем полагать эту систему состоящей из трех тел: ротора, имеющего две степени свободы линейных перемещений в радиальной плоскости, и двух комплектов шариков вместе с сепараторами для каждого из подшипников. Комплект шариков с сепаратором имеет одну степень свободы относительно неподвижного кольца.

Обычно принимается, что сепаратор с шариками не имеет собственной степени свободы и вращается с фиксированной скоростью, определяемой скоростью вращения ротора и размерами элементов подшипника.

Учет в данной задаче собственной свободы сепаратора означает, что в режиме гидродинамического контакта шарики могут проскальзывать и

скорость сепаратора может не совпадать с указанным выше кинематическим значением, а будет определяться балансом действующих на тела качения сил.

Считая, что сепаратор имеет одну степень свободы, полагаем, что скорости шариков кинематически связаны со скоростью сепаратора так, что сепаратор с шариками представляет собой одно тело с приведенным моментом инерции вокруг оси вращения.

Движение ротора будем описывать в переменных  $x, y$ , определяющих положение центра масс ротора в связанной с основанием системе координат. Положение сепаратора одного из подшипников относительно неподвижного кольца зададим углом  $\varphi_1$ , положение сепаратора другого подшипника — углом  $\varphi_2$ .

В задаче не учитываются прочие возможные степени свободы. Они мало влияют на существование описываемого ниже явления, которое наиболее ясно может быть изучено в приведенной выше схеме.

В радиальной плоскости на ротор действуют упругие и диссипативные силы, его уравнения движения по этим координатам имеют вид

$$mx''+dx' = \partial U / \partial x, \quad my''+dy' = \partial U / \partial y$$

Здесь  $m$  — масса ротора,  $d$  — коэффициент демпфирования,  $U$  — потенциал упругих сил.

Уравнение движения сепаратора первого подшипника запишем в виде

$$I_1\varphi_1'' = h_1(\Omega_1 - \varphi_1) + b_1 \operatorname{sgn}(\Omega_1 - \varphi_1) + \partial U / \partial \varphi_1$$

где  $I_1$  — момент инерции вокруг оси вращения сепаратора вместе с шариками,  $\Omega_1$  — кинематическое значение скорости вращения сепаратора.

Если скорость вращения сепаратора  $\varphi_1$  не совпадает с кинематической, то со стороны колец к нему приложены моменты:  $h_1(\Omega_1 - \varphi_1)$  — вязкого трения и  $b_1 \operatorname{sgn}(\Omega_1 - \varphi_1)$  — сухого трения. Коэффициенты  $h_1$  и  $b_1$  зависят от свойств трения и от осевого натяга в подшипнике. Силовая функция сил упругости  $U$  зависит не только от радиальных смещений, но и от положения комплекта шаров в подшипнике [1, 2], поэтому, помимо сил трения, на сепаратор действуют еще и консервативные моменты  $\partial U / \partial \varphi_1$ .

Аналогичное уравнение можно написать и для другого подшипника.

Структура силовой функции упругих сил неидеального подшипника в общем случае получена в [1], в данной задаче используется ее простейшее представление, содержащее лишь квадратичную часть и одну из гармоник линейной части

$$U = -1/2K(x^2 + y^2) + y(p \cos \varphi_1 + q \cos \varphi_2) + x(p \sin \varphi_1 + q \sin \varphi_2)$$

где  $K$  — радиальная жесткость подшипника,  $p$  и  $q$  характеризуют дефекты первого и второго подшипников и зависят от жесткостей этих подшипников. При отсутствии дефектов  $p=q=0$ .

В данном случае рассматриваются дефекты, проявляющиеся на частоте вращения сепаратора (например, разноразмерность шариков), что не принципиально; можно было бы рассматривать произвольную частоту введением коэффициента  $k$ :  $k\varphi_1, k\varphi_2$ .

Учитывая все сказанное выше, получим следующие уравнения движения системы:

$$\begin{aligned} mx''+dx'+Kx &= p \sin \varphi_1 + q \sin \varphi_2, \quad my''+dy'+Ky = p \cos \varphi_1 + q \cos \varphi_2 \\ I_1\varphi_1'' &= h_1(\Omega_1 - \varphi_1) + b_1 \operatorname{sgn}(\Omega_1 - \varphi_1) + p(x \cos \varphi_1 - y \sin \varphi_1) \\ I_2\varphi_2'' &= h_2(\Omega_2 - \varphi_2) + b_2 \operatorname{sgn}(\Omega_2 - \varphi_2) + q(x \cos \varphi_2 - y \sin \varphi_2) \end{aligned} \quad (1.1)$$

Для дальнейшего удобно ввести в рассмотрение безразмерное время  $\tau=t\sqrt{K/m}$ . Уравнения (1.1) при этом примут вид

$$x''+hx'+x=a \sin \varphi_1+b \sin \varphi_2, \quad y''+hy'+y=a \cos \varphi_1+b \cos \varphi_2$$

$$A_1 \varphi_1''=\mu_1(\omega_1-\varphi_1')+f_1 \operatorname{sgn}(\omega_1-\varphi_1')+a(x \cos \varphi_1-y \sin \varphi_1)$$

$$A_2 \varphi_2''=\mu_2(\omega_2-\varphi_2')+f_2 \operatorname{sgn}(\omega_2-\varphi_2')+b(x \cos \varphi_2-y \sin \varphi_2)$$

Постоянные коэффициенты этой системы связаны с исходными физическими параметрами задачи следующим образом:

$$h=d/\sqrt{Km}, \quad a=pK^{-1}, \quad b=qK^{-1}, \quad \mu_i=h_i/\sqrt{Km}, \quad f_i=b_iK^{-1}$$

$$A_i=I_i m^{-1}, \quad \omega_i=\Omega_i \sqrt{m/K} \quad (i=1, 2)$$

Штрихом обозначено дифференцирование по безразмерному времени. Приведем эти уравнения к форме, более удобной для аналитического исследования, введя переменные

$$x=r_1 \sin \psi_1, \quad y=r_2 \sin \psi_2, \quad x'=r_1 \cos \psi_1, \quad y'=r_2 \cos \psi_2$$

В результате в новых переменных получим следующую систему:

$$\begin{aligned} r_1' &=-hr_1 \cos^2 \psi_1+a \sin \varphi_1 \cos \psi_1+b \sin \varphi_2 \cos \psi_1 \\ r_2' &=-hr_2 \cos^2 \psi_2+a \cos \varphi_1 \cos \psi_2+b \cos \varphi_2 \cos \psi_2 \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$\varphi_1'=1+h \cos \psi_1 \sin \psi_1-(a/r_1) \sin \varphi_1 \sin \psi_1-(b/r_1) \sin \varphi_2 \sin \psi_1, \quad \varphi_1'=\Phi_1$$

$$\varphi_2'=1+h \cos \psi_2 \sin \psi_2-(a/r_2) \cos \varphi_1 \sin \psi_2-(b/r_2) \cos \varphi_2 \sin \psi_2, \quad \varphi_2'=\Phi_2$$

$$A_1 \Phi_1'=\mu_1(\omega_1-\Phi_1)+f_1 \operatorname{sgn}(\omega_1-\Phi_1)+a(r_1 \sin \psi_1 \cos \varphi_1-r_2 \sin \psi_2 \sin \varphi_1)$$

$$A_2 \Phi_2'=\mu_2(\omega_2-\Phi_2)+f_2 \operatorname{sgn}(\omega_2-\Phi_2)+b(r_1 \sin \psi_1 \cos \varphi_2-r_2 \sin \psi_2 \sin \varphi_2)$$

Система (1.1) обладает специфической нелинейностью: некоторые из искомых переменных  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  входят под знаки тригонометрических функций, обладая неограниченным ростом во времени. Такие системы называются системами с вращательными звеньями, и уравнения (1.2) приспособлены для анализа системы такого характера методом усреднения.

Будем рассматривать случай резонанса, считая малыми следующие разности:  $\Delta=\Phi_1-1$  и  $\Phi_1-\Phi_2$ .

В соответствии с общей процедурой исследования резонанса выполним замену

$$\varphi_1-\psi_1=\theta_1, \quad \varphi_1-\psi_2=\theta_2, \quad \varphi_1-\varphi_2=\theta$$

откуда выразим

$$\varphi_1=\psi_1+\theta_1=\psi_2+\theta_2, \quad \varphi_2=\psi_1+\theta_1-\theta=\psi_2+\theta_2-\theta$$

Подставляя эти соотношения в (1.2), получим

$$\begin{aligned} r_1' &=-hr_1 \cos^2 \psi_1+a \sin (\psi_1+\theta_1) \cos \psi_1+b \sin (\psi_1+\theta_1-\theta) \cos \psi_1 \\ r_2' &=-hr_2 \cos^2 \psi_2+a \cos (\psi_2+\theta_2) \cos \psi_2+b \cos (\psi_2+\theta_2-\theta) \cos \psi_2 \\ A_1 \Phi_1' &=\mu_1(\omega_1-\Phi_1)+f_1 \operatorname{sgn}(\omega_1-\Phi_1)+ \\ &+a[r_1 \sin \psi_1 \cos (\psi_1+\theta_1)-r_2 \sin \psi_2 \sin (\psi_2+\theta_2)] \\ A_2 \Phi_2' &=\mu_2(\omega_2-\Phi_2)+f_2 \operatorname{sgn}(\omega_2-\Phi_2)+ \\ &+b[r_1 \sin \psi_1 \cos (\psi_1+\theta_1-\theta)-r_2 \sin \psi_2 \sin (\psi_2+\theta_2-\theta)] \\ \theta' &=\Phi_1-\Phi_2 \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$\begin{aligned}\theta_1' &= \Delta - h \cos \psi_1 \sin \psi_1 + (a/r_1) \sin \psi_1 \sin(\psi_1 + \theta_1) + (b/r_1) \sin \psi_1 \sin(\psi_1 + \theta_1 - \theta) \\ \theta_2' &= \Delta - h \cos \psi_2 \sin \psi_2 + (a/r_2) \sin \psi_2 \cos(\psi_2 + \theta_2) + (b/r_2) \sin \psi_2 \cos(\psi_2 + \theta_2 - \theta) \\ \psi_1' &= 1 + \dots, \quad \psi_2' = 1 + \dots\end{aligned}$$

В системе (1.3) первые семь переменных можно рассматривать как медленные, если считать коэффициенты трения, а также дефекты подшипников малыми. Фазы  $\psi_1$  и  $\psi_2$  — быстрые.

Произведем по этим фазам усреднение системы (1.3)

$$\begin{aligned}r_1' &= -1/2[r_1 - a \sin \theta_1 - b \sin(\theta_1 - \theta)], \quad r_2' = -1/2[r_2 - a \cos \theta_2 - b \cos(\theta_2 - \theta)] \\ A_1 \Phi_1' &= \mu_1(\omega_1 - \Phi_1) + f_1 \operatorname{sgn}(\omega_1 - \Phi_1) - 1/2(r_1 \sin \theta_1 + r_2 \cos \theta_2)a \\ A_2 \Phi_2' &= \mu_2(\omega_2 - \Phi_2) + f_2 \operatorname{sgn}(\omega_2 - \Phi_2) - 1/2(r_1 \sin(\theta_1 - \theta) + r_2 \cos(\theta_2 - \theta))b \\ \theta' &= \Phi_1 - \Phi_2 \\ \theta_1' &= \Delta + a(2r_1)^{-1} \cos \theta_1 + b(2r_1)^{-1} \cos(\theta_1 - \theta) \\ \theta_2' &= \Delta - (2r_2)^{-1}[a \sin \theta_2 + b \sin(\theta_2 - \theta)]\end{aligned}\tag{1.4}$$

2. Возможны два типа стационарных режимов в системе (1.4), при которых движение одного сепаратора захватывает движение другого так, что они движутся с одинаковой скоростью  $\Phi_1 = \Phi_2$ : в одном из подшипников проскальзывание отсутствует (пусть для определенности это первый подшипник, тогда  $\Phi_1 = \Phi_2 = \omega_1$ ); проскальзывают оба подшипника.

Рассмотрим режим первого типа. Для него уравнения стационарного движения примут вид

$$\begin{aligned}-hr_1 + a \sin \theta_1 + b \sin(\theta_1 - \theta) &= 0, \quad -hr_2 + a \cos \theta_2 + b \cos(\theta_2 - \theta) = 0 \\ \mu_2(\omega_2 - \omega_1) + f_2 + 1/2b[-r_1 \sin(\theta_1 - \theta) - r_2 \cos(\theta_2 - \theta)] &= 0 \\ 2\Delta r_1 + a \cos \theta_1 + b \cos(\theta_1 - \theta) &= 0, \quad 2\Delta r_2 - a \sin \theta_2 - b \sin(\theta_2 - \theta) = 0\end{aligned}$$

Решение этих нелинейных уравнений относительно переменных  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  выражается следующими формулами:

$$\begin{aligned}r^2 = r_1^2 = r_2^2 &= (4\Delta^2 + h^2)^{-1} [(2hM + a^2 - b^2)(4\Delta^2 + h^2) + 8\Delta^2 b^2 \pm \\ &\pm 4\Delta\sqrt{a^2 b^2 (4\Delta^2 + h^2) - [(4\Delta^2 + h^2)M - b^2 h]^2}]\end{aligned}\tag{2.1}$$

$$\cos \theta = [r^2 (4\Delta^2 + h^2) - a^2 - b^2] (2ab)^{-1}, \quad \theta_2 = \theta_1 - \pi/2$$

$$\theta_1 - \theta = \begin{cases} \arcsin(M/b) & (\text{для знака минус в формуле для } r^2) \\ \pi - \arcsin(M/b) & (\text{для знака плюс}) \end{cases}$$

или, в исходных переменных

$$\varphi_1 = \omega_1 \tau, \quad \varphi_2 = \omega_2 \tau - \theta, \quad x = r \sin(\omega_1 \tau - \theta_1), \quad y = r \cos(\omega_1 \tau - \theta_1)$$

Здесь через  $M$  обозначено:  $M = \mu_2(\omega_2 - \omega_1) + f_2$ .

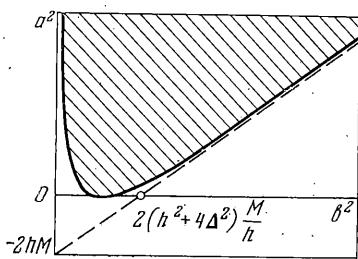
Физически различных режимов в системе два. Верхнему знаку в (2.1) соответствует  $\cos(\theta_1 - \theta) < 0$ , нижнему —  $\cos(\theta_1 - \theta) > 0$ .

Для того чтобы решения (2.1) существовали, необходима и достаточна положительность подкоренного выражения в формуле для  $r^2$ :

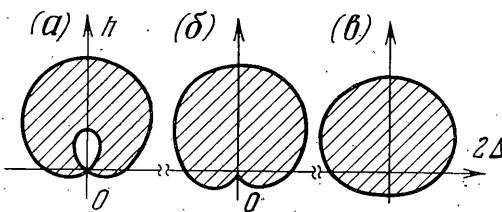
$$a^2 b^2 (4\Delta^2 + h^2) - [(4\Delta^2 + h^2)M - b^2 h]^2 \geq 0\tag{2.2}$$

Знак равенства в (2.2) определяет границу области существования режимов самосинхронизации.

Рассмотрим уравнение границы в плоскости  $(a^2, b^2)$ ,  $a$ ,  $b$  — величины, характеризующие дефекты подшипников.



Фиг. 2



Фиг. 3

Разрешая (2.2) относительно  $a^2$ , получим

$$a^2 = h^2 b^2 (h^2 + 4\Delta^2)^{-1} - 2hM + M^2 (h^2 + 4\Delta^2) b^{-2}$$

Кривая является гиперболой, ее графическое представление дано на фиг. 2. Если проскальзывающий подшипник идеален ( $b=0$ ), то рассматриваемый режим невозможен. Если идеален непроскальзывающий подшипник, то режим возможен только при значении  $b^2=M(4\Delta^2+h^2)/h$ . Области существования всюду заштрихованы.

Изучим теперь поведение границы области существования в плоскости  $(\Delta, h)$ .

Для этого введем полярные координаты в этой плоскости

$$2\Delta = \rho \cos \alpha, \quad h = \rho \sin \alpha \quad (2.3)$$

Подставляя (2.3) в (2.2), получим

$$\rho = b(b \sin \alpha + a) M^{-1} \quad (2.4)$$

Эта кривая представляет собой улитку Паскаля (фиг. 3). Из (2.4) можно получить простиные необходимые условия существования режима  $hM \leq b(b+a)$ ,  $2\Delta M < b(b+a)$ .

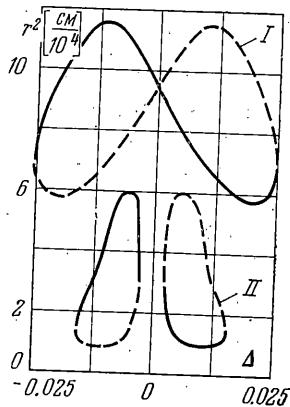
Отсюда видно, что при достаточно большом демпфировании  $h$  или трении проскальзывания  $M$ , а также при достаточно малых дефектах режим самосинхронизации невозможен. Кроме того, видно, что при достаточно большой расстройке  $\Delta$  исследуемый режим исчезает; это означает, что он имеет сугубо резонансный характер.

Если демпфирование таково, что прямая  $h=\text{const}$  пересекает границу области существования (фиг. 3, a) в четырех точках, то режим исчезает и в малой окрестности нуля.

Соответствующий вид амплитудно-частотных характеристик, построенных по формуле (2.1), представлен на фиг. 4.

Часть области существования (фиг. 3), лежащая ниже оси  $h=0$ , имеет смысл для случая  $M < 0$ , т. е. когда устанавливающаяся скорость проскальзывающего сепаратора выше его кинематической скорости (отрицательное проскальзывание). В частности, видно, что возможности осуществления такого режима меньше, чем для  $M > 0$ .

Следовательно, более вероятно проскальзывание того сепаратора, у которого кинематическая скорость выше.



Фиг. 4

3. Для исследования устойчивости достаточно записать уравнения в вариациях системы (1.4)

$$\begin{aligned} 2\delta r_1' &= -h\delta r_1 - 2\Delta r\delta\theta_1 - b \cos(\theta_1 - \theta)\delta\theta, \\ 2\delta r_2' &= -h\delta r_2 - 2\Delta r\delta\theta_2 - b \cos(\theta_1 - \theta)\delta\theta, \\ 2rA_2\delta\Phi_2' &= -2r\mu_2\delta\Phi_2 - br^2 \cos(\theta_1 - \theta)\delta\theta_1 - br^2 \cos(\theta_1 - \theta)\delta\theta_2 + \\ &\quad + 2br^2 \cos(\theta_1 - \theta)\delta\theta - M\delta r_1 - M\delta r_2, \\ \delta\theta' &= -\delta\Phi_2, \quad 2r^2\delta\theta_1' = 2\Delta r\delta r_1 - hr^2\delta\theta_1 + M\delta\theta, \quad 2r^2\delta\theta_2' = 2\Delta r\delta r_2 - hr^2\delta\theta_2 + M\delta\theta \end{aligned}$$

Характеристический определитель этой системы имеет вид

$$\left| \begin{array}{cccccc} -h - 2\lambda & 0 & 0 & -b \cos(\theta_1 - \theta) & -2\Delta r & 0 \\ 0 & -h - 2\lambda & 0 & -b \cos(\theta_1 - \theta) & 0 & -2\Delta r \\ M & M & 2r\mu_2 + 2rA_2\lambda & -2br^2 \cos(\theta_1 - \theta) & br^2 \cos(\theta_1 - \theta) & br^2 \cos(\theta_1 - \theta) \\ 0 & 0 & -1 & -\lambda & 0 & 0 \\ 2\Delta r & 0 & 0 & M & -hr^2 - 2r^2\lambda & 0 \\ 0 & 2\Delta r & 0 & M & 0 & -hr^2 - 2r^2\lambda \end{array} \right| = 0$$

Раскрывая этот определитель, получим характеристическое уравнение системы в вариациях, которое может быть приведено к виду

$$[(\frac{1}{2}h + \lambda)^2 + \Delta^2] \{ [(\frac{1}{2}h + \lambda)^2 + \Delta^2] [(\mu_2 A_2^{-1} + \lambda)\lambda + \\ + rbA_2^{-1} \cos(\theta_1 - \theta)] + \frac{1}{2}b^2 \Delta A_2^{-1} \} = 0$$

откуда сразу получаем два корня  $\lambda_{1,2} = -h/2 \mp i\Delta$ . Устойчивость, следовательно, будет определяться знаком вещественных корней оставшегося сомножителя четвертой степени и может быть исследована с помощью критерия Рауса — Гурвица.

При малых  $b$  приближенные значения корней полинома четвертой степени могут быть получены в виде

$$\lambda_{3,4} = -\frac{1}{2}h \pm i\Delta, \quad \lambda_{5,6} = -\frac{1}{2}\mu_2 A_2^{-1} \pm \sqrt{\frac{1}{4}\mu_2^2 A_2^{-2} - rbA_2^{-1} \cos(\theta_1 - \theta)} \quad (3.1)$$

Из (3.1) непосредственно видно, что необходимым и достаточным условием асимптотической устойчивости режима является условие  $\cos(\theta_1 - \theta) > 0$ , т. е. решение (2.1), соответствующее верхнему знаку, неустойчиво, нижнему — устойчиво. На фиг. 4 неустойчивые ветви изображены пунктиром.

4. В случае проскальзывания в обоих подшипниках установившаяся скорость обоих сепараторов  $\Phi = \Phi_1 = \Phi_2$  не совпадает ни с одним из значений  $\omega_1$  или  $\omega_2$ . Величина  $\Phi$  при этом является дополнительной неизвестной.

Уравнения для нахождения стационарного режима в соответствии с (1.4) примут вид

$$-hr_1 + a \sin \theta_1 + b \sin(\theta_1 - \theta) = 0, \quad -hr_2 + a \cos \theta_2 + b \cos(\theta_2 - \theta) = 0$$

$$\mu_1(\omega_1 - \Phi) + f_1 \operatorname{sgn}(\omega_1 - \Phi) - \frac{1}{2}a(r_1 \sin \theta_1 + r_2 \cos \theta_2) = 0$$

$$\mu_2(\omega_2 - \Phi) + f_2 \operatorname{sgn}(\omega_2 - \Phi) - \frac{1}{2}b(r_1 \sin(\theta_1 - \theta) + r_2 \cos(\theta_2 - \theta)) = 0$$

$$2\Delta r_1 + a \cos \theta_1 + b \cos(\theta_1 - \theta) = 0, \quad 2\Delta r_2 - a \sin \theta_2 - b \sin(\theta_2 - \theta) = 0$$

Решение этих уравнений для неизвестных  $r_1, r_2, \Phi$  выглядит так:

$$\begin{aligned} \Phi &= (\omega_1 h_1 + \omega_2 h_2 - hr^2)(h_1 + h_2)^{-1} \\ r^2 = r_1^2 = r_2^2 = b^2 &= \frac{\kappa(1+v) - H(1-v) \pm \{\kappa[4v\kappa - 2H(1-v^2) - (1+H^2)(1-v)^2]\}^{1/2}}{2h^2(1+\kappa)(H^2+\kappa)} \\ v &= a^2 b^{-2}, \quad \kappa = 4\Delta^2 h^{-2}, \quad H = (h_1 - h_2)(h_1 + h_2)^{-1} \end{aligned} \quad (4.1)$$

Условие существования этого режима определяется неравенством

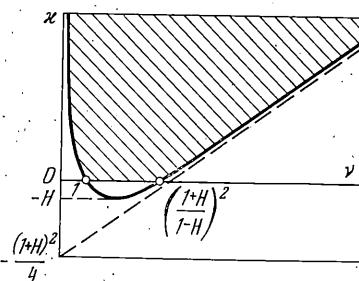
$$\kappa [4v\dot{\kappa} - 2H(1-v^2) - (1+H^2)(1-v)^2] \geq 0$$

Граница области существования в переменных  $\kappa$ ,  $v$  — гипербола (фиг. 5).

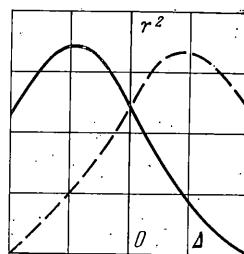
Этот режим, в отличие от предыдущего, не имеет ограничений сверху по величине расстройки  $\Delta$ . Устойчивость исследуется аналогично предыдущему случаю. Вид амплитудно-частотной характеристики, построенной по формуле (4.1), представлен на фиг. 6.

5. Изученное явление может быть причиной самых различных явлений, наблюдавшихся на практике. Приведем некоторые из них.

Навязанное сепаратору динамикой системы проскальзывание со скоростью  $\omega_2 - \omega_1$  вызывает интенсивный износ соответствующего подшипни-



Фиг. 5



Фиг. 6

ка. Это может объяснять наблюдавшиеся случаи преимущественного, преждевременного износа одного из подшипников при, казалось бы, отсутствии существенных отличий от другого.

Известно, что при наличии проскальзывания уменьшается трение верчения. При интенсивном проскальзывании трение верчения невелико и так называемый спин шарика становится неустойчивым — на поверхности шарика появляется несколько беговых дорожек.

Спектр вибрации гироскопа имеет обычно расщепленный характер, т. е. состоит из пар близко расположенных одна к другой спектральных линий, что объясняется незначительным отличием скоростей вращения сепараторов  $\omega_1$  и  $\omega_2$ .

Если же имеет место самосинхронизация опор, то оба подшипника генерируют возмущения на одинаковых частотах. Расщепленность спектра исчезает.

При одних и тех же параметрах системы могут существовать как режимы с самосинхронизацией, так и без нее. Выбор системой режима движения зависит от начальных данных, а наличие случайных возмущений может переводить ее из одного режима в другой в случайные моменты времени. Это обстоятельство делает вибрацию нестационарной. Нестационарным будет и зависящий от нее уход гироскопа.

С явлением самосинхронизации опор связано наличие в системе низкочастотных процессов с частотами, получаемыми из (3.1).

Несколько замечаний по постановке задачи.

Была рассмотрена система, в которой возмущение, действующее на ротор, имеет частоту, равную частоте вращения сепаратора —  $\omega_i$  ( $i=1, 2$ ). Если же частота возмущения другая, т. е.  $k\omega_i$ , то, рассматривая малую расстройку  $\Delta = 1 - k\Phi_1$ , задачу можно свести к изученной, причем выраже-

ния для амплитудно-частотных характеристик (2.1) и (4.1) остаются в силе. Коэффициент в них входит только неявным образом, через  $\Delta$ . Зона же устойчивости с ростом  $k$  убывает.

Поступила 4 V 1977

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Журавлев В. Ф. Динамика ротора в неидеальных шариковых подшипниках. Изв. АН СССР. МТТ, 1974, № 5.
2. Журавлев В. Ф. Об одном типе автоколебаний вращающегося ротора. Изв. АН СССР. МТТ, 1976, № 4.