

**МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 4 · 1979**

УДК 539.55

**КИНЕТИКА РОСТА МАГИСТРАЛЬНЫХ ТРЕЩИН
В ОДНООСНО РАСТЯГИВАЕМЫХ ПОЛИМЕРНЫХ ОБРАЗЦАХ**

В. И. АЛЕШИН, Э. Л. АЭРО, Е. В. КУВШИНСКИЙ

(*Ленинград*)

Рассчитана кинетика роста центральной поперечной трещины в пластине, растягиваемой постоянными напряжениями. Кинетическое уравнение строится на основе закона баланса энергии, в котором используется зависимость удельной работы разрушения W от скорости v роста трещины. Показано, что рост трещины при одноосном растяжении определяется тремя характерными параметрами. Процесс роста состоит из двух этапов: медленного, квазистационарного и быстрого, лавинообразного. Произведено сопоставление результатов расчета с литературными данными и результатами собственных экспериментов на полиметилметакрилате. Результаты сопоставления свидетельствуют о том, что перенесение зависимости $W(v)$, полученной в условиях продольного расщепления, на случай одноосного растяжения образца с поперечной трещиной имеет определенные основания.

1. Показано [1-3] существование в широком диапазоне скоростей v систематической зависимости удельной работы разрушения W (отнесенной к единице обнажаемой поверхности) от скорости, одинаковой для различных способов расщепления и образцов разных величин и сечений (при условии, что толщина образца заметно превышает размеры концевой зоны трещины). Это означает, что по крайней мере при указанных способах расщепления функция $W(v)$ оказывается характеристикой материала. Для ряда органических стекол $W(v)$ может быть аппроксимирована соотношением [4]:

$$W(v) = W_t + W^* \ln^2 \frac{v}{v_t}, \quad W \geq W_t \quad (1.1)$$

где W_t , W^* и v_t — константы, зависящие от природы материала и температуры.

Принципиально важным является распространение зависимости (1.1) на другие способы нагружения, т. е. подтверждение универсальности указанной характеристики квазихрупкого разрушения стеклообразных полимеров. Это положение может быть проверено так: получим кинетическое уравнение роста трещины, использовав эмпирическую зависимость (1.1) в уравнении энергетического баланса, записанном с учетом конкретных условий нагружения, найдем решение и сопоставим его с опытом.

Рассмотрим одноосное растяжение пластины, содержащей поперечную трещину. Такой способ нагружения служит основой ряда методов определения трещиностойкости (вязкости разрушения) материалов [5]. Поэтому изучение кинетики роста трещины в поле растягивающих напряжений имеет и определенное прикладное значение.

2. Будем считать, что основной объем образца деформируется упруго и диссипационные процессы имеют место лишь в концевой зоне трещины. Пусть скорость v настолько мала, что можно пренебречь кинетической энергией створок. Рассмотрим достаточно толстую бесконечную упругую пластину в условиях плоской деформации, содержащую внутреннюю тре-

щину длиной $2l$ и растягиваемую постоянными на бесконечности напряжениями σ , нормальными к плоскости трещины. Уравнение энергетического баланса содержит два члена

$$-\frac{2\pi\sigma^2(1-v^2)}{E}l\frac{dl}{dt}+4\left(W_t+W^*\ln^2\frac{v}{v_t}\right)\frac{dl}{dt}=0, \quad v \ll v_t \quad (2.1)$$

Первый член представляет убыль упругой энергии на единицу толщины пластины в единицу времени при увеличении длины трещины ($2l$). Второй член — это энергия, поглощаемая в единицу времени концевой зоной трещины, растущей со скоростью $v=dl/dt$. Здесь E — модуль Юнга, а v — коэффициент Пуассона; v_t — верхний предел скорости роста в полимере.

Введем обозначения $l_t = (2EW_t)/[\sigma^2(1-v^2)\pi]$, $l^* = (2EW^*)/[\sigma^2(1-v^2)\pi]$. Тогда из (2.1) получим кинетическое уравнение роста трещины в виде

$$\frac{dl}{dt} = v_t \exp \sqrt{\frac{l-l_t}{l^*}}, \quad v \ll v_t \quad (2.2)$$

Начальное условие зададим так: $l=l_0$ при $t=0$. Установим смысл характерных длин l_t и l^* . Можно видеть, что действительные значения скорости уравнение (2.2) дает только при $l_0 \geq l_t$.

Это неравенство определяет минимальный размер l_t неустойчивой начальной трещины, т. е. имеет тот же смысл, что и критерий Гриффитса. Воспользовавшись данным неравенством, получаем условие

$$\frac{\sigma^2(1-v^2)\pi}{2E}l_0 \geq W_t \quad (2.3)$$

совпадающее с критерием Гриффитса, в котором роль поверхностной энергии γ играет W_t — параметр скоростной зависимости $W(v)$.

Вторая величина l^* , как следует из (2.2), играет роль некоторого внутреннего масштаба, определяющего темп увеличения скорости v при одинаковых абсолютных пробегах. Она контролируется вторым энергетическим параметром W^* зависимости $W(v)$.

Итак, рост трещины в условиях одноосного растяжения определяется характерными длинами l_t , l^* и характерной для полимера скоростью v_t . Следовательно, можно ввести характерное время t_0^* и перейти к безразмерным длине трещины λ , времени τ и скорости ω :

$$\lambda = \frac{l}{l^*}, \quad \tau = \frac{t}{t_0^*}, \quad \omega = \frac{d\lambda}{d\tau} = 2\frac{v}{v_t}, \quad t_0^* = 2\frac{l^*}{v_t}, \quad \lambda_t = \frac{l_t}{l^*}, \quad \lambda_0 = \frac{l_0}{l^*}$$

В безразмерных переменных уравнение (2.2) и начальное условие имеют вид

$$\frac{d\lambda}{d\tau} = 2 \exp \sqrt{\lambda - \lambda_t}, \quad \lambda|_{\tau=0} = \lambda_0, \quad \lambda_0 \geq \lambda_t \quad (2.4)$$

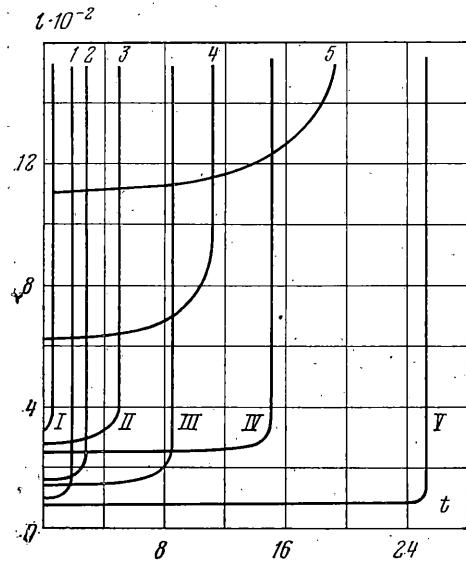
Его решение будет

$$\tau = (1 + \sqrt{\lambda_0 - \lambda_t}) \exp(-\sqrt{\lambda_0 - \lambda_t}) - (1 + \sqrt{\lambda - \lambda_t}) \exp(-\sqrt{\lambda - \lambda_t}) \quad (2.5)$$

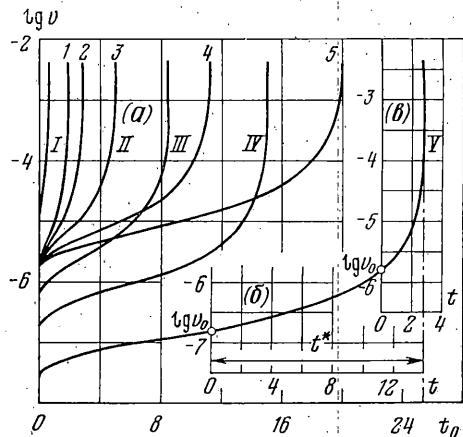
При $\lambda = \lambda_0$ уравнение (2.4) дает начальную (или стартовую) скорость трещины ω_0 :

$$\left. \frac{d\lambda}{d\tau} \right|_{\tau=0} = \omega_0 = 2 \exp \sqrt{\lambda_0 - \lambda_t} \quad (2.6)$$

Оказывается, что в предельном случае при $\lambda_0 = \lambda_t$ стартовая скорость $\omega_0 = 2$. Это соответствует условию $v_0 = v_t$, означающему, что наименьшая стартовая скорость совпадает с минимальной скоростью стационарного роста трещины в данном полимере v_t . Для аморфных стеклообразных полимеров $v_t \ll v_i \approx 700$ м/с (см. таблицу и [4]). Соответственно при относительно низких нагрузках старт трещины происходит с весьма низкой скоро-



Фиг. 1



Фиг. 2

ростью. Ее величина растет с ростом l_0 при $\sigma = \text{const}$ и с ростом σ при $l_0 = \text{const}$.

Выразив из (2.4) $\sqrt{\lambda - \lambda_t}$ и подставив в (2.5), получим соотношение, связывающее время роста трещины с ее скоростью

$$\tau = \frac{2}{\omega_0} \left(1 + \ln \frac{\omega_0}{2} \right) - \frac{2}{\omega} \left(1 + \ln \frac{\omega}{2} \right) \quad (2.7)$$

Соотношения (2.5) и (2.7) показывают, что при отнесении зависимостей $l(t)$ и $v(t)$ к координатам $(\lambda - \lambda_t) - \tau$ и $\lg \omega - \tau$ данные для всех органических стекол, для которых справедливо соотношение (1.1), должны лежать на универсальные кривые. Варьирование начальной длины λ_0 при постоянном напряжении σ приводит лишь к тому, что от полных кривых, отвечающих $\lambda_0 = \lambda_t$, отрезаются начальные участки, вплоть до значения τ , равного

$$1 - (1 + \sqrt{\lambda_0 - \lambda_t}) \exp(-\sqrt{\lambda_0 - \lambda_t}) = 1 - \frac{2}{\omega_0} \left(1 + \ln \frac{\omega_0}{2} \right)$$

Варьирование нагрузки σ или самого исследуемого материала (параметров W_t , W^* и v_t) влияет на характер кинетики роста трещины при одноосном растяжении только через значения масштабных множителей l^* и l_t^* .

Графики зависимостей $l(t)$ и $\lg v(t)$ для ряда органических стекол на основе полиметилметакрилата (ПММА) при разных напряжениях представлены на фиг. 1, 2 для наглядности в абсолютных переменных l (мкм), v (м/с) и t (с). На фиг. 1 и 2, а: $l_0 = l_t$, кривые 1–5 — оргстекло СО-95,

напряжение σ равно 5, 4, 3, 2 или $1.5 \cdot 10^7$ н/м² соответственно; кривые I — V — $\sigma = 3 \cdot 10^7$ н/м². Марки материалов и их свойства приведены ниже.

<i>N</i>	<i>W_t</i> , Дж/м ²	<i>W*</i> , Дж/м ²	<i>U_t</i> , мкм/с	<i>c</i>
1	75	1.76	0.09	—
2	110	1.82	1.8	II
3	96	0.59	0.20	IV
4	143	2.07	17.5	I
5	26.5	0.15	0.032	V
6	52.5	1.45	0.70	III

Образцы 1—3 — промышенные оргстекла (СТ-1, СО-95, СОЛ) на основе высокомолекулярного полиметилметакрилата; СО-95 и СОЛ содержат 4—6% дигутилфталата (ДБФ) в качестве пластификатора; четвертый образец — ПММА+20% ДБФ. Образец 5 — сополимер метилметакрилата (МД-7) с 7% диметакрилатэтиленгликоля. Молекулярный вес шестого образца (низкомолекулярный ПММА) равен 80 000.

В последнем столбце (*c*) указаны номера кривых на фиг. 1, 2.

На фиг. 2, б, в — оргстекло МД-7, напряжение $\sigma = 3 \cdot 10^7$ н/м², начальная длина трещины $l_0 = 72.5$ мкм и 77.5 мкм соответственно. Обе зависимости: $l(t)$ и $\lg v(t)$ ограничены вертикальными асимптотами

$$t^* = t_0^* (1 + \sqrt{\lambda_0 - \lambda_t}) \exp(-\sqrt{\lambda_0 - \lambda_t}) \quad (2.8)$$

При $\lambda_0 = \lambda_t$ имеем $t^* = t_0^*$, т. е. t_0^* — время разрастания критической трещины минимального размера.

Оказывается, что разрастание трещины при одноосном растяжении в начальные моменты времени, особенно при $\lambda_0 \approx \lambda_t$, происходит медленно и квазистационарно. Лишь по истечении времени $t = t^*$ скорость и длина трещины начинают лавинообразно нарастать, и наступает катастрофическое разрушение образца. Время до разрушения t^* (фиг. 1, 2) при прочих равных условиях определяется длиной λ_0 (см. соотношение (2.8)). На лавинной стадии роста трещины скорости и ускорения трещины велики. Поэтому следует ожидать, что процесс будет развиваться неравновесно и, как следствие этого, нестационарно из-за нарушения взаимосвязности отдельных участков фронта.

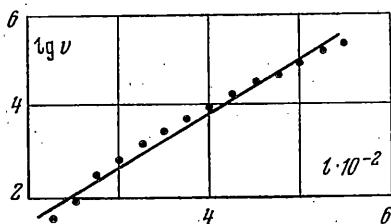
Ход процесса при одноосном растяжении определяется тремя размерными параметрами: двумя характерными длинами l_t и l^* и характерным временем t_0^* . В случае расщепления, когда напряженное состояние в вершине трещины не зависит от ее длины (например, расщепление постоянными крутящими или изгибающими моментами или расщепление постоянными силами профицированного образца), такими параметрами являются удельная работа разрушения W и скорость роста трещины v . Величины, имеющие размерность длины и времени из анализа выпадают. Этот результат приводит к заключению, что кинетика роста трещины для каждого способа нагружения определяется вполне определенным набором характерных параметров. Очевидно, для других способов нагружения трещины эти параметры могут быть иными. Их нахождение требует дополнительного рассмотрения.

3. Проведем сопоставление с экспериментальными данными:

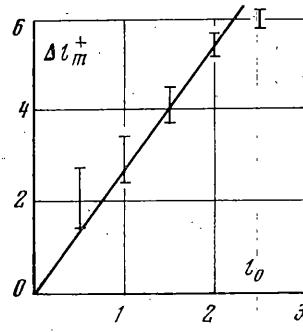
3.1. Заключение о существовании двух стадий роста, квазистационарной и лавинообразной, подтверждают данные фрактографических исследований [7]. Начальной стадии роста трещины при одноосном растяжении на фрактограммах соответствуют зеркальные зоны — участки поверхности разрушения, рельеф которых идентичен рельефу, возникающему при ста-

ционарном росте трещины в условиях расщепления. На них отсутствуют образования, свидетельствующие о резких колебаниях скорости трещины или о нарушении взаимосвязности протекания процесса разрушения по фронту: ступеньки, сколы, отпечатки фронта и т. д. Далее, на участках, соответствующих последней стадии распространения трещины, идущей с большими скоростями и ускорениями, подобные образования присутствуют в большом количестве, свидетельствуя о существенной нестационарности процесса роста трещины.

3.2. При нагружении постоянными напряжениями кинетика роста трещины в области зеркальной зоны может быть аппроксимирована прямой линией в координатах $\lg v - l$ [8]. Для теоретической интерпретации этой



Фиг. 3



Фиг. 4

зависимости необходимо учесть влияние конечности ширины образца L , которая в [7] была велика лишь по сравнению с начальной длиной трещины l_0 . Поэтому формула (2.2) должна быть соответствующим образом уточнена. Здесь использовался метод учета конечности ширины, предложенный в [5]. Расчет выполнялся по формуле

$$v = v_t \exp \sqrt{\frac{W(l) - W_t}{W^*}}, \quad W(l) = \frac{\sigma^2(1-v^2)}{2E} l \left[Y\left(\frac{l}{L}\right) \right], \quad (3.1)$$

где $Y(l/L)$ — поправка на конечность ширины для образца с краевой трещиной [5].

Результаты расчета для образца оргстекла СО-95 шириной $L=4$ мм и $l_0=l_t=0.2$ мм приведены на фиг. 3 (точки). Можно видеть, что расчетная зависимость $\lg v$ (мкм/с) — l (мкм), строго говоря, криволинейна. Но кривизна ее невелика, и в пределах погрешности она удовлетворительно соответствует эксперименту.

3.3. При стационарном росте трещины в полиметилметакрилате существует характерная скорость v_m , по достижении которой поверхность разрушения теряет зеркальный блеск [6]. Можно использовать этот факт как условие, фиксирующее размер зеркальной зоны l_m . Выразим зависимость размера зеркальной зоны от нагрузки σ и начальной длины трещины l_0 и сопоставим с опытом.

Положим в (2.2) $l=l_m$ при $v=v_m$ и разрешим его относительно l_m . Затем, используя (2.6), представим l_0 в виде

$$l_0 = l^* \ln^2(v_0/v_t) + l_t \quad (3.2)$$

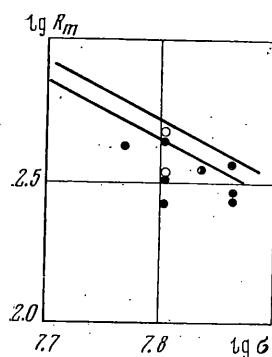
и получим для $\Delta l_m = l_m - l_0$ (каемки зеркальной зоны)

$$\Delta l_m = l^* \left(\ln^2 \frac{v_m}{v_t} - \ln^2 \frac{v_0}{v_t} \right) \quad (3.3)$$

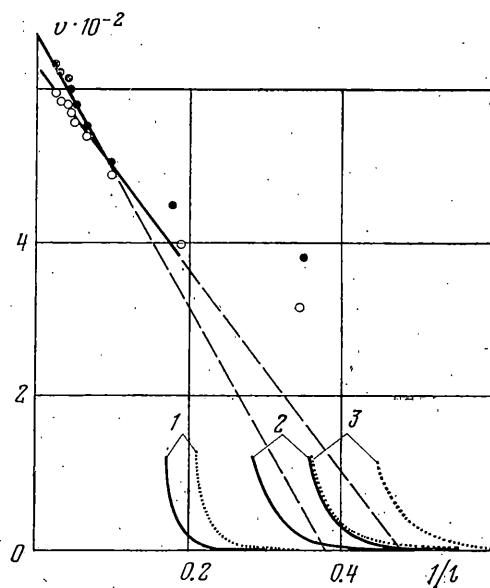
В предельном случае при $l_0 = l_t$ имеем $v_0 = v_t$, а каемка зеркальной зоны максимальна

$$\Delta l_m = \Delta l_m^+ = l^* \ln^2 \frac{v_m}{v_t} = l_t \left(\frac{W^*}{W_t} \right) \ln^2 \frac{v_m}{v_t} \quad (3.4)$$

Из (3.4) следует, что соотношение между Δl_m^+ и l_t линейно. Это подтверждается данными, полученными в [9]. На фиг. 4 представлена зависимость Δl_m^+ (мм) от l_0 (мм), построенная по данным измерений Δl_m^+ на фрактограммах, приведенных в статье. Можно видеть, что пропорци-



Фиг. 5



Фиг. 6

нальность Δl_m^+ и l_0 соблюдается вполне удовлетворительно. Более того, тангенс угла наклона прямой на фиг. 4 равен 2.5, что хорошо согласуется с величинами, рассчитанными по данным [4]. Для разных марок стекол на основе полиметилметакрилата получились значения тангенса от 0.8 до 3.6 (в расчете предполагалось, что $v_m = 2$ см/с для всех марок стекол, $l_0 = l_t$ и $\sigma = \text{const}$).

Интересны результаты при больших нагрузках. Соотношение (3.3) показывает, что в этом случае достигаются условия $v_0 \geq v_m$, означающие $\Delta l_m = 0$ ($\Delta l_m < 0$ не отвечает физическому смыслу задачи). Следовательно, образования зеркальной зоны не происходит, что подтверждается в опыте. Как показано в [10], при ударном растяжении образцов с трещинами зеркальная зона не возникает.

3.4. Основываясь на представленных выше соотношениях, удается также рассчитать вполне разумные величины и для размеров зеркальных зон, образующихся при испытаниях на механическую долговечность образцов, не содержащих искусственно внесенных трещин.

Разделим условно процесс роста трещин в этих условиях на две стадии. Первая — образование трещины размером l_t (докритический рост). Вторая — разрастание трещины, имеющей начальную длину $l_0 = l_t$. В таком случае зеркальная зона должна иметь размер

$$l_m = l_t + \Delta l_m = l_t + l^* \ln^2 (v_m/v_t) \quad (3.5)$$

Для зеркальных зон округлой формы следует написать

$$R_m = R_t + R^* \ln^2 \frac{v_m}{v_t}, \quad R_t = \frac{\pi E W_t}{2\sigma^2(1-v^2)}, \quad R^* = \frac{\pi E W^*}{2\sigma^2(1-v^2)} \quad (3.6)$$

в соответствии с решением Зака [11] для круглой в плане трещины.

Можно видеть, что в условиях испытаний на долговечность $R_m \sim \sigma^{-2}$, т. е. экспериментальные точки в координатах $\lg R_m$ (мкм) — $\lg \sigma$ ($\text{Н}/\text{м}^2$) должны ложиться на прямую линию с наклоном — 2. Для сопоставления с расчетом были выбраны экспериментальные данные, полученные при изучении длительной прочности полиметилметакрилатного стекла СТ-4. На фиг. 5 точками представлены размеры всех зеркальных зон, имеющих форму четверти или половины круга (зеркальные зоны, имеющие неправильную форму, не учитывались). Сплошные линии отвечают соотношению (3.6). Количественное совпадение расчетных и экспериментальных величин представляется вполне удовлетворительным, расчетные значения R_m при данном σ в среднем только на 30% выше средних экспериментальных значений.

4. Проведенные выше расчеты показали, что процесс роста трещины при одновременном растяжении может быть разделен на стадию квазистационарного медленного роста и стадию быстрого лавинного разрушения. Существование участка медленного роста в настоящее время можно считать общеизвестным. Обычно его связывают с «докритическим» подрастанием трещины. Расчеты показывают, что медленный рост трещины может наблюдаться и в закритическом режиме, если учитывается скоростная зависимость работы разрушения. Выполнение условия типа Гриффитса (2.3) не означает наступления катастрофического разрушения, как иногда полагают. Более того, переход к катастрофическому режиму не связан с каким-либо критическим параметром W_c или K_{Ic} , существование которых обычно постулируют. Весь процесс роста трещины контролируется функцией $W(v)$. Его параметрами при одновременном растяжении, как уже отмечалось, являются характерная длина l^* и время t^* .

Строго говоря, перенесение закономерности (1.1), полученной в квазистационарных условиях, на случай лавинного процесса разрушения не корректно. Однако такие характеристики процесса, как время t^* и характерная длина трещины l^* , определяются медленной стадией роста.

Предложенные закономерности могут оправдываться при сравнительно высоких скоростях только в тех случаях, когда не наблюдается резких, беспорядочных отклонений трещины от основной плоскости и тому подобных явлений, зачастую возникающих на стадии лавинного разрушения при одновременном растяжении. Действительно, оказывается возможным дать объяснение некоторых результатов экспериментального исследования роста трещин с высокими скоростями $v \rightarrow v_t$.

В [12] показано, что при одновременном растяжении в этой области скоростей зависимость $v - 1/l$ линейна. Подобная закономерность связана с перекачкой упругой энергии тела в кинетическую энергию створок растущей трещины. Учет кинетической энергии в уравнении энергетического баланса для материала без диссипации (удельная работа разрушения не зависит от v) приводит к соотношению

$$v = v_t (1 - l_0/l) \quad (4.1)$$

Но оказалось, что теоретическая и экспериментальная зависимости имеют разный наклон в области высоких скоростей. В результате они отсекают разные отрезки на оси абсцисс. Экспериментальные прямые пересекают ось абсцисс в точке, соответствующей $l = 4.7l_0$, а не $l = l_0$, как это следует из (4.1). Данные результаты позволяют понять это расхождение.

Ощущимый вклад кинетической энергии в общий энергетический баланс по оценкам появляется лишь при скоростях, превышающих $v \sim 0.01v_t \approx 7 \text{ м/с}$. Рост трещины при меньших скоростях должен описываться соотношениями, полученными без учета кинетической энергии. Переход к закономерностям, определяемым в основном кинетической энергией, должен наблюдаться после завершения стадии медленного роста. Этому моменту соответствует длина трещины αl_0 , превышающая начальную ($\alpha > 1$). Тогда в первом приближении уравнение (4.1) следует модифицировать следующим образом: $v = v_t (1 - \alpha l_0/l)$.

На фиг. 6 в координатах v (м/с) — $1/l$ (см^{-1}) построены кривые 1—3, рассчитанные по формуле (3.1), для образцов, имеющих такие же, как в [12], размеры: $l_0 = -0.445 \text{ см}$ или 0.560 см , $L = 63 \text{ см}$ и изготовленных из стекол СТ-4, СО-95 и СОЛ (эти

материалы представляют собой обычный листовой полиметилметакрилат, наиболее доступный для исследователя и подходящий для сравнения).

На этой же фигуре воспроизведены данные из [12] (темные точки соответствуют $l_0=0.445$ см, светлые точки — $l_0=0.560$ см). В расчетах полагалось $\sigma=\text{const}$, $l_0=l_t$.

Можно видеть, что расчетная протяженность участков медленного роста превышает l_0 в 8.1, 4.5 или 3.9 раз для стекол СТ-1, СО-95 и СОЛ соответственно ($\alpha=3.9 \div 8.1$). Диапазон значений α включает значение $\alpha=4.7$, полученное экспериментально. Более того, расчетная протяженность участка медленного роста трещины для стекла СО-95 весьма близка к величине, полученной в [12].

Таким образом, завышение размера l_0 при экстраполяции высокоскоростного участка зависимости $v=1/l$ к $v=0$ объясняется тем, что при выводе формулы (4.1) зависимость $W(v)$ не учитывалась. Это означает, что из рассмотрения был исключен один из механизмов рассеяния энергии растущей трещиной, а именно, вязкоупругая релаксация в концевой зоне, имеющий определяющее значение при малых скоростях трещины. Поэтому неудивительно, что зависимость, полученная в [12], не предусматривает низкоскоростного участка. Учет в уравнении баланса одновременно и скоростной зависимости удельной работы разрушения $W(v)$, и кинетической энергии створок, несомненно, позволит описать количественно квазистационарный рост трещины во всем диапазоне скоростей от v_t до v_i .

Проведенный выше анализ дал достаточно детальную информацию о закономерностях медленного роста трещин в одноосно растянутых образцах. Все выводы качественно, а в ряде случаев и количественно, согласуются с экспериментальными данными. Хотя сопоставление расчетов с экспериментом требует оговорок по поводу нестационарности роста, можно полагать, что перенесение скоростной зависимости работы разрушения, полученной в условиях продольного расщепления, на случай одноосного растяжения имеет определенные основания. К аналогичному выводу пришли и авторы [13].

Поступила 25 VII 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Лобасенок В. А., Алешин В. И., Кувшинский Е. В. Изучение разрушения аморфных тел в условиях стационарного роста трещин. Физ. тв. тела, 1973, т. 15, № 1.
2. Marshall G. P., Coutts L. H., Williams J. G. Temperature effects in fracture of PMMA. J. Mater. Sci., 1974, vol. 9, No. 9, p. 1409—1419.
3. Алешин В. И., Кувшинский Е. В. Материальные соотношения, контролирующие медленный рост трещин в стеклообразном полиметилметакрилате. Физ. тв. тела, 1975, т. 17, № 3.
4. Алешин В. И., Аэро Э. Л., Лебедева М. Ф., Кувшинский Е. В. Зависимость удельной работы разрушения от скорости роста трещины в стеклообразных полимерах. Влияние молекулярной структуры. Механика композитных материалов, 1979, № 1.
5. Сроули Дж., Браун У. Ф. Методы испытаний на вязкость разрушения. В кн.: Прикладные вопросы вязкости разрушения. М., «Мир», 1968.
6. Алешин В. И., Кувшинский Е. В. Влияние скорости и режима роста трещины на строение поверхности разрушения для полиметилметакрилата. Механика полимеров, 1978, № 5.
7. Алешин В. И., Кувшинский Е. В. Фрактографический анализ кинетики роста трещин в одноосно растянутых образцах. Механика полимеров, 1978, № 6.
8. Киреенко О. Ф., Лексовский А. М., Регель В. Р., Томашевский Э. Е. Фрактография и кинетика разрушения полимеров. I. Связь рельефа поверхности разрыва с кинетикой роста магистральных трещин. Механика полимеров, 1970, № 5.
9. Kusy R. P., Lee H. B., Turner D. T. Rib formation in the fracture of polymethyl-metacrylate. J. Mater. Sci., 1976, vol. 11, No. 1, p. 118—124.
10. Корабельников Ю. Г. Релаксационные эффекты и характер накопления повреждений в полиметилметакрилате при статических нагрузках. Механика полимеров, 1971, № 4.
11. Sack R. A. Extention of Griffith's theory of rupture on three dimension. Proc. Phys. Soc., 1946, vol. 58, pt 6, No. 330, p. 729—736.
12. Dulaney E. N., Brace W. F. Velocity behavior of a growing crack. J. Appl. Phys., 1960, vol. 31, No. 12, p. 2233—3336.
13. Young R. J., Beaumont P. W. R. Time-dependent failure of polymethylmethacrylate. Polymer, 1976, vol. 17, No. 8, p. 717—722.