

О ВОЗМУЩАЮЩИХ МОМЕНТАХ В ПОПЛАВКОВОМ  
ГИРОСКОПЕ НА ВИБРИРУЮЩЕМ ОСНОВАНИИ

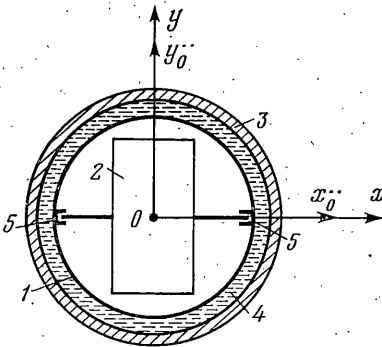
К. П. АНДРЕЙЧЕНКО

(Саратов)

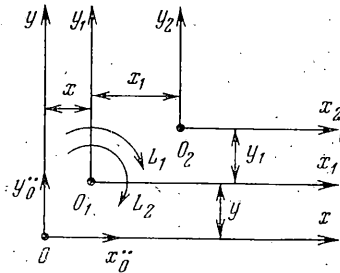
В работах [1, 2] приведено исследование возмущающих моментов в подвесе поплавковых гироскопов и показано, что даже при неподвижном основании прибора на поплавок действует со стороны поддерживающего слоя жидкости уводящий момент, обусловленный вибрацией ротора в опорах гиросмотора.

В данной работе исследуются возмущающие моменты в условиях вибрирующего основания с учетом инерционных эффектов в поддерживающих слоях жидкости.

1. Рассматриваемый поплавок гироскоп условно изображен на фиг. 1. Полагаем, что корпус поплавка 1, ротор гиросмотора 2 с осью и корпус прибора 3 являются абсолютно жесткими. Малый радиальный зазор между стенками поплавка и камеры полностью заполнен вязкой несжимаемой жидкостью 4. Наружная поверхность корпуса поплавка и



Фиг. 1



Фиг. 2

поверхность камеры образуют либо цилиндр в цилиндре, либо сферу в сфере.

Свяжем систему координат  $Oxy$  с корпусом прибора, систему  $O_1x_1y_1$  — с корпусом поплавка, а  $O_2x_2y_2$  — с ротором гиросмотора. При этом  $O$  совпадает с центром камеры,  $O_1$  совпадает с геометрическим центром наружной поверхности корпуса поплавка (и в этой же точке лежит центр масс корпуса поплавка), а  $O_2$  — с центром масс ротора гиросмотора.

Для простоты дальнейших рассуждений силы притяжения к Земле исключаем из рассмотрения. Пусть корпус прибора совершает переносное поступательное движение с ускорениями  $x_0''$  и  $y_0''$  относительно инерциальной системы. Зададим (фиг. 2) через  $x, y$  поступательные перемещения корпуса поплавка относительно камеры, а через  $x_1, y_1$  — поступательные перемещения ротора гиросмотора относительно корпуса поплавка.

Согласно принципу Даламбера, уравнения движения ротора гиросмотора

ра и корпуса поплавка запишутся в виде

$$\begin{aligned} m_2(x_0'' + x'' + x_1'') &= F_{x_2}, \quad m_2(y_0'' + y'' + y_1'') = F_{y_2} \\ m_1(x_0'' + x'') &= F_{x_1}, \quad m_1(y_0'' + y'') = F_{y_1} \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь  $m_1$  — масса корпуса поплавка,  $m_2$  — масса ротора гиromотора,  $F_{x_1}$  и  $F_{y_1}$  — силы, действующие на корпус поплавка 1 со стороны слоя жидкости 4 и ротора гиromотора 2 через деформируемые опоры 5,  $F_{x_2}$  и  $F_{y_2}$  — реакции опор 5, приложенные к ротору гиromотора. Люфты отсутствуют в опорах 5.

Учитывая малость перемещений  $x$ ,  $y$ ,  $x_1$  и  $y_1$  в реальных приборах и предполагая в дальнейшем исследование линеаризованной [3] задачи, представим силы  $F_{x_1}$ ,  $F_{y_1}$ ,  $F_{x_2}$  и  $F_{y_2}$  в форме

$$\begin{aligned} F_{x_2} &= -n_x x_1 - k_x x_1', \quad F_{y_2} = -n_y y_1 - k_y y_1' \\ F_{x_1} &= -Mx'' - kx' + mx_0'' - nx + n_x x_1 + k_x x_1' \\ F_{y_1} &= -My'' - ky' + my_0'' - ny + n_y y_1 + k_y y_1' \end{aligned} \quad (1.2)$$

где  $n_x$  и  $n_y$  — коэффициенты, характеризующие упругую жесткость опор 5 соответственно в аксиальном  $O_1x_1$  и радиальном  $O_1y_1$  направлениях;  $k_x$  и  $k_y$  — удельные коэффициенты демпфирования колебаний ротора 2 в опорах 5 соответственно в направлениях  $O_1x_1$  и  $O_1y_1$ ;  $m$  — масса вытесняемой поплавкой жидкости;  $M$  — присоединенная к корпусу поплавка масса жидкости;  $k$  — удельный коэффициент демпфирования колебаний корпуса поплавка относительно камеры;  $n$  — упругая жесткость устройств, центрирующих поплавок относительно камеры.

Подставляя (1.2) в (1.1), находим дифференциальные уравнения движения корпуса поплавка и ротора гиromотора в аксиальном направлении  $Ox$ :

$$\begin{aligned} m_2 x_1'' + k_x x_1' + n_x x_1 + m_2 x'' &= -m_2 x_0'' \\ -k_x x_1' - n_x x_1 + (M + m_1) x'' + kx' + nx &= (m - m_1) x_0'' \end{aligned}$$

и в радиальном направлении  $Oy$ :

$$\begin{aligned} m_2 y_1'' + k_y y_1' + n_y y_1 + m_2 y'' &= -m_2 y_0'' \\ -k_y y_1' - n_y y_1 + (M + m_1) y'' + ky' + ny &= (m - m_1) y_0'' \end{aligned}$$

Принимая начальные условия нулевыми и используя формулы Крамера, получаем

$$\begin{aligned} a_4 x'''' + a_3 x''' + a_2 x'' + a_1 x' + a_0 x &= b_4 x_0'''' + b_3 x_0''' + b_2 x_0'' \\ a_4 x_1'''' + a_3 x_1''' + a_2 x_1'' + a_1 x_1' + a_0 x_1 &= c_4 x_0'''' + c_3 x_0''' + c_2 x_0'' \\ \alpha_4 y'''' + \alpha_3 y''' + \alpha_2 y'' + \alpha_1 y' + \alpha_0 y &= \beta_4 y_0'''' + \beta_3 y_0''' + \beta_2 y_0'' \\ \alpha_4 y_1'''' + \alpha_3 y_1''' + \alpha_2 y_1'' + \alpha_1 y_1' + \alpha_0 y_1 &= \gamma_4 y_0'''' + \gamma_3 y_0''' + \gamma_2 y_0'' \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$\begin{aligned} a_4 = \alpha_4 = (M + m_1) m_2, \quad a_3 = (M + m_1) k_x + (k + k_x) m_2 \\ a_2 = (M + m_1) n_x + m_2 (n + n_x) + k k_x, \quad a_1 = n k_x + k n_x, \quad a_0 = n n_x \\ \alpha_3 = (M + m_1) k_y + (k + k_y) m_2, \\ \alpha_2 = k_y k + m_2 (n + n_y) + (M + m_1) n_y, \quad \alpha_1 = k_y n + k n_y, \quad \alpha_0 = n n_y \end{aligned} \quad (1.4)$$

$$\begin{aligned} b_4 = \beta_4 = (m - m_1) m_2, \quad b_3 = (m - m_1 - m_2) k_x, \quad b_2 = (m - m_1 - m_2) n_x \\ \beta_3 = (m - m_1 - m_2) k_y, \quad \beta_2 = (m - m_1 - m_2) n_y \\ c_4 = \gamma_4 = -(M + m) m_2, \quad c_3 = \gamma_3 = -m_2 k, \quad c_2 = \gamma_2 = -m_2 n \end{aligned}$$

Пусть корпус прибора совершает поступательное переносное движение в виде установившейся вибрации с ускорениями

$$x_0'' = E_x \omega^2 \cos \omega t, \quad y_0'' = E_y \omega^2 \sin \omega t \quad (1.5)$$

Установившиеся колебания корпуса поплавка относительно камеры и ротора гиromотора относительно поплавка будем искать в форме

$$x = A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t, \quad y = B_1 \cos \omega t + B_2 \sin \omega t \quad (1.6)$$

$$x_1 = A_{11} \cos \omega t + A_{21} \sin \omega t, \quad y_1 = B_{11} \cos \omega t + B_{21} \sin \omega t$$

Подставляя (1.6) и (1.5) в (1.3), находим коэффициенты

$$\begin{aligned} A_2 &= \frac{E_x [(a_3 \omega^3 - a_1 \omega) (b_4 \omega^4 - b_2 \omega^2) - b_3 \omega^3 (a_4 \omega^4 - a_2 \omega^2 + a_0)]}{(a_4 \omega^4 - a_2 \omega^2 + a_0)^2 + (a_1 \omega - a_3 \omega^3)^2} \\ A_1 &= \frac{-E_x b_3 \omega^3 - A_2 (a_4 \omega^4 - a_2 \omega^2 + a_0)}{a_3 \omega^3 - a_1 \omega} \\ A_{21} &= \frac{E_x [(a_3 \omega^3 - a_1 \omega) (c_4 \omega^4 - c_2 \omega^2) - c_3 \omega^3 (a_4 \omega^4 - a_2 \omega^2 + a_0)]}{(a_4 \omega^4 - a_2 \omega^2 + a_0)^2 + (a_1 \omega - a_3 \omega^3)^2} \\ A_{11} &= \frac{-E_x c_3 \omega^3 - A_{21} (a_4 \omega^4 - a_2 \omega^2 + a_0)}{a_3 \omega^3 - a_1 \omega} \\ B_2 &= \frac{E_y [(\beta_2 \omega^2 - \beta_4 \omega^4) (\alpha_4 \omega^4 - \alpha_2 \omega^2 + \alpha_0) - \beta_3 \omega^3 (\alpha_3 \omega^3 - \alpha_1 \omega)]}{(\alpha_4 \omega^4 - \alpha_2 \omega^2 + \alpha_0)^2 + (\alpha_1 \omega - \alpha_3 \omega^3)^2} \\ B_1 &= \frac{E_y (\beta_2 \omega^2 - \beta_4 \omega^4) - B_2 (\alpha_4 \omega^4 - \alpha_2 \omega^2 + \alpha_0)}{\alpha_3 \omega^3 - \alpha_1 \omega} \\ B_{21} &= \frac{E_y [(\gamma_2 \omega^2 - \gamma_4 \omega^4) (\alpha_4 \omega^4 - \alpha_2 \omega^2 + \alpha_0) - \gamma_3 \omega^3 (\alpha_3 \omega^3 - \alpha_1 \omega)]}{(\alpha_4 \omega^4 - \alpha_2 \omega^2 + \alpha_0)^2 + (\alpha_1 \omega - \alpha_3 \omega^3)^2} \\ B_{11} &= \frac{E_y (\gamma_2 \omega^2 - \gamma_4 \omega^4) - B_{21} (\alpha_4 \omega^4 - \alpha_2 \omega^2 + \alpha_0)}{\alpha_3 \omega^3 - \alpha_1 \omega} \end{aligned} \quad (1.7)$$

В случае линейной вибрации корпуса прибора

$$x_0'' = E_x \omega^2 \cos \omega t, \quad y_0'' = E_y \omega^2 \cos \omega t \quad (1.8)$$

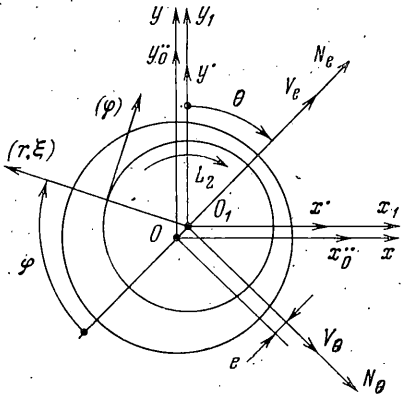
установившееся движение корпуса поплавка и ротора гиromотора также описывается выражениями (1.6), с тем только отличием, что

$$\begin{aligned} B_2 &= \frac{E_y [(\beta_4 \omega^4 - \beta_2 \omega^2) (\alpha_3 \omega^3 - \alpha_1 \omega) - \beta_3 \omega^3 (\alpha_4 \omega^4 - \alpha_2 \omega^2 + \alpha_0)]}{(\alpha_4 \omega^4 - \alpha_2 \omega^2 + \alpha_0)^2 + (\alpha_1 \omega - \alpha_3 \omega^3)^2} \\ B_1 &= \frac{-E_y \beta_3 \omega^3 - B_2 (\alpha_4 \omega^4 - \alpha_2 \omega^2 + \alpha_0)}{\alpha_3 \omega^3 - \alpha_1 \omega} \\ B_{21} &= \frac{E_y [(\gamma_4 \omega^4 - \gamma_2 \omega^2) (\alpha_3 \omega^3 - \alpha_1 \omega) - \gamma_3 \omega^3 (\alpha_4 \omega^4 - \alpha_2 \omega^2 + \alpha_0)]}{(\alpha_4 \omega^4 - \alpha_2 \omega^2 + \alpha_0)^2 + (\alpha_1 \omega - \alpha_3 \omega^3)^2} \\ B_{11} &= \frac{-E_y \gamma_3 \omega^3 - B_{21} (\alpha_4 \omega^4 - \alpha_2 \omega^2 + \alpha_0)}{\alpha_3 \omega^3 - \alpha_1 \omega} \end{aligned} \quad (1.9)$$

2. Определим возмущающие моменты, приложенные к корпусу поплавка со стороны слоя жидкости и ротора гиromотора.

Прежде всего исследуем реакции поддерживающего слоя жидкости, найдем параметры подвеса  $M$ ,  $k$ ,  $m$  и увлекающий момент, обусловленный перетеканием жидкости. Заметим, что амплитуда колебаний поплавка относительно камеры значительно меньше радиального зазора. Радиальный зазор значительно меньше радиуса поплавка.

Рассмотрим сначала подвес цилиндрического поплавка в цилиндрической камере (фиг. 3). Эффектами у торцов поплавка пренебрегаем. Используя результаты работы [4], запишем уравнение для определения градиента давления  $\partial p/\partial \varphi$  в тонком пульсирующем слое жидкости между цилиндрическими стенками поплавка и камеры



Фиг. 3

$$\alpha \left( \frac{\partial V_+}{\partial t} + \frac{V_+}{R_2} \frac{\partial V_+}{\partial \varphi} \right) = -F_\varphi - \frac{1}{\rho R_2} \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \gamma \nu \frac{\partial^2 V_\varphi}{\partial \xi^2} \quad (2.1)$$

$$F_\varphi = -x_0'' \cos(\theta + \varphi) - y_0'' \sin(\theta + \varphi)$$

и условие несжимаемости жидкости

$$\frac{\partial V_r}{\partial \xi} + \frac{1}{R_2} \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} = 0 \quad (2.2)$$

Здесь  $\xi = r - R_2$ ,  $0 < \xi < h$ ,  $h = \delta + e \cos \varphi$ ,  $\lambda = (e/\delta) \ll 1$ ;  $V_+ = Q/h$  — осредненная по сечению зазора скорость жидкости;  $Q$  — единичный секундный расход жидкости вдоль координаты  $\varphi$ ;  $\delta = R_1 - R_2$  — радиальный зазор,  $R_2$  и  $R_1$  — радиусы соответственно поплавка и камеры;  $\alpha$  и  $\gamma$  — поправочные коэффициенты, зависимости которых от параметра  $\beta = \delta(\omega/2\nu)^{1/2}$  приведены в работе [4];  $\rho$  и  $\nu$  — соответственно плотность и кинематическая вязкость жидкости.

Граничные условия

$$V_\varphi = 0, \quad V_r = 0 \quad \text{при} \quad \xi = h \quad (2.3)$$

$$V_\varphi = V_e \sin \varphi - V_\theta \cos \varphi, \quad V_r = -V_e \cos \varphi - V_\theta \sin \varphi \quad \text{при} \quad \xi = 0$$

$$V_e = y' \cos \theta + x' \sin \theta, \quad V_\theta = -y' \sin \theta + x' \cos \theta$$

Интегрируя (2.1) по  $\xi$  при граничных условиях (2.3), находим  $V_\varphi$ . В соответствии с условием

$$Q = \int_0^h V_\varphi d\xi$$

получаем

$$\frac{\partial p}{\partial \varphi} = -\gamma \frac{12}{h^3} \mu R_2 Q - \alpha \rho R_2 \left[ \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{Q}{h} \right) + \frac{Q}{R_2 h} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{Q}{h} \right) \right] + \gamma \frac{6}{h^2} \mu R_2 (V_e \sin \varphi - V_\theta \cos \varphi) + \rho R_2 F_\varphi \quad (2.4)$$

Интегрируем условие несжимаемости (2.2) по  $\xi$  в пределах от 0 до  $h$  и далее интегрируем по  $\varphi$ . Так как  $Q=0$  при  $V_e = V_\theta = 0$ , находим

$$Q = R_2 (V_\theta \cos \varphi - V_e \sin \varphi) \quad (2.5)$$

Согласно [4], при  $\lambda \ll 1$  у стенки корпуса поплавка действует касательное напряжение

$$\tau \approx \gamma \frac{6}{h} \mu V_+ + \frac{1}{2} (\alpha - 1) \rho h V_+ \quad (2.6)$$

Для поплавка длиной  $l_2$  радиальная  $N_e$  и трансверсальная  $N_\theta$  реакции слоя жидкости, приложенные к поплавку, равны соответственно

$$N_e = R_2 l_2 \int_0^{2\pi} (p \cos \varphi + \tau \sin \varphi) d\varphi = -R_2 l_2 \int_0^{2\pi} \left( \frac{\partial p}{\partial \varphi} - \tau \right) \sin \varphi d\varphi \quad (2.7)$$

$$N_\theta = R_2 l_2 \int_0^{2\pi} (p \sin \varphi - \tau \cos \varphi) d\varphi = R_2 l_2 \int_0^{2\pi} \left( \frac{\partial p}{\partial \varphi} - \tau \right) \cos \varphi d\varphi$$

Подставляя (2.4)–(2.6) в (2.7), находим  $N_e$  и  $N_\theta$ , и далее, с учетом  $\lambda \ll 1$ , — проекции этих сил на оси  $O_1 x_1$  и  $O_1 y_1$ :

$$N_{x_1} = -M \ddot{x} - kx + m x_0'', \quad N_{y_1} = -M \ddot{y} - ky + m y_0'' \quad (2.8)$$

$$M = \alpha \rho R_2^3 l_2 \delta^{-1}, \quad k = \gamma 12 \pi \mu R_2^3 l_2 \delta^{-3}, \quad m = \pi R_2^2 l_2 \rho$$

Заметим, что выражения (2.8) совпадают по форме записи с выражениями сил (1.2) в части реакции слоя жидкости.

Определяем, используя (2.6), увлекающий момент  $L_2$ , приложенный к корпусу поплавка со стороны слоя жидкости (при  $\lambda \ll 1$ )

$$L_2 = l_2 R_2^2 \int_0^{2\pi} \tau d\varphi = -k e V_0$$

Согласно фиг. 3, имеем

$$L_2 = k (y \dot{x} - x \dot{y}) \quad (2.9)$$

Как видно из (2.9), увлекающий момент  $L_2$ , действующий на цилиндрический поплавок со стороны поддерживающего слоя жидкости, равняется моменту относительно центра камеры  $O$  сил вязкого сопротивления слоя жидкости, сосредоточенных в центре корпуса поплавка  $O_1$  при его поступательных перемещениях относительно камеры.

В случае подвеса сферического поплавка в сферической камере реакции поддерживающего слоя жидкости  $N_{x_1}$  и  $N_{y_1}$  представляются в виде (2.8), а увлекающий момент  $L_2$  — в виде  $L_2 = (\frac{1}{2}) k (y \dot{x} - x \dot{y})$ , с тем отличием, что параметры подвеса равны [4]:  $M = \alpha (\frac{2}{3}) \pi \rho (R_2^4 / \delta)$ ,  $k = \gamma 8 \pi \mu \times (R_2^4 / \delta^3)$ ,  $m = (\frac{4}{3}) \pi \rho R_2^3$ . Например, при  $\lambda \ll 1$  и сильно вязкой жидкости  $\gamma = 1$  выражение для увлекающего момента  $L_2 = 4 \pi \mu (R_2^4 / \delta^3) (y \dot{x} - x \dot{y})$ ; следующее из предыдущих рассуждений, совпадает в этом предельном случае при заданном движении внутренней сферы с соответствующим результатом из работы [5].

Так как ротор гиromотора движется относительно инерциальной системы с переносными ускорениями  $x_2'' = x_0'' + \ddot{x} + x_1''$ ,  $y_2'' = y_0'' + \ddot{y} + y_1''$  и имеет смещения  $x_1$  и  $y_1$  (фиг. 2) от оси симметрии поплавка, то возникает обусловленный силами инерции переносного движения момент  $L_1 = m_2 y_2'' x_1 - m_2 x_2'' y_1$ . Учитывая (1.1) и (1.2), имеем

$$L_1 = k_x x_1 \dot{y}_1 - k_y y_1 \dot{x}_1 + (n_x - n_y) x_1 y_1 \quad (2.10)$$

Результирующий возмущающий момент, действующий, например, на цилиндрический поплавок, будет с учетом (1.6) равен

$$\begin{aligned} L &= L_1 + L_2, \quad L_2 = -k(A_2 B_1 - A_1 B_2) \omega \\ L_1 &= \omega k_x [(A_2 B_2 - A_1 B_1) \cos \omega t \sin \omega t + A_2 B_1 \cos^2 \omega t - A_1 B_2 \sin^2 \omega t] + \\ &+ \omega k_y [(A_1 B_1 - A_2 B_2) \cos \omega t \sin \omega t - A_1 B_2 \cos^2 \omega t + A_2 B_1 \sin^2 \omega t] + \\ &+ (n_x - n_y) [A_{11} B_{11} \cos^2 \omega t + A_{21} B_{21} \sin^2 \omega t + (A_{11} B_{21} + A_{21} B_{11}) \cos \omega t \sin \omega t] \end{aligned} \quad (2.11)$$

3. Исследуем подвес цилиндрического поплавка в цилиндрической камере. Рассмотрим случай линейной вибрации основания (1.8). Пусть  $n_x = n_y$  и  $k_x = k_y$ . Тогда из (2.11) имеем  $L_1 = 0$ ,  $L_2 = 0$ . Значит, при линейной вибрации возмущающий момент равен нулю, если гироскотор удовлетворяет условиям равновесности ( $n_x = n_y$ ) и равнодемпфируемости ( $k_x = k_y$ ).

Предположим  $k_x \neq k_y$  и  $n_x \neq n_y$ , но  $k_x \rightarrow 0$ ,  $k_y \rightarrow 0$ ,  $n_y \rightarrow \infty$ ,  $k \rightarrow \infty$ . Эти предположения сводят рассмотрение к задаче [6] о возникновении уводящего момента в гироскопическом приборе при линейной вибрации. В данном случае, согласно (1.9) и (2.11), находим

$$L_1 = E_x E_y m_2 \frac{\omega^4}{\omega^2 - \omega_x^2} \cos^2 \omega t, \quad \omega_x = \left( \frac{n_x}{m_2} \right)^{1/2}$$

Эта формула совпадает с результатом из работы [6].

Далее будем полагать

$$n_x = n_y = n_1, \quad k_x = k_y = k_1, \quad k \gg k_1, \quad M \omega^2 \gg n, \quad n \ll n_1, \quad M \gg \max(m, m_1, m_2) \quad (3.1)$$

Так как жесткость опор гироскотора весьма велика, то, принимая частоту колебания корпуса прибора  $\omega$  заведомо меньше резонансной частоты колебания ротора в опорах гироскотора  $(n_1/m_2)^{1/2}$ , при данных предположениях из (1.7) и (1.4) имеем

$$A_1 = -E_x \frac{M \omega^2 \Delta m}{M^2 \omega^2 + k^2}, \quad B_1 = -E_y \frac{k \omega \Delta m}{M^2 \omega^2 + k^2} \quad (3.2)$$

$$A_2 = E_x \frac{k \omega \Delta m}{M^2 \omega^2 + k^2}, \quad B_2 = -E_y \frac{M \omega^2 \Delta m}{M^2 \omega^2 + k^2}$$

$$A_{11} = -E_x \frac{\omega^2 m_2}{n_1}, \quad B_{21} = -E_y \frac{\omega^2 m_2}{n_1}, \quad A_{21} = B_{11} = 0, \quad \Delta m = m - m_1 - m_2$$

Используя выражения (3.1), (3.2), (2.10), (2.9) и (1.6), получаем результирующий возмущающий момент

$$\begin{aligned} L &= L_2 + \dot{L}_1 = E_x E_y \left\{ \frac{\omega^3 \Delta m^2}{k [(M^2 \omega^2 / k^2) + 1]} - \frac{m_2^2 \omega^5 k_1}{n_1^2} \right\} = \\ &= E_x E_y \left\{ \frac{\Delta m^2 \omega^3 \delta^3}{\gamma 12 \pi \mu R^3 l_2 [(\alpha \omega \delta^2 / 12 \gamma v)^2 + 1]} - \frac{m_2^2 \omega^5 k_1}{n_1^2} \right\} \end{aligned} \quad (3.3)$$

То обстоятельство, что дроби в фигурных скобках (3.3) имеют различные знаки, может быть использовано на практике для компенсации возмущающих моментов.

Далее предположим, что опоры 5 абсолютно жесткие, жидкость слабовязкая и частота  $\omega$  велика, т. е.

$$n_x = n_y = \infty, \quad k \ll M \omega \quad (3.4)$$

При вибрации основания в форме (1.5), согласно (3.2) и (1.6), находим траекторию движения центра поплавок относительно камеры

$$x = -\frac{\Delta m}{M} E_x \cos \omega t, \quad y = -\frac{\Delta m}{M} E_y \sin \omega t \quad (3.5)$$

В соответствии с (1.5) ускорения  $x_0''$  и  $y_0''$  обусловлены движением корпуса прибора вида

$$x_0 = -E_x \cos \omega t, \quad y_0 = -E_y \sin \omega t \quad (3.6)$$

Легко видеть, что при выполнении условия (3.4) центр поплавок  $O_1$  движется в системе координат  $Oxy$  по траектории (3.5), синхронно повторяя движение корпуса прибора (3.6) с коэффициентом уменьшения  $\Delta m/M$ . В этом состоит эффект жидкостной редукции. Величину  $\Delta m/M$  можно назвать коэффициентом жидкостной редукции [7].

В рассматриваемом случае  $k \ll M\omega$ , согласно [4],  $\gamma = (\delta/6)(\omega/2\nu)^{1/2}$ ,  $\alpha = 1$ . Увлекающий момент, приложенный к поплавку со стороны слоя жидкости, будет равен

$$L_2 = E_x E_y \Delta m^2 \frac{\omega^{3/2} (2\nu)^{1/2}}{\pi \rho R_2^3 l^2}$$

Таким образом, полученные в работе соотношения позволяют оценить и наметить пути уменьшения возмущающих моментов в поплавковых гироскопах при вибрации.

*Пример.* Пусть интегрирующий гироскоп имеет параметры [4]:  $H = 9.80665 \cdot 10^{-4}$  Н·м·с,  $\mu = 0.65$  Н·с/м<sup>2</sup>,  $R_2 = 0.01$  м,  $l_2 = 0.03$  м,  $\delta = 2.5 \cdot 10^{-4}$  м. Корпус прибора совершает круговую вибрацию  $E_x = E_y = 3 \cdot 10^{-4}$  м,  $\omega = 800$  рад/с. Примем  $\Delta m = 2 \cdot 10^{-4}$  кг,  $\rho = 2 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.

Используя (3.3) и учитывая, согласно [4],  $\alpha = 1.2$  и  $\gamma = 1$ , вычислим только увлекающий гидромеханический момент сил вязкого трения в поддерживающем слое жидкости  $L_2 = 3.9227 \cdot 10^{-11}$  Н·м. Скорость ухода гироскопа, обусловленная моментом  $L_2$ , будет равна  $L_2/H = 4 \cdot 10^{-8}$  рад/с.

Для гиротахометра с электрическим демпфированием примем, например,  $\Delta m = 2 \cdot 10^{-3}$  кг,  $\mu = 6.5 \cdot 10^{-4}$  Н·с/м<sup>2</sup>. Согласно [4],  $\alpha = 1.1$  и  $\gamma = 1.8$ . Следовательно,  $L_2/H = 7.924 \cdot 10^{-3}$  рад/с.

Автор благодарит В. Ф. Журавлева и Ю. А. Осокина за обсуждение работы.

Поступила 1 XII 1977

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Городецкий О. М. Исследование возмущающих моментов сил вязкого трения в подвесе поплавкового гироскопа. Изв. АН СССР. МТТ, 1977, № 1.
2. Городецкий О. М. Исследование возмущающих моментов вязкого трения в подвесе сферического поплавкового гироскопа. Изв. АН СССР. МТТ, 1977, № 4.
3. Пельпор Д. С., Осокин Ю. А., Разгеев Е. Р. Гироскопические приборы систем ориентации и стабилизации. М., «Машиностроение», 1977.
4. Андрейченко К. И. К теории жидкостного демпфирования в поплавковых приборах. Изв. АН СССР. МТТ, 1977, № 5.
5. Лойцянский Л. Г. Гидродинамическая теория сферического подшипника. ПММ, 1955, т. 19, вып. 5.
6. Ишлинский А. Ю. Механика гироскопических систем. М., Изд-во АН СССР, 1963.
7. Гук Л. Д. Измерение вибраций. Новосибирск, «Наука», 1972.