

## НЕКОМФОРТАБЕЛЬНАЯ ХОДЬБА ДВУНОГОГО ШАГАЮЩЕГО АППАРАТА

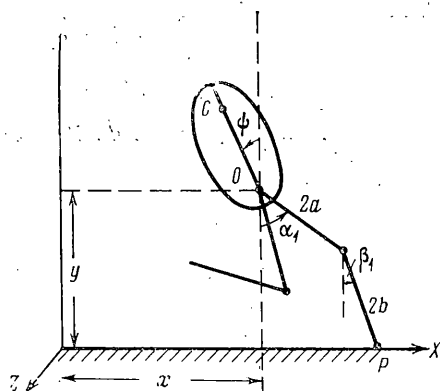
В. В. БЕЛЕЦКИЙ, Т. С. КИРСАНОВА

(Москва)

Движение двуногого шагающего аппарата, при котором точка подвеса его ног движется равномерно и прямолинейно (так называемые «комфортабельные походки») достаточно хорошо изучено [1-4]. Условие комфортабельности во многих отношениях разумно, однако требует сравнительно больших энергетических затрат. Между тем известно, что нормальная ходьба человека в произвольном (свободном) темпе — это ходьба с минимальной затратой энергетических ресурсов; причем при таком режиме движения свойством комфортабельности не обладает ни одна точка его тела. Поэтому интересно изучить класс «некомфортабельных» походок двуногого аппарата. Можно ожидать, что отказ от условия комфортабельности приведет к уменьшению потребляемой аппаратом энергии.

Воспользуемся простой моделью [1, 2] двуногого аппарата и организуем некомфортабельность путем имитации опорных реакций человеческой ходьбы.

1. Рассмотрим плоское одноопорное [1, 2] движение двуногого аппарата относительно инерциальной системы координат  $NXYZ$ , в которой ось  $Y$  направлена вертикально вверх. Динамическая схема аппарата изображена на фиг. 1. Аппарат состоит из



Фиг. 1

весомого инерционного корпуса — балансира массы  $M_h$  и двух невесомых ног. Каждая нога имеет бедро длины  $2a$  и голень длины  $2b$ . В точке  $O$  подвеса ног к корпусу расположен также центр масс платформы («глаза»); платформа моделируется материальной точкой массы  $m_0$ . Таким образом полная масса аппарата:  $M = M_h + m_0$ . В коленных суставах аппарата действуют управляющие моменты  $u_1, u_2$ , а между корпусом и бедрами — моменты  $q_1, q_2$ . Контакт опорной ноги с поверхностью точечный; в опорной точке приложена сила реакции опоры  $R (R_x, R_y)$ .

Введем обозначения:  $r$  — расстояние от  $O$  до центра масс  $C$  корпуса;  $I$  — момент инерции корпуса относительно оси, параллельной оси  $Z$  и проходящей через точку  $O$ ;  $\psi, \alpha_i, \beta_i$  ( $i=1, 2$ ) — углы отклонения соответственно луча  $OC$ , бедер и голеней от вертикали (фиг. 1);  $x, y$  — декартовы координаты точки подвеса ног  $O$ ;  $x_c, y_c$  — декартовы координаты центра масс  $C$  аппарата;  $x_p, y_p$  — декартовы координаты точки опоры  $P$ ;  $k_r = M_h r$ .

Плоские одноопорные движения аппарата описываются тогда следующей системой уравнений:

$$Mx_c'' = R_x, \quad My_c'' = R_y - Mg \quad (1.1)$$

$$(I - k_r^2/M)\psi'' = (x_v - x_c)R_y - (y_v - y_c)R_x \quad (1.2)$$

$$x - x_v = x_c - x_v + k_r/M \sin \psi \quad (1.3)$$

$$y - y_v = y_c - y_v - k_r/M \cos \psi$$

$$\alpha_1 = -\operatorname{arctg} \frac{x - x_v}{y - y_v} + \operatorname{arctg} \left[ \left( \frac{4ad}{4(b^2 - a^2) - d^2} \right)^2 - 1 \right]^{1/2}$$

$$\beta_1 = -\operatorname{arctg} \frac{x - x_v}{y - y_v} - \operatorname{arctg} \left[ \left( \frac{4bd}{4(a^2 - b^2) - d^2} \right)^2 - 1 \right]^{1/2}$$

$$d = [(x - x_v)^2 + (y - y_v)^2]^{1/2}$$

$$u_1 = -2b(R_x \cos \beta_1 + R_y \sin \beta_1) \quad (1.4)$$

$$q_1 = -R_x(y - y_v) + R_y(x - x_v), \quad u_2 = q_2 = 0$$

Здесь индекс 1 отвечает опорной ноге, индекс 2 — переносной.

Уравнения (1.1) описывают движение центра масс системы, (1.2) представляет собой уравнение для кинетического момента относительно центра масс. Соотношения (1.3) позволяют последовательно вычислить движение точки  $O$  подвеса ног и движение опорной ноги. По конечным формулам (1.4) вычисляются управляющие моменты.

К решению (1.1) — (1.4) применим модификацию полуобратного метода, задавая в виде явных функций времени составляющие  $R_x(t)$ ,  $R_y(t)$  реакции опоры. Это позволяет проинтегрировать систему (1.1), (1.2) в явном аналитическом виде и построить характеристики (1.3), (1.4). Конкретный вид зависимостей  $R_x(t)$ ,  $R_y(t)$  целесообразно задавать в соответствии с экспериментальными данными человеческой ходьбы, поскольку ходьба человека организована с высокой степенью совершенства, а характеристики  $R_x(t)$ ,  $R_y(t)$  достаточно хорошо изучены и носят устойчивый характер (см., например, [5]).

2. Будем рассматривать походки с неизменными длиной шага  $l$  и длительностью  $T$  (регулярные походки) по горизонтальной поверхности ( $y_v = 0$ ).

При заданных  $R_x(t)$ ,  $R_y(t)$  уравнения (1.1), (1.2) интегрируются последовательно с краевыми условиями

$$y_c(0) = y_c(T), \quad y_c'(0) = y_c'(T); \quad x_c'(0) = x_c'(T), \quad \langle x_c' \rangle = V = l/T \quad (2.1)$$

$$\psi(0) = \psi(T), \quad \psi'(0) = \psi'(T) \quad (2.2)$$

Здесь и далее угловые скобки означают усреднение по времени на интервале  $[0, T]$ .

Результат интегрирования представляет закон движения центра масс  $x_c(t)$ ,  $y_c(t)$  и колебаний корпуса  $\psi(t)$ . Затем по конечным формулам (1.3), (1.4) вычисляются остальные характеристики.

Для сравнения энергетических затрат на различных режимах ходьбы будем вычислять функционал [6], представляющий собой работу управляющих моментов на угловых перемещениях

$$E = \int_0^T \{ |u_1(\beta_1' - \alpha_1')| + |q_1(\alpha_1' - \psi')| \} dt \quad (2.3)$$

3. Зададим  $R_x(t)$ ,  $R_y(t)$  следующим образом:

$$\begin{aligned} R_x &= -\alpha Mg \sin \omega t, & \alpha > 0 \\ R_y &= Mg \left[ \frac{\pi}{2} (1-\gamma) \sin \frac{\omega}{2} t + 2\gamma \sin^2 \omega t \right] \\ \pi/(\pi+32) < \gamma < 1-2/\pi \end{aligned} \quad (3.1)$$

где  $\omega = 2\pi/T$ , а  $\alpha$  и  $\gamma$  — свободные параметры.

Соотношения (3.1) аппроксимируют экспериментальные характеристики ходьбы человека; содержат свободные параметры, позволяющие провести параметрическую оптимизацию движения; удовлетворяют необходимым требованиям ходьбы

$$R_y \geq 0, \quad \langle R_y \rangle = Mg \quad (3.2)$$

и удовлетворяют краевым условиям

$$R_x(0) = R_x(T) = 0, \quad R_y(0) = R_y(T) = 0 \quad (3.3)$$

Условие (3.3) позволяет построить, согласно (1.2), закон колебаний корпуса  $\psi(t)$ , непрерывный по углу  $\psi$ , угловой скорости  $\dot{\psi}$  и угловому ускорению  $\ddot{\psi}$ .

Ходьбу, отвечающую перечисленным требованиям, назовем некомфортабельной. Она будет сравниваться с изученной ранее [1-4] комфортабельной ходьбой.

Для сравнения рассмотрим также режим ходьбы, отвечающий условиям

$$R_x = 0, \quad R_y = Mg \quad (3.4)$$

Этот идеализированный предельный случай соответствует равномерно прямолинейному движению центра масс аппарата. Назовем такой режим равномерной ходьбой.

4. Для режимов (3.1) и (3.4) характеристики движения, согласно (1.1) — (1.4) и (2.1), (2.2), получены в явном виде; соответствующие формулы здесь не приводятся ввиду их громоздкости: массовые расчеты по этим формулам проводились на ЭВМ.

Отметим, что для обоих режимов (3.1) и (3.4) из решения краевой задачи следует, что

$$x_c(0) - x_v = -l/2, \quad x_c(T) - x_v = l/2.$$

Это означает, что центр масс относительно точки опоры движется симметрично.

Начальная конфигурация аппарата определяется тремя независимыми параметрами: высотой точки подвеса ног  $O$  в момент начала шага  $h_0 = y(0) - y_v = y(0)$ ; опорным отрезком [4]  $\sigma_0 = x(0) - x_v$ , длиной шага  $l$ . Действительно, начальное положение опорной ноги определяется однозначно формулами (1.3) через  $h_0$ ,  $\sigma_0$ , а начальное положение корпуса, как следует из (1.3), задается формулой

$$\operatorname{tg} \psi_0 = (\sigma_0 + l/2) / [(k_r/M)^2 - (l/2 + \sigma_0)^2]^{1/2} \quad (4.1)$$

Из (4.1) следует, что решение поставленной краевой задачи существует лишь при условии

$$(\sigma_0 + l/2)^2 \leq (k_r/M)^2 \quad (4.2)$$

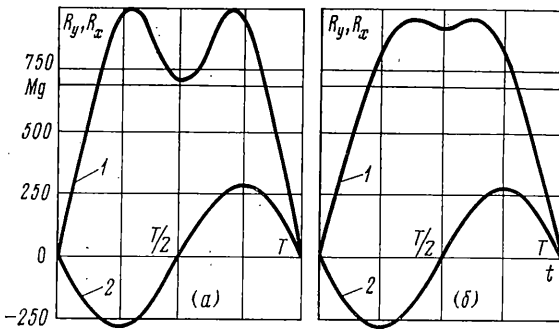
в частности, для  $k_r = 0$  лишь при  $\sigma_0 = -l/2$ , как и в комфортабельной ходьбе [1, 2]. Кроме того, начальная высота  $h_0$  и длина шага  $l$  подчинены огра-

нению

$$[(k_r/M) + l/2]^2 + h_0^2 < L^2, \quad L = 2(a+b) \quad (4.3)$$

Уравнение (4.1) имеет только два корня:  $\psi_{01}$  ( $-\pi/2 < \psi_{01} < \pi/2$ ), отвечающий движению «головой вверх», и  $\psi_{02} = \psi_{01} + \pi$  — «головой вниз».

Полный набор независимых свободных параметров задачи состоит из параметров начальной конфигурации  $h_0, \sigma_0, l$  средней скорости движения  $V$  и параметров  $\alpha, \gamma$ , входящих в выражение (3.1).

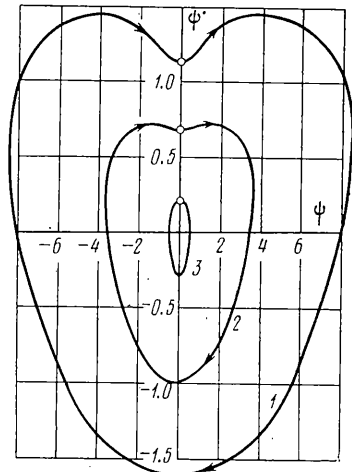


Фиг. 2

5. Изложим некоторые результаты расчетов. Расчеты показали, что для каждого фиксированного режима движения, т. е. фиксированного набора значений параметров  $h_0, \sigma_0, l, V$ , существует пара  $(\alpha_*, \gamma_*)$  оптимальных значений параметров  $\alpha, \gamma$ , минимизирующая функционал (2.3) работы  $E$ . Оказалось, что отвечающая  $\alpha_*, \gamma_*$  амплитуда колебаний горизонтальной составляющей  $R_x$  реакции опоры мало зависит от параметров движения ( $\max |R_x| \approx (0.25 \div 0.35) Mg$ ). Вид вертикальной составляющей  $R_y(t)$  реакции существенно зависит лишь от скорости движения. На фиг. 2 представлены зависимости  $R_y(t)$  (кривая 1) и  $R_x(t)$  (кривая 2), отвечающие оптимальным значениям параметров  $\alpha_*, \gamma_*$  для следующих значений параметров начальной конфигурации:  $l = 0.7$  м,  $h_0 = 0.5$  м,  $\sigma_0 = -0.35$  м. (На фиг. 2, а — для  $V = 0.8$  м/с, фиг. 2, б —  $V = 7$  м/с.) Значения сил реакций даны в ньютонах.

Далее рассматриваются только оптимизированные по  $\alpha, \gamma$  движения.

На фиг. 3 изображены фазовые траектории движения корпуса-балансира для разных величин скорости аппарата: 1 — для  $V = 1$  м/с; 2 — для  $V = 1.4$  м/с; 3 — для  $V = 5$  м/с. Параметры начальной конфигурации те же, что и на фиг. 2. Значения угла  $\psi$  даны в градусах, а угловой скорости  $\dot{\psi}$  — в рад/с. Видно, что с уменьшением скорости движения амплитуда колебаний и угловые скорости корпуса сильно возрастают. Такое поведение корпуса является следствием одноопорности походки. Действительно, при медленном движении аппарат достаточно долго стоит на одной ноге в наклонной позе, что вызывает «раскрутку» балансира [1].



Фиг. 3

Ниже приведены некоторые результаты расчета оптимальных режимов некомфортабельной ходьбы при фиксированной длине шага  $l=0.7$  м для разных фиксированных скоростей  $V$  движения.

|                               |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $V$ , м/с                     | 0.8   | 1.0   | 1.2   | 1.4   | 2.0   | 5.0   | 7.0   | 10.0  |
| $h$ , м                       | 0.7   | 0.75  | 0.75  | 0.75  | 0.75  | 0.75  | 0.75  | 0.75  |
| $\sigma$ , м                  | -0.36 | -0.36 | -0.38 | -0.38 | -0.38 | -0.36 | -0.36 | -0.36 |
| $\alpha_*$                    | 0.3   | 0.3   | 0.3   | 0.3   | 0.3   | 0.3   | 0.3   | 0.3   |
| $\gamma_*$                    | 0.36  | 0.36  | 0.36  | 0.36  | 0.36  | 0.1   | 0.1   | 0.1   |
| $\max  \psi - \psi_0 $ , град | 11.5  | 7.79  | 4.98  | 3.44  | 1.55  | 0.34  | 0.17  | 0.11  |
| $\Delta V$ , м/с              | 0.859 | 0.698 | 0.561 | 0.472 | 0.321 | 0.135 | 0.096 | 0.067 |
| $\Delta h \cdot 10^2$ , м     | 16.4  | 10.5  | 7.4   | 5.4   | 2.7   | 0.6   | 0.3   | 0.1   |
| $\max  u_1 $ , Н·м            | 357.3 | 294.8 | 254.7 | 235.2 | 205.4 | 203.9 | 201.1 | 199.6 |
| $\max  q_1 $ , Н·м            | 84.0  | 66.6  | 73.8  | 69.1  | 63.0  | 33.6  | 33.0  | 32.8  |
| $E_*$ Дж                      | 345.6 | 243.6 | 192.8 | 165.8 | 131.4 | 101.2 | 97.4  | 95.4  |

Оптимизация проводилась не только по параметрам  $\alpha$ ,  $\gamma$ , но и по параметрам  $h_0$ ,  $\sigma_0$  начальной конфигурации аппарата (см. последовательно: оптимальные значения  $h$ ,  $\sigma$  этих параметров; амплитуда колебаний корпуса ( $\max_t |\psi - \psi_0|$ ); меры отклонения движения от комфортабельного  $\Delta V = \max_t |x - V|$  и  $\Delta h = \max_t |y - h|$ ; максимальные значения управлений в колене ( $\max_t |u_1|$ ) и в бедре ( $\max_t |q_1|$ ) опорной ноги; оптимальное значение  $E_*$  функционала (2.3)).

Численные расчеты производились при следующих значениях параметров аппарата:  $a=b=0.2125$  м;  $r=0.425$  м;  $M=70$  кг;  $m_0=30$  кг;  $I=9.633$  кг·м<sup>2</sup>.

Общая картина изменения характеристик движения с ростом скорости такова: амплитуды колебаний корпуса, а также колебаний точки подвеса ног стремятся к нулю, т. е. ходьба стремится к комфортабельной; максимальные значения управляющих моментов убывают; оптимизированная работа управляющих сил с ростом скорости также убывает и стремится к некоторой постоянной величине. Последний эффект является следствием невесомости ног (при весомых ногах, начиная с некоторого значения  $V$ , работа со скоростью возрастает).

На фиг. 4 приведены зависимости функционала (2.3) от скорости движения  $V$  для различных способов ходьбы. Параметры начальной конфигурации те же, что и на фиг. 2. Символом  $H$  обозначена оптимизированная по  $\alpha$ ,  $\gamma$  работа  $E_*$  для некомфортабельной ходьбы,  $K$  — работа  $\bar{E}$  для походки с комфортабельным движением точки подвеса ног<sup>1</sup>,  $P$  — работа  $E$  для равномерной ходьбы, отвечающей условиям (3.4). Причем значения  $E$  даны в джоулях, значения скорости  $V$  — в м/с. Из фиг. 4 видно, что в широком диапазоне скоростей некомфортабельная ходьба энергетически выгоднее комфортабельной. Равномерная походка наименее выгодна.

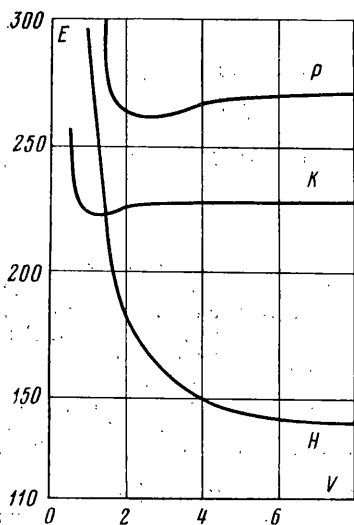
Выше отмечалось, что с ростом скорости некомфортабельная ходьба стремится к комфортабельной. Однако при этом энергетика некомфортабельной ходьбы остается по-прежнему меньше (приблизительно в 1.6 раза), чем для комфортабельной. Такой эффект объясняется, по-видимому, энергетически благоприятным действием малых вибраций (при  $V \rightarrow \infty$  и фиксированной длине шага  $l$  период движения  $T \rightarrow 0$ ).

Рассмотрим ходьбу аппарата с колебаниями корпуса в интервале  $\pi/2 < \psi < 3\pi/2$  (головой вниз). Оказалось, что энергетика такой ходьбы близка к энергетике нормальной ходьбы головой вверх в широком диапазоне скоростей. В комфортабельной ходьбе этого нет; энергетика ходьбы головой вниз во много раз больше энергетики ходьбы головой вверх<sup>1</sup>.

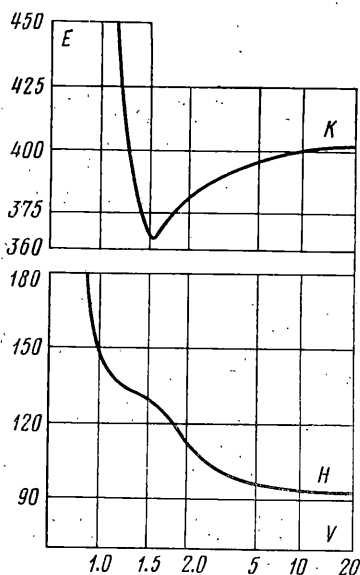
Таким образом, некомфортабельность также благоприятно влияет и на энергетику ходьбы аппарата с нижним (относительно точки подвеса ног) расположением центра масс корпуса. Это хорошо видно на фиг. 5, где

<sup>1</sup> Эта кривая любезно предложена для данной публикации Э. К. Лавровским.

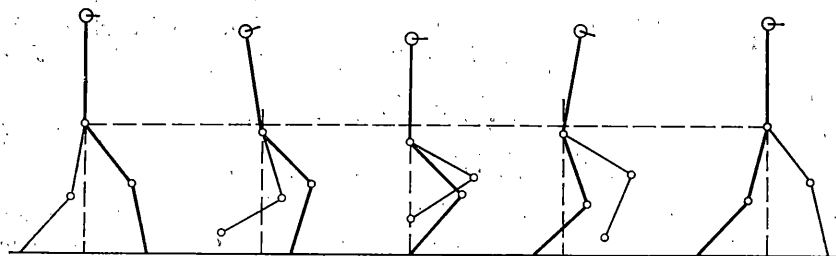
представлены зависимости работы (2.3) от скорости ходьбы для режима движения корпуса головой вниз. Символы  $H$  и  $K$  означают то же<sup>1</sup>, что и на фиг. 4. Параметры начальной конфигурации:  $h_0=0.4$  м;  $l=0.5$  м;  $\sigma_0=-0.25$  м. Видно, что в случае «нижнего» расположения центра масс



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

корпуса в широком диапазоне скоростей некомфортабельная ходьба в  $\sim 4$  раза выгодней комфортабельной. На фиг. 6 изображена кинограмма движения при некомфортабельной ходьбе.

Поступила 28. VI 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Белецкий В. В. Динамика двуногой ходьбы, I. Изв. АН СССР. МТТ, 1975, № 3.
2. Белецкий В. В. Динамика двуногой ходьбы, II. Изв. АН СССР. МТТ, 1975, № 4.
3. Белецкий В. В., Кирсанова Т. С. Плоские линейные модели двуногой ходьбы. Изв. АН СССР. МТТ, 1976, № 4.
4. Белецкий В. В., Чудинов П. С. Параметрическая оптимизация в задаче двуногой ходьбы. Изв. АН СССР. МТТ, 1977, № 1.
5. Богданов В. А., Гурфинкель В. С. Роль информации о силовом взаимодействии между стопами и опорой в процессе управления локомоцией. В кн.: Биомеханика. Рига, Изд-во Рижск. н.-и. ин-та травматологии и ортопедии, 1975, стр. 662-668.
6. Гриценко Г. П., Морейнис И. Ш. Энергетическая оценка ходьбы человека в норме и на протезах бедра. В кн.: Биомеханика. Рига, Изд-во Рижск. н.-и. ин-та травматологии и ортопедии, 1975, стр. 228-232.

<sup>1</sup> Кривая  $K$  также предложена Э. К. Лавровским.